

АКАДЕМИЯ НАУК АРМЯНСКОЙ ССР

АСТРОФИЗИКА

ТОМ 2

СЕНТЯБРЬ, 1966

ВЫПУСК 3

АВТОКОРРЕЛЯЦИОННЫЙ И СПЕКТРАЛЬНЫЙ АНАЛИЗ КРИВЫХ БЛЕСКА SS Cyg, Z Cam и RU Peg

Ф. И. ЛУКАЦКАЯ, Г. А. ПОЛИЩУК

Поступила 12 мая 1966

Статья содержит результаты автокорреляционного и спектрального анализов длительных рядов наблюдений блеска SS Cyg, Z Cam и RU Peg. Вычисления нормированных автокорреляционных функций велись по приведенной в тексте формуле. Она пригодна для автокорреляционного анализа длительных рядов с пробелами и произвольным распределением наблюдений во времени в случаях, когда эти ряды заключают в себе основные статистические закономерности процесса и максимальный автокорреляционный сдвиг значительно меньше длительности ряда. Вычисления велись на электронной машине М-20 по двум программам: с единичными интервалами в $1^d 0$ и $0^d 1$ для сдвигов от одного до ста интервалов. Полученные автокорреляционные функции трех исследованных переменных подобны. Они свидетельствуют о случайном и стационарном характере наблюдаемых процессов изменения блеска. Последние представляются суммой некоррелированных случайных процессов вида

$$m(t) = A \cos(\omega_0 t + \varphi) + \sum_{l=1}^n \left\{ B_l \cos(\omega_l t + \psi_l) + \varepsilon_l \right\},$$

где A , φ и ε_l — случайные величины, ω_l — несоизмеримые близкие частоты, а n , по-видимому, не превышает трех.

Для отыскания закономерностей в изменении блеска трех типичных переменных типа U Gem: SS Cyg, Z Cam и RU Peg значения их блеска рассматривались как случайные последовательности. В качестве однородных и длительных рядов наблюдений использовались визуальные наблюдения [1]. По ним определялись средние значения блеска $\overline{m}$ и разности между наблюдаемыми и средними значениями. Затем вычислялись

$$r_{\tau} = \frac{\sum_{l=1}^{n_{\tau}} u_l u_{l+\tau}}{\sqrt{\sum_{l=1}^{n_{\tau}} u_l^2 \sum_{l=1}^{n_{\tau}} u_{l+\tau}^2}}, \quad (1)$$

где $u_l = m_l - \bar{m}$ — тот член последовательности, для которого имеется член $u_{l+\tau} = m_{l+\tau} - \bar{m}$, смещенный на τ единичных интервалов времени. Единичный интервал времени (Δt) — наименьший сдвиг во времени между наблюдениями. Легко убедиться, что если рассматриваемый ряд включает в себе основные статистические закономерности процесса изменения блеска, подсчитанная по формуле (1) функция r_{τ} практически совпадает с нормированной автокорреляционной функцией R_{τ} полного ряда из N наблюдений, расположенных через равные интервалы времени Δt , и теми же крайними моментами. Действительно, мысленно представим себе полный ряд состоящим из членов u_l и u'_l , где u'_l — те члены полного ряда, для которых при выбранном сдвиге τ не может быть получено произведение $u'_l u'_{l+\tau}$ из-за пропуска одного или обоих членов произведения. Пусть число u_l будет n_{τ} , а u'_l — n'_{τ} . Тогда

$$n_{\tau} + n'_{\tau} = N - \tau$$

и, согласно [2],

$$\frac{n_{\tau}}{n_{\tau} - 1} \overline{u_l^2} = \frac{n'_{\tau}}{n'_{\tau} - 1} \overline{u'^2_l}, \quad \frac{n_{\tau}}{n_{\tau} - 1} \overline{u_l u_{l+\tau}} = \frac{n'_{\tau}}{n'_{\tau} - 1} \overline{u'_l u'_{l+\tau}} \quad \text{и} \quad (2)$$

$$\frac{n_{\tau}}{n_{\tau} - 1} \overline{u_{l+\tau}^2} = \frac{n'_{\tau}}{n'_{\tau} - 1} \overline{u'^2_{l+\tau}}.$$

