АКАДЕМИЯ НАУК АРМЯНСКОЙ ССР

АСТРОФИЗИКА

ТОМ 2 МАРТ, 1966 ВЫПУСК 1

МОДЕЛЬ РАСШИРЯЮЩЕГОСЯ СВЕРХПЛОТНОГО НЕБЕСНОГО ТЕЛА

Ю. Л. ВАРТАНЯН

Поступила 17 декабря 1965

Рассматривается модель непрерывно расширяющегося небесного тела, которое в начальный момент покоилось. Условие отрицательного дефекта массы, которое необходимо потребовать для такой модели, приводит к ограничению числа частиц в расширяющемся теле.

1. Рассмотрение статических звездных конфигураций вырожденных газовых масс ($T=0$) показывает, что масса, радиус и другие параметры таких тел однозначно определяются значением центральной плотности ρ_c. В ряде работ [1—4] было показано, что при изменении центральной плотности от бесконечно больших значений до плотностей, характерных для белых карликов, массы статических конфигураций $M(\rho_c)$ изменяются незначительно и оказываются порядка массы Солнца. Те конфигурации, массы которых не лежат на кривой $M(\rho_c)$, заведомо являются нестатическими. Спрашивается, какова судьба нестатических объектов. Считается, что такие тела неизбежно должны подвергаться коллапсу [5—8]. В предлагаемой работе делается попытка показать, что не исключена противоположная возможность, а именно беспредельное расширение небесного тела (антиколлапс). Такая модель может представлять определенный интерес в рамках воззрений В. А. Амбарцумяна, согласно которым многие процессы эволюции небесных тел связаны с переходами от более плотных к менее плотным состояниям.

2. Рассмотрение моделей нестатических конфигураций удобно проводить в сопутствующей системе координат, в которой метрика имеет вид [9]

$$ds^2 = e^{\sigma} dt^2 - r^2 (d\theta^2 + \sin^2\theta \, d\varphi^2) - e^{\omega} dR^2, \tag{1}$$

где σ, ω и r — функции от R и t. Будем пользоваться системой единиц [1] $c = k = 1$, $m_n^4 c^5/(32\pi^2 \hbar^3) = 1/4\pi$. В [10] было показано, что уравнения Эйнштейна для метрики (1) можно привести к следующему весьма удобному виду:

$$\dot{u}(R, t) = -4\pi P r^2 \dot{r}, \tag{2}$$

$$u'(R, t) = 4\pi \rho r^2 r', \tag{3}$$

$$\sigma'(R, t) = -\frac{2P'}{P + \rho}, \tag{4}$$

$$\dot{\omega}(R, t) = -\frac{2\dot{\rho}}{P + \rho} - 4\frac{\dot{r}}{r}. \tag{5}$$

Здесь $\rho(R, t)$ — плотность массы, $P(R, t)$ — давление, а $u(R, t)$, с известной оговоркой, представляет массу, содержащуюся в сфере радиуса R в момент времени t,

$$r(R, t) = (r/2)[1 + \dot{r}^2 e^{-\sigma} - r'^2 e^{-\omega}]. \tag{6}$$

В (2—6) точка над функциями означает дифференцирование по времени, а штрих — по координате R.

Для интегрирования этой системы необходимо задать начальные условия, в качестве которых можно выбрать $r(R, 0)$; $\dot{r}(R, 0)$; $\rho(R, 0)$ и $\sigma(\infty, 0)$. Система уравнений (2—5) с такими начальными условиями имеет вполне определенное решение.

Особый интерес представляет рассмотрение тех случаев, когда в начальный момент вещество находится в состоянии покоя, то есть когда $\dot{r}(R, 0) = 0$. Для рассмотрения эволюции таких моделей необходимо знать выражение $\ddot{r}(R, 0)$. Из (2—5) легко найти это выражение, которое имеет вид [10]

$$\ddot{r}(R, 0) = -\frac{e^{\sigma}}{r}\left[4\pi P r^2 + \frac{u}{r} + e^{-\omega} r r' \frac{P'}{P + \rho}\right]. \tag{7}$$

