АКАДЕМИЯ НАУК АРМЯНСКОЙ ССР

АСТРОФИЗИКА

ТОМ 1 ИЮНЬ, 1965 ВЫПУСК 2

ОБ ОДНОМ ЧАСТНОМ СЛУЧАЕ РАВНОВЕСИЯ ВРАЩАЮЩЕЙСЯ ЦИЛИНДРИЧЕСКОЙ КОНФИГУРАЦИИ ПРИ НАЛИЧИИ МАГНИТНОГО ПОЛЯ

Р. С. ОГАНЕСЯН

Поступила 19 апреля 1965

Рассматривается вопрос равновесия самогравитирующей цилиндрической конфигурации с учетом вращения при наличии магнитного поля в предположении взаимной компенсации центробежных и магнитных сил. Вычисляется напряженность магнитного поля для твердотельного ($\omega = \omega_0 = \mathrm{const}$) и нетвердотельного $\omega = \omega_0/(1+\alpha^2 r^2)$ вращения.

В общем случае равновесное состояние любой гравитирующей системы при наличии магнитного поля с учетом вращения можно описать с помощью уравнения движения, комбинируя его с уравнениями состояния и гравитационного поля.

$$\rho \frac{d\vec{v}}{dt} = -\operatorname{grad} P - \rho \operatorname{grad} \varphi + \frac{1}{4\pi}\left[\operatorname{rot}\vec{H}\vec{H}\right] + \rho\omega^2 \vec{r};$$

$$P = \frac{\Theta}{m}\rho; \qquad \nabla^2\varphi = 4\pi G\rho. \tag{1}$$

В работах [1, 2] в предположении взаимной компенсации центробежных и гравитационных или центробежных и магнитных сил рассматриваются возможные равновесные состояния самогравитирующей материи и в ряде случаев исследуется вопрос их устойчивости.

Предполагая цилиндрическую симметричность самогравитирующей среды с учетом компенсации центробежных и магнитных сил для равновесного состояния, из (1) получим:

$$\frac{d\vec{v}}{dt}=0; \qquad \operatorname{grad} P+\rho \operatorname{grad} \varphi=0;$$
$$\frac{1}{4\pi}\,[\operatorname{rot} \vec{H}\vec{H}]+\rho\omega^2\vec{r}=0. \tag{2}$$

Далее, задавая магнитное поле в виде $H=(0, 0, H)$ и принимая, что $\frac{\partial}{\partial\varphi}=\frac{\partial}{\partial z}=0$, найдем

$$\rho=\rho_0 \exp\left\{-\frac{m}{\Theta}\varphi\right\}, \qquad \nabla^2\varphi=4\pi G\rho_0 \exp\left\{-\frac{m}{\Theta}\varphi\right\},$$
$$\frac{H}{4\pi r}\frac{d}{dr}(rH)=\rho\omega^2 r. \tag{3}$$

Решение для самосогласованного потенциала φ и закон распределения плотности есть [3]

$$\varphi=\frac{2\Theta}{m}\ln(1+\beta^2 r^2); \qquad \rho=\rho_0(1+\beta^2 r^2)^{-2}, \tag{4}$$

где $\beta^2=4\pi G\rho_0 m/\Theta$, ρ_0 — плотность на оси симметрии. Для магнитного поля находим

$$H^2=\frac{8\pi}{r^2}\int\rho\omega^2 r^3 dr+\frac{c}{r^2}, \tag{5}$$

c — произвольная постоянная, подлежащая определению из граничных условий магнитного поля.