Но так как рассматриваемый ряд включает в себе основные статистические закономерности процесса изменения блеска переменной, то, согласно [3], N — число порядка сотен или тысяч, $\tau_{\max} \ll N$, а n_{τ} и n'_{τ} — большие числа порядка $\frac{N}{2}$. Тогда из соотношений (2) и формулы (1) следует, что практически $r_{\tau} = R_{\tau}$. Для проверки формулы (1) с $\Delta t = 1^{\text{д}}$ и τ от единицы до ста была вычислена r_{τ} для Т Сеп [1] с $P = 90^{\text{д}}60$ по [4]. Полученная коррелограмма (рис. 1), нам кажется, свидетельствует о возможности корреляционного анализа рядов с пробелами с помощью формулы (1), если число наблюдений и длительность ряда достаточно велики, а $\tau_{\max} \ll N$. Эти условия выполняются для рассмотренных рядов наблюдений SS Cyg, Z Cam и RU Peg. Пред-

положение же о том, что эти ряды заключают в себе основные закономерности процессов изменения блеска, подтверждается тем, что построенные по ним функции распределения блеска имеют характерные для этих переменных формы [3].

Вычисления корреляционных функций r_τ и спектральных плотностей*

$$S(P) = \frac{2}{100} \sum_{\tau=0}^{100} r_\tau \cos \frac{2\pi}{P} \tau$$

велись на быстродействующей электронной машине М-20. В качестве единичных интервалов времени брались два значения: $\Delta t = 1^d 0$ и $\Delta t = 0^d 1$. В обоих случаях τ принимало значения от единицы до ста. Из-за ограниченности памяти машины, большие ряды разбивались на части. Вычисления r_τ и $S(P)$ для каждой части ряда велись независимо. В табл. 1 в строках с названиями звезд даны Юлианские дни начала и конца наблюдений и число наблюдений для всего ряда. В следующих строках даны те же сведения для частей рядов.

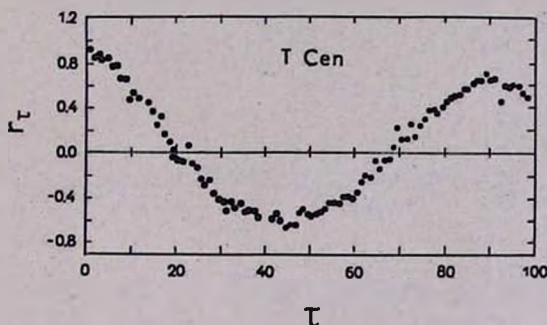


Рис. 1.

На рис. 2 кривые I и II представляют автокорреляционные функции SS Cyg для двух последовательных интервалов времени, подсчитанные с $\Delta t = 1^d 0$. Их подобие, как и подобие кривых спектральных плотностей (I' и II') свидетельствует о стационарности корреляционных характеристик процесса изменения блеска, предсказанной В. А. Амбарцумяном для переменных типа Т Тау [5]. На кривой $\frac{I+II}{2}$ пунктиром нанесена кривая:

$$r_\tau = e^{-0.043\tau} \cos \frac{2\pi}{53.2} \tau + 0.1 \cos \left(\frac{\tau - 27}{40} \right) 2\pi. \quad (3)$$

* Была сделана попытка учесть веса r_τ с помощью множителя $\left(1 + \cos \frac{\tau}{100} \pi\right)$.

Однако она привела к осцилляциям $S(P)$, возможно потому, что при $\tau_{\max} \ll N$ ошибки r_τ практически не зависят от τ .

Таблица 1

Звезда	JD 24...	Число наблюдений	Звезда	JD 24...	Число наблюдений
SS Cyg	28020 — 31892	9905	Z Cam	28066 — 31888	3261
I $\Delta t = 1^d 0$	28020 — 29530	1140*	I $\Delta t = 1^d 0$	28066 — 30430	1140*
II "	29419 — 31011	1140*	II "	30228 — 31799	1140*
I $\Delta t = 0^d 1$	28479.6 — 29066.4	1140*	I $\Delta t = 0^d 1$	28077.5 — 29251.8	1140*
II "	29066.7 — 29955.6	1140*	II "	29252.4 — 30906.7	1140*
III "	29956.5 — 30335.4	1140*	III "	30644.6 — 31887.9	600*
IV "	30336.4 — 31270.9	1140*	RU Peg	28007 — 31854	1229
V "	31271.9 — 31891.8	816*	$\Delta t = 1^d 0$	28007 — 31854	899*

* Число усредненных наблюдений.