В ряде случаев удается сделать определенные выводы об эволюции небесного тела, пользуясь выражением (7). Так, рассмотрим нестатические конфигурации, состояние которых весьма близко к соответствующим равновесным конфигурациям. Такие нестатические тела можно рассматривать, как возмущенные состояния статических. Зададим в качестве начальных условий

$$r = R, \qquad \dot{r} = 0, \qquad \rho = (1 + \varepsilon)\,\rho_0,$$

где $\varepsilon \ll 1$, а $\rho_0(R)$ — плотность соответствующей равновесной конфигурации. Легко показать, что в этом случае все величины, входящие в правую часть (7), также выражаются через соответствующие свои значения для равновесных конфигураций и малый параметр ε. Имея также в виду, что для равновесных конфигураций выражение в квадратной скобке равно нулю, для $\ddot{r}(R, 0)$ получим

$$\ddot{r}(R, 0) = -\varepsilon \frac{e^{\nu}}{R} \left\{ \frac{u_0}{R}(1-\gamma) + \frac{\gamma' P_0 (R - 2u_0)}{P_0 + \rho_0} + \left(4\pi P_0 R^2 + \frac{u_0}{R}\right) \left[\frac{\rho_0 + \gamma P_0}{\rho_0 + P_0} + \frac{2u_0}{R - 2u_0} \right] \right\}. \tag{8}$$

Здесь все величины с индексом нуль относятся к соответствующей равновесной конфигурации, а γ — показатель адиабаты

$$\gamma = \frac{d \ln P_0}{d \ln \rho_0}.$$

Для конфигураций, состоящих из идеального вырожденного нейтронного газа, при изменении плотности от бесконечно больших значений до нуля γ монотонно меняется в пределах $1 \leqslant \gamma \leqslant {}^5/_3$, то есть $\gamma' > 0$. Следовательно, второй член в фигурных скобках (8) положителен, то есть знак $\ddot{r}(R, 0)$ будет обратным знаку ε. Это означает, что при добавлении массы к равновесной конфигурации ($\varepsilon > 0$) последняя начнет сжиматься, в то время как в обратном случае ($\varepsilon < 0$) — расширяться. Это сжатие или расширение будет продолжаться до тех пор, пока звезда не попадет на стабильную ветвь ($dM/d\rho_c > 0$) кривой $M(\rho_c)$. Однако, если в качестве невозмущенной конфигурации рассматривать конфигурацию с максимальной массой (максимум кривой $M(\rho_c)$) и добавить к ней массу (случай рассмотренный в [8]), то звезда, сжимаясь, больше нигде не сможет попасть на кривую $M(\rho_c)$, и следовательно будет иметь место коллапс.

3. Рассмотрим следующую модель. Пусть небесное тело состоит из идеального ультрарелятивистского Ферми-газа, для которого урав-

нение состояния имеет вид

$$P = \frac{1}{3}\rho. \tag{9}$$

Плотность энергии ρ может быть выражена также через концентрацию частиц n

$$\rho = \frac{3}{4}(3\pi^2)^{1/3}\hbar n^{4/3}. \tag{10}$$

Выберем функцию $\rho(R, 0)$ в следующем виде

$$\rho(R, 0) = \frac{a}{R^2}, \qquad R < R_0; \qquad \rho(R, 0) = 0, \qquad R > R_0. \tag{11}$$

Такая модель была рассмотрена Я. Б. Зельдовичем в [7], где было показано, что при $a \to 1/8\pi$ масса звезды M (при заданном полном числе барионов N) будет стремиться к нулю, то есть получится максимальный дефект массы. Здесь мы рассматриваем ту же модель в другом аспекте. Отметим, что, как было указано в [7], особенность в центре и скачок на границе несущественны для получающихся результатов (можно сгладить эти особенности, и результат от этого не изменится).

Кроме задания $\rho(R, 0)$, нам необходимо задать также $r(R, 0)$ и $\dot{r}(R, 0)$. Для этих начальных условий мы снова выбираем $r(R, 0) = R$, $\dot{r}(R, 0) = 0$. Для выяснения того, расширяется или сжимается такая конфигурация в начальный момент времени, необходимо знать выражение $\ddot{r}(R, 0)$. Из (3) и (6) находим

$$u(R, 0) = 4\pi aR, \qquad e^{-\omega(R, 0)} = 1 - 8\pi a. \tag{12}$$

С учетом (12) для $\ddot{r}(R, 0)$ получаем

$$\ddot{r}(R, 0) = \frac{e^{\nu}}{2R}\left(1 - \frac{a}{a_0}\right), \tag{13}$$

где $a_0 = \dfrac{3}{56\pi}$. Из (13) видно, что если $a > a_0$, то конфигурация начнет сжиматься, если же $a < a_0$ — расширяться. При $a = a_0$ мы приходим к статическому случаю [12].

