

З. А. ЗОРЯН

ИССЛЕДОВАНИЕ ВОПРОСА АДАПТАЦИИ НА СРЕДНЕМ УРОВНЕ С ЦЕЛЮ КРАТКОСРОЧНОГО ПРОГНОЗА МЕТЕОЭЛЕМЕНТОВ

Геострофическое соотношение имеет большое практическое значение, так как оно очень просто описывает основные свойства движения большого масштаба. Кроме того, это соотношение позволяет отфильтровывать паразитарные волны с точки зрения погодообразования, в силу чего дает возможность упростить уравнения гидротермодинамики с учетом квазигеострофического соотношения и получить прогностические уравнения, предложенные впервые И. А. Кибелем (1940 г.) [4].

Несмотря на это, геострофическое равновесие не может постоянно сохраняться, в противном случае погода осталась бы неизменной. Следовательно, нарушение геострофического равновесия имеет не менее важное значение, чем геострофическое соотношение, и процессы его установления (адаптация) и нарушения являются наиболее важными динамическими процессами, влияющими на изменение погоды.

В литературе известен ряд работ по линейной теории адаптации метеорологических полей [2, 5—12].

В этих работах показано, что при любых начальных значениях горизонтальных скоростей и давления движение в атмосфере быстро переходит в геострофическое. Аномалия в распределении ветра вызывает образование волны, распространяющейся со скоростью, близкой к скорости звука. С течением времени энергия этого волнового компонента рассеивается, и характеристики поля приближаются к геострофическому соотношению.

Что касается вопроса адаптации в нелинейном случае, то здесь мы пока полного представления не имеем. В работе [1] исследован вопрос адаптации с помощью полных уравнений гидродинамики для одномерного случая двойного слоя жидкости. Расчеты показали, что начальная агеострофичность быстро адаптируется в соответствии с линейной теорией многих авторов, но с увеличением времени в прежних невозмущенных районах развиваются новые агеострофические ветры, которые быстро усиливаются. Новая область разрушения геострофического равновесия со скоростью инерционно-гравитационной волны перемещается с запада на восток.

Нашей целью является исследование вопроса адаптации на среднем уровне с помощью полных уравнений гидродинамики с неявными производными.

Исходными уравнениями являются [7]:

$$\frac{\partial u}{\partial t} + u \frac{\partial u}{\partial x} + v \frac{\partial u}{\partial y} = -\frac{\partial \Phi}{\partial x} + lv, \quad (1)$$

$$\frac{\partial v}{\partial t} + u \frac{\partial v}{\partial x} + v \frac{\partial v}{\partial y} = -\frac{\partial \Phi}{\partial y} - lu, \quad (2)$$

$$\frac{\partial \Phi}{\partial t} + u \frac{\partial \Phi}{\partial x} + v \frac{\partial \Phi}{\partial y} = -c^2 \left(\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} \right) \quad (3)$$

Здесь приняты следующие обозначения:

$\Phi = gH$ — геопотенциал; u , v — горизонтальные составляющие вектора скорости по x и y , соответственно, причем x направлена по касательной круга широты на восток; y — по меридиану на север; $l = 2\omega \cos \theta$ — параметр Корнолиса; $\omega = 7,29 \cdot 10^{-5} \text{ сек}^{-1}$ — величина угловой скорости Земли; $c = \sqrt{gH_0}$, H_0 — высота однородной атмосферы, скорость звука $c = 280 \text{ м/сек}$; $H_0 = 8 \cdot 10^3 \text{ м}$.

Для решения системы (1)–(3) введем новые переменные, как в [4]

$$X = x - \int_0^t u(x, y, t) dt; \quad Y = y - \int_0^t v(x, y, t) dt; \quad T = t;$$

$$A(x, y, t) = \bar{A}(X, Y, T); \quad f(x, y, t) = \bar{f}(X, Y, T),$$

где

$$A(x, y, t) = \begin{cases} u(x, y, t) \\ v(x, y, t) \\ \Phi(x, y, t) \end{cases}; \quad f(x, y, t) = \begin{cases} -\Phi_x + lv \\ -\Phi_y - lu \\ -c^2(u_x + v_y) \end{cases}.$$