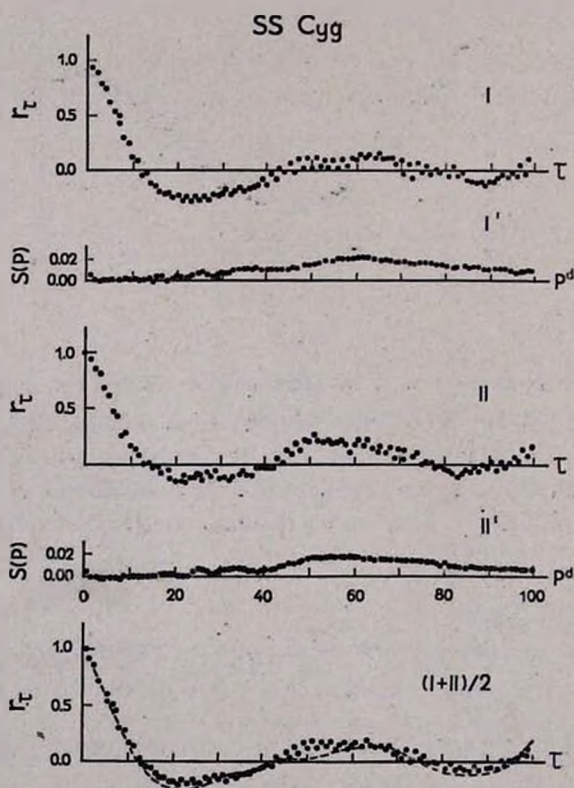


Рис. 2.

Вполне вероятно, что корреляционный анализ до больших τ приведет к необходимости добавить к формуле (3) еще одну или несколько гармоник. Из [6, 7] следует, что такие корреляционные функции наблюдаются у суммы некоррелированных случайных процессов вида

$$X(t) = A \cos(\omega_0 t + \varphi) + \sum_{k=1} \{b_k \cos(\omega_k t + \psi_k) + \varepsilon_k\}, \quad (4)$$

где A , φ и ε_k — случайные величины. Такой характер изменения блеска SS Cyg согласуется с функциями спектральных плотностей, имеющими очень плоские максимумы, включающие периоды из формулы (3). Представление процесса изменения блеска SS Cyg суммой независимых

SS Cyg

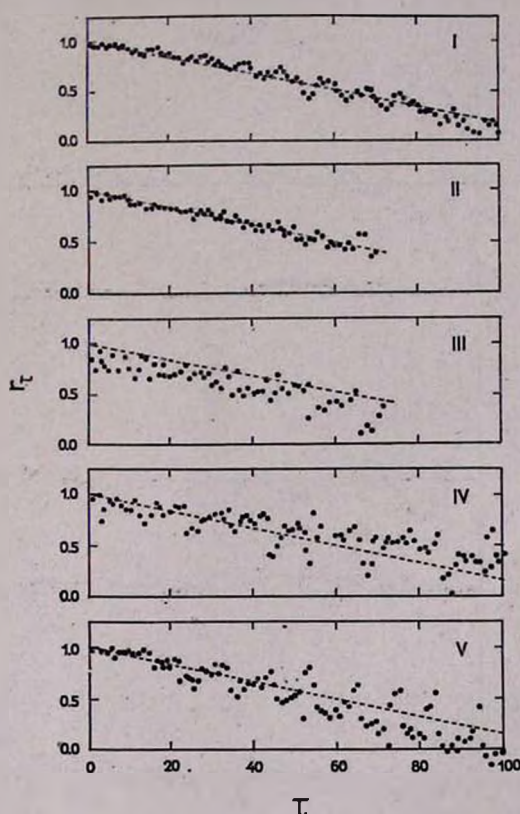


Рис. 3.

случайных процессов находится в согласии с результатами исследования функций распределения блеска [8]. Период в $53^d.2$ близок к продолжительности цикла изменения блеска ($51^d.9$) по [4].

На рис. 3 приведены корреляционные функции SS Cyg для пяти последовательных интервалов времени с $\Delta t = 0^d.1$. Пунктирные кривые вычислены по формуле (3). Из рис. 3 следует, что ряд наблюдений (III) длительностью в 370 дней даже при большом числе наблюдений довольно плохо представляет основные статистические закономерности процесса изменения ее блеска. По-видимому длительность ряда должна быть не менее 500 дней при числе наблюдений порядка 1000. Кривые 1 — 5 не показывают периодических изменений блеска с периодами меньшими 20 дней. Это, однако, не исключает возможности существования быстрых и непродолжительных изменений блеска типа затменных или вспышек, так как в [1] моменты наблюдений даны с точностью до $0^d.1$.