Таким образом, первоначально покоящееся вещество может не только сжиматься, но и расширяться. Однако, чтобы это расширение имело место на всем протяжении эволюции, то есть чтобы небесное тело перешло бы из сверхплотного состояния в диффузное, необходимо, чтобы масса плотного тела была больше массы диффузного состояния, то есть такое тело должно обладать отрицательным дефектом массы. В случае статических конфигураций, как было показано в [11] (см. также [1, 12, 13, 4]), релятивистская теория тяготения допускает существование таких метастабильных конфигураций. Конечно, конфигурации с отрицательным дефектом массы не могут образоваться в схеме, в которой эволюционный путь небесного тела идет от разреженного состояния к плотному. Однако, в противоположной концепции (концепция Амбарцумяна), в которой развитие идет от плотного состояния к разреженному, существование таких тел может считаться возможным. В частности они могут быть остатками некоторых дозвездных тел, физические свойства и закономерности которых мало известны. (На одну космологическую возможность образования расширяющихся тел было также указано в [14]).

Требование отрицательного дефекта массы кладет ограничение (в рассматриваемой модели) на число частиц в таком нестатическом теле. Действительно, из (10) и (11) можно найти концентрацию частиц $n(R, 0)$, после чего для полного числа частиц $N(R_0, 0)$ находим $N(R_0, 0) = \text{const}\, R^{3/2}$. Выражая R_0 через $N(R_0, 0)$ и подставляя в соотношение $M = 4\pi a R_0$, получаем [7]

$$M = 1.5\,(3\pi^2)^{1/3}\,(\hbar a)^{1/2}\,(1 - 8\pi a)^{1/3}\,N^{2/3}.$$

Условие отрицательного дефекта массы $mN < M$ (где m — масса нуклона), приводит для N к следующему ограничению

$$N \leqslant \frac{81}{8}\,\frac{\pi^2}{m^3}\,(\hbar a)^{3/2}\,(1 - 8\pi a). \tag{14}$$

Подставляя в (14) $a = a_0$, получим верхний предел для числа барионов и радиуса в непрерывно расширяющейся модели

$$N_{max} = 0.24\,N_{\odot}; \quad (R_0)_{max} = 1.63 \text{ км}, \tag{15}$$

где $N_{\odot}$ — число нуклонов в Солнце. Импульс у поверхности такой конфигурации оказывается порядка 1 *Bev*. Это означает, что частицы даже у поверхности являются релятивистскими, чем оправдывается использование уравнения состояния (9) — (10) во всем объеме.

Укажем еще раз, что данные (15) получились из двух требований: 1) отрицательный дефект массы ($mN < M$); 2) расширение в начальный момент времени ($\ddot{r}(R, 0) > 0$). Понятно, что из этих двух требований для расширяющейся модели более существенным является первое условие, то есть если тело имеет избыток энергии и в начальный момент сжимается, то оно в дальнейшем будет иметь возможность расширяться. Возникает вопрос, нельзя ли отказавшись от второго условия ($\ddot{r}>0$), то есть от модели непрерывно расширяющегося тела, увеличить $N_{\max}$. Однако, соотношение (14), которое выведено только из условия отрицательного дефекта массы, для a, при котором получается максимальное N, дает $a = 3/40\pi$. Это значение мало отличается от значения $a_0 = 3/56\pi$, которое удовлетворяет как первому условию, так и второму. Таким образом, отказ от условия непрерывного расширения лишь незначительно изменит значение $N_{\max}$.

Если на основе (14) вычислить среднее расстояние между барионами $\bar{l} = \bar{n}^{-1/3}$, где $\bar{n}$ — средняя концентрация, то эта величина оказывается порядка так называемого „радиуса" нуклонов, равного 0.4 f. Как известно, на таких расстояниях между нуклонами действуют весьма мощные силы отталкивания. Посмотрим, как изменит это взаимодействие полное число барионов и радиус звезды. В [15, 16] было показано, что при весьма больших плотностях с учетом взаимодействия уравнение состояния имеет вид $P = \rho = bn^2$, где b — постоянная. Такое уравнение состояния приводит в (13) к значению $a_0 = 1/16\pi$. Для вычисления N и R_0 необходимо знать значение постоянной b, которая входит в уравнение состояния. В [17] на основе теории ядерной материи для b было получено $b = 8.03 \cdot 10^{-43}$ *эрг см*^{3}. Такого же порядка оказывается значение этой постоянной, если пользоваться результатами [15], где была построена модель взаимодействия через векторные мезоны. Эта модель приводит для b к значению