Таким образом, при наличии магнитного поля типа (5), цилиндрическая конфигурация может находиться в состоянии стационарного вращения, причем плотность распределения гравитирующей материи такая же, как и в отсутствие магнитного поля без вращения. В выражении (5) угловая скорость ω может оказаться функцией радиуса r. Рассмотрим следующие случаи:

1. Твердотельное вращение $\omega=\omega_0=\text{const}$. Тогда из (5) с учетом (4) получим

$$H^2=\frac{8\pi\rho_0\omega_0^2}{\beta^2 r^2}\left\{\frac{r^2}{2}-\frac{1}{2\beta^2}\ln(1+\beta^2 r^2)+\frac{1}{2\beta^2}\ln\beta^2\right\}+\frac{c}{r^2}. \tag{6}$$

Свойство конечности приводит к $c=-4\pi\rho_0\omega^2\ln\beta^2/\beta^4$. Окончательно получим следующую структуру магнитного поля:

$$H=\left\{1-\frac{\ln(1+\beta^2 r^2)}{\beta^2 r^2}\right\}^{1/2} H_\infty,$$

где

$$H_\infty = \left\{ \frac{4\pi\rho_0\omega_0^2}{\beta^2} \right\}^{1/2} = \omega_0 \left(\frac{\Theta}{Gm} \right)^{1/2}. \tag{7}$$

Из (6) видно, что $H(0) = 0$, $H(\infty) = H_\infty$, т. е. H_∞ есть значение напряженности магнитного поля на достаточно большом расстоянии от оси цилиндра.

В качестве иллюстрации вычислим H_∞ для нашей Галактики со следующим значением параметров, входящих в H_∞ [1, 3, 4]:

$$\omega_0 = 0.96 \cdot 10^{-15} \text{ сек}^{-1}; \qquad G = \frac{2}{3} 10^{-7} \text{ г}^{-1} \text{ см}^3\text{сек}^{-2};$$

$$\frac{\Theta}{m} = \frac{1}{3v^2} = 10^{12} \frac{\text{см}^2}{\text{сек}^2}.$$

Выполняя вычисления, получим $H_\infty = 3.7 \cdot 10^{-6}$ гаусс, что по порядку совпадает с галактическим магнитным полем. Аналогичным образом можно найти H_∞ для волокон газопылевых туманностей.

2. Нетвердотельное вращение $\omega = \omega_0/(1 + \alpha^2 r^2)$. Подставляя это значение ω в (7) и определяя постоянную c из условия конечности, после несложных вычислений получим

$$H = H_0 \left\{ \frac{1}{(\alpha^2 - \beta^2) r^2} \ln \frac{1 + \alpha^2 r^2}{1 + \beta^2 r^2} - \frac{1}{1 + \alpha^2 r^2} \right\}^{1/2}, \tag{8}$$

где

$$H_0 = \frac{4\pi\rho_0\omega_0^2}{\alpha^2 - \beta^2}.$$

При $\alpha = \beta$ имеем:

$$H = H_0 \beta r (1 + \beta^2 r^2)^{-1}, \tag{9}$$

где

$$H_0 = \omega_0 \left(\frac{\Theta}{2Gm} \right)^{1/2} = \frac{1}{\sqrt{2}} H_\infty.$$

Из (8) и (9) видно, что $H(0) = H(\infty) = 0$, т. е. состояние стационарного нетвердотельного вращения осуществляется пространственно-локализованными магнитными полями.

Ереванский государственный
университет

ON ONE PARTICULAR CASE OF THE EQUILIBRIUM OF A ROTATING CYLINDRICAL CONFIGURATION IN THE PRESENCE OF A MAGNETIC FIELD

R. S. HOVHANNESSIAN

The question of the equilibrium of a self-gravitating cylindrical configuration with a calculation of a rotation in the presence of a magnetic field is examined. A mutual compensation of centrifugal and magnetic powers is assumed.

The strength of a magnetic field for the cases $\omega = \omega_0 = \mathrm{const}$ and $\omega = \omega_0/(1 + \alpha^2 r^2)$ is calculated.

ЛИТЕРАТУРА

1. *A. Pacholczyk, J. Stodolkiewicz*, Acta Astronomica, 10, № 1, 1, 1960.
2. *М. К. Жекамухов*, Вестн. МГУ, „Физика и астрономия", № 3, 47, 1964.
3. *А. А. Власов*, Вестн. МГУ, „Математика, физика", № 4, 95, 1957.
4. *С. А. Каплан, С. Б. Пикельнер*, Межзвездная среда, Физматгиз, М., 1963.