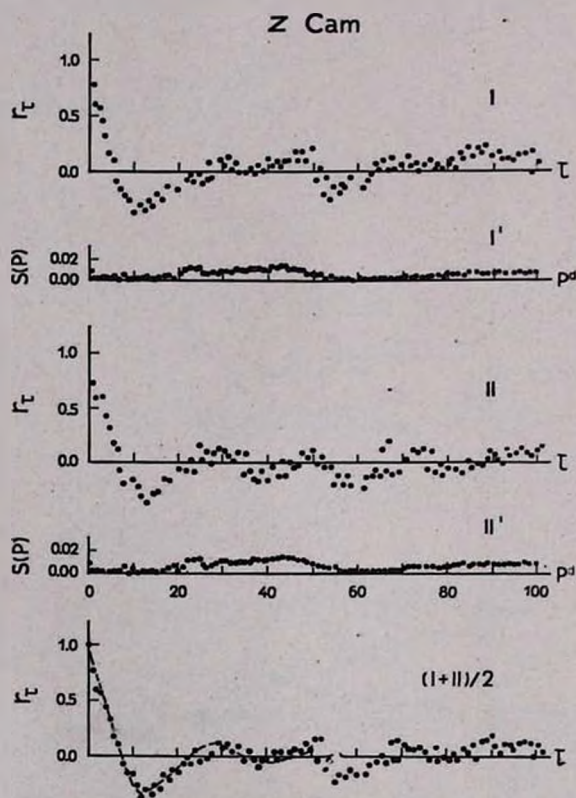


Рис. 4.

На рис. 4 приведены корреляционные и спектральные функции Z Cam, подсчитанные независимо для двух последовательных интервалов времени с $\Delta t = 1^d.0$. (Кривые I, II, I' и II'). Из них следует стационар-

ный и случайный характер процесса изменения блеска Z Cam. Последняя кривая рис. 4 получена путем усреднения кривых I и II. Ее аналитическое выражение имеет вид

$$r_z = e^{-0.0875} \cos \frac{2\pi}{26.9} \tau + \sum_k a_k \cos \left(\frac{2\pi}{P} \tau + \psi_k \right).$$

Пунктиром нанесено первое слагаемое этого выражения. Второе, по-видимому, состоит из не менее двух несоизмеримых гармоник с периодами близкими к 20 дням. Этот период, близкий к периоду незатухающих осцилляций r_z , совпадает с продолжительностью цикла изменения блеска Z Cam по [4]. Функции спектральных плотностей с плоскими максимумами подтверждают случайный характер изменения блеска

Z Cam

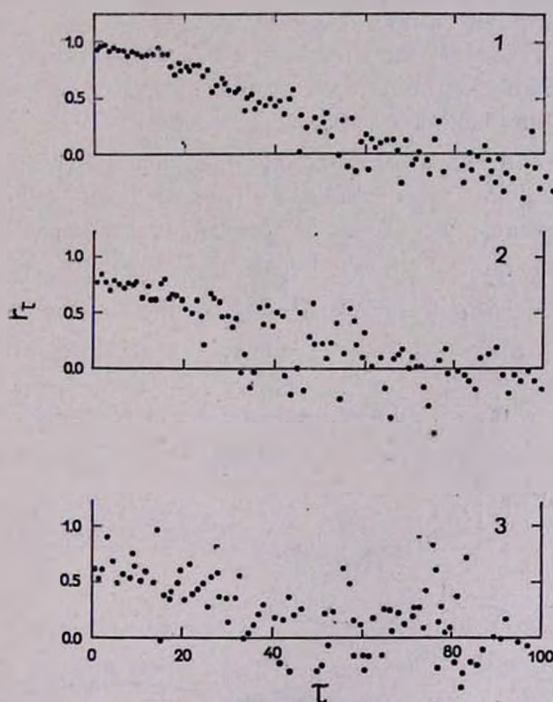


Рис. 5.

переменной. Процесс изменения блеска описывается формулой (4). Представление его суммой независимых случайных процессов согласуется с результатами исследования функций распределения блеска [8]. Кривые 1—3 рис. 5 представляют корреляционные функции Z Cam,

подсчитанные независимо для трех интервалов времени с $\Delta t = 0.1$. Они подтверждают стационарный характер процесса изменения блеска переменной и при разрешении в 0.1 . Из них видно, что у Z Cam не наблюдаются периодические изменения блеска с периодами, меньшими 6 дней. Как и в случае SS Cyg, это не исключает быстрые и непродолжительные изменения блеска через любые промежутки времени.