$$b = 8\pi\hbar^3/m^2 = 3.5 \cdot 10^{-43} \text{ эрг см}^3. \tag{16}$$

Для конкретности мы будем пользоваться для b выражением (16). (Это удобно, так как в (16) b выражено через универсальные постоянные). Из (16) и (11) для $n(R, 0)$ получаем

$$n(R,\ 0) = \left(\frac{m^2}{8\pi\hbar^3}\right)^{1/2} \frac{a^{1/2}}{R}.$$

Используя выражение $n(R, 0)$, для $N_{\max}$ и $(R_0)_{\max}$ можно получить

$$N_{\max} = \frac{\hbar^{3/2}}{4m^3} = 0.47\ N_{\odot},$$

$$(R_0)_{\max} = 2N_{\max}^{1/3}\,(\hbar^3/m^2)^{1/3} = 2.73 \text{ км}.$$

Таким образом, учет взаимодействия, как и в случае равновесных конфигураций [4], не может существенно изменить значение основных параметров.

4. Нахождение временной зависимости функций, характеризующих нестатические конфигурации, связано с численным интегрированием системы (2—5). Однако, некоторые выводы о начальной стадии расширения можно сделать и без численного интегрирования.

Так из (13) для начальных моментов времени легко найти выражение $\rho(R, t)$

$$\rho(R, t) = \rho(R, 0)(1 - \beta^2 t^2),$$

где в случае реального газа

$$\beta^2 = 2(1 - 8\pi a)(1 - 16\pi a)/R_0^2. \tag{17}$$

Соотношение (17) справедливо до таких моментов времени t, для которых $\beta^2 t^2 \ll 1$. Для конфигураций, у которых значение постоянной a близко к своему предельному значению, то есть когда $1 - 16\pi a = \alpha^2$, $\alpha^2 \to 0$, величина β^2 также оказывается малой, $\beta^2 = \alpha^2/R_0^2$.

Выражаю благодарность Г. С. Саакяну за интерес к работе и полезные советы. Я также благодарен Э. В. Чубаряну и М. А. Мнацаканяну за обсуждения.

Бюраканская астрофизическая
обсерватория

THE MODEL OF AN EXPANDING SUPERDENSE CELESTIAL BODY

Y. L. VARTANIAN

The model of a continuously expanding celestial body that was in a still state at the initial moment, is considered.

The condition of the negative mass-defect that is necessary for this model leads to the limination of the number of particles in an expanding body.

ЛИТЕРАТУРА

1. *J. R. Oppenheimer, G. M. Volkoff*, Phys. Rev., 55, 374, 1939.
2. *В. А. Амбарцумян, Г. С. Саакян*, Астрон. ж., 38, 785, 1961.
3. *Дж. Уилер*, Гравитация, нейтрино и Вселенная, ИЛ, М., 1962.
4. *Г. С. Саакян, Ю. Л. Вартанян*, Астрон. ж., 41, 193, 1964.
5. *R. Tolman*, Proc. Nat. Acad. Sci., 20, 169, 1934.
6. *J. R. Oppenheimer, H. Snyder*, Phys. Rev., 56, 455, 1939.

7. *Я. Б. Зельдович*, ЖЭТФ, 42, 1667, 1962.
8. *М. А. Подурец*, ДАН СССР, 154, 300, 1964.
9. *Л. Д. Ландау, Е. М. Лифшиц*, Теория поля, Физматгиз, М., 1962.
10. *М. А. Подурец*, Астрон. ж., 41, 28, 1964.
11. *В. А. Амбарцумян, Г. С. Саакян*, Астрофизика, 1, 7, 1965.
12. *В. А. Амбарцумян, Г. С. Саакян*, Астрон. ж., 38, 1016, 1961.
13. *Я. Б. Зельдович*, ЖЭТФ, 42, 1667, 1962.
14. *И. Д. Новиков*, Астрон. ж., 41, 1075, 1964.
15. *Я. Б. Зельдович*, ЖЭТФ, 41, 1609, 1961.
16. *Г. С. Саакян*, Известия АН Арм. ССР, сер. физ.-мат., 14, 6, 117, 1961.
17. *Г. С. Саакян, Ю. Л. Вартанян*, Сообщ. Бюр. обс., 33, 55, 1963; Nuovo Cimento, 30, 82, 1963.