На рис. 6 приведены автокорреляционная и спектральная функции RU Peg. Пунктиром нанесена функция

$$r_{\tau} = e^{-0.16\tau} \cos \frac{2\pi}{55.4} \tau + 0.27 \cos \frac{2\pi}{70} \tau. \quad (5)$$

Она лишь напоминает кривую r_{τ} , в которую, по-видимому, входит несколько гармоник с несоизмеримыми периодами, близкими к 70 дням. Этот период совпадает с продолжительностью цикла изменения блеска RU Peg по [4]. Плоские максимумы на кривой спектральных плотностей, включающие периоды из формулы (5), свидетельствуют о случайной природе изменений блеска переменной.

Таким образом, из автокорреляционного и спектрального анализов изменений блеска трех типичных переменных типа U Gem следует, что изменения их блеска являются стационарными случайными процессами вида 4. Стационарность процесса в широком смысле, то есть повторение $\overline{m}$, функций распределения [3], корреляционных

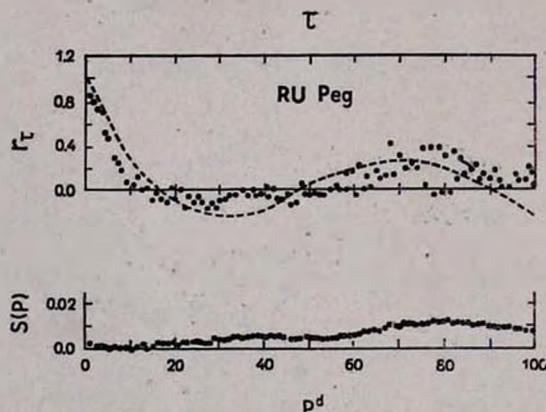


Рис. 6.

функций и функций спектральных плотностей, нам кажется, свидетельствует о реальности полученных закономерностей процессов изменения блеска. Она является также следствием того, что длительность рас-

смотренных рядов наблюдений мала по сравнению со сроками эволюции.

Авторы считают своим долгом вынести глубокую благодарность товарищам, обусловившим возможность выполнения настоящей работы, а именно: А. И. Гамяниной, проводшей счет на электронной машине, Л. Н. Литовченко и В. Сумаревой, подготовившим данные для счета.

ГАО АН УССР

AUTOCORRELATIVE AND SPECTRAL ANALYSIS OF LIGHT OF SS Cyg, Z Cam AND RU Peg

F. G. LUKATSKAYA, G. A. POLISHCHUK

The paper contains the results of autocorrelation and spectral analyses of long sequences of brightness observations SS Cyg, Z Cam and RU Peg. The calculations of normalised autocorrelative functions were carried out by formula, adduced in the text. The formula is suitable for autocorrelative analysis of the long time-series with gaps and arbitrary distribution of observations in time, when the series contain the main statistical regularities of the process and the maximum autocorrelative interval is considerably shorter than the series. The calculations were made with the help of the electronic machine M-20 by two programmes: with intervals $0^d.1$ and $0^d.1$ for $1 \leq \tau \leq 100$. The obtained autocorrelative functions for three mentioned stars are similar. They are typical for stationary stochastic processes which can be presented by the sum of uncorrelated stochastic processes of type:

$$m(t) = A \cos(\omega_0 t + \varphi) + \sum_{i=1}^n \{\beta_i \cos(\omega_i t + \psi_i) + \varepsilon_i\}$$

where A , φ and ε_i are stochastic values; ω_i are close uncommensurable frequencies; and n apparently does not exceed of three.

Л И Т Е Р А Т У Р А

1. Observations of variable stars by the American association of var. star observers, НА 104, 1938: 107, 1940: 110, 1945: 116, 1948.
2. В. С. Пугачев, Теория случайных функций, Физматгиз, М., 1962, 547, 551.
3. Ф. И. Лукацкая, Переменные звезды, 14, 4, 1962.

4. Б. В. Кукаркин, Ю. И. Ефремов, П. П. Паренато, П. Н. Холопов, „Общий каталог переменных звезд“, М., 1958.
5. В. А. Амбарцумян, сб. „Нестационарные звезды“, АН Арм ССР, Ереван, 1957, 10.
6. А. М. Яглом, Успехи математических наук, 7, 5, М., 1952.
7. М. G. Kendall, The advanced theory of statistics, v. II, 1951, 398, 407.
8. Ф. И. Лукацкая, Исследования по физике звезд и диффузной материи, „Наукова думка“, Киев, 1964.