Тогда вместо уравнений типа (1)–(3) будем иметь:

$$\frac{\partial \bar{A}}{\partial T} - \bar{f} = \bar{u} \left(\frac{\partial \bar{A}}{\partial X} - \frac{\partial \bar{A}}{\partial X} \right) + \bar{v} \left(\frac{\partial \bar{A}}{\partial Y} - \frac{\partial \bar{A}}{\partial Y} \right). \quad (4)$$

Шаг по времени выбираем таким, чтобы члены, стоящие в правой части уравнения (2), были бы, по крайней мере, на порядок меньше, чем в левой части, т. е.

$$\Delta t < \frac{2\delta s}{5U_{\max}}.$$

Тогда вместо уравнения (4) получим

$$\bar{A}(X, Y, \Delta t) - \Delta t \bar{f} = \bar{A}(X, Y, 0).$$

Переходя к старым переменным, будем иметь

$$A(x, y, \Delta t) - \Delta t f = A^0(X, Y). \quad (5)$$

где

$$A^0(X, Y) = \bar{A}|_{t=0}.$$

Правую часть уравнения (5) разлагаем в ряд Тейлора в окрестности точки (x, y) . При выбранном нами шаге δt можно брать лишь первые члены разложения, так как нелинейные члены, по крайней мере, на порядок меньше линейных. Тогда получим

$$u + \delta t u_x^0 \cdot u + \delta t u_y^0 \cdot v = -\delta t \Phi_x + l \delta t \cdot v + u^0, \quad (6)$$

$$v + \delta t v_x^0 \cdot u + \delta t v_y^0 \cdot v = -\delta t \Phi_y - l \delta t \cdot u + v^0, \quad (7)$$

$$\Phi + \delta t \Phi_x^0 \cdot u + \delta t \Phi_y^0 \cdot v = -\delta t c^2 (u_x + v_y) + \Phi^0. \quad (8)$$

Из уравнений (6) и (7) можно найти u и v . Тогда исключая u , v и их производные, из уравнения (8) получим одно уравнение для геопотенциала:

$$a_{11} \frac{\partial^2 \tilde{\Phi}}{\partial x^2} + a_{22} \frac{\partial^2 \tilde{\Phi}}{\partial y^2} - a_{12} \frac{\partial^2 \tilde{\Phi}}{\partial x \partial y} - A \frac{\partial \tilde{\Phi}}{\partial x} - B \frac{\partial \tilde{\Phi}}{\partial y} - \frac{\Delta}{c^2 \delta t^2} \tilde{\Phi} = F, \quad (9)$$

$$u = \frac{1}{\Delta} [(1 + \delta t v_y^0) (u^0 - \delta t \Phi_x) + \delta t (l - u_y^0) (v^0 - \delta t \Phi_y)], \quad (10)$$

$$v = \frac{1}{\Delta} [(1 + \delta t u_x^0) (v^0 - \delta t \Phi_y) - \delta t (l + v_x^0) (u^0 - \delta t \Phi_x)], \quad (11)$$

здесь

$$a_{11} = 1 + \delta t v_y^0 > 0, \quad a_{22} = 1 + \delta t u_x^0 > 0, \quad a_{12} = \delta t (v_x^0 + u_y^0),$$

$$\Delta = 1 + \delta t (u_x^0 + v_y^0) - l (\delta t)^2 (u_y^0 - v_x^0 - l) > 0,$$

$$A = \delta t l + (1 + \delta t v_y^0) \left(\frac{\Delta_x}{\Delta} - \frac{1}{c^2} \Phi_x^0 \right) - \delta t (l + v_x^0) \left(\frac{\Delta_y}{\Delta} - \frac{1}{c^2} \Phi_y^0 \right),$$

$$B = \delta t (l - u_y^0) \left(\frac{\Delta_x}{\Delta} - \frac{1}{c^2} \Phi_x^0 \right) + (1 + \delta t u_x^0) \left(\frac{\Delta_y}{\Delta} - \frac{1}{c^2} \Phi_y^0 \right),$$

$$F = \left[\left(\Phi_x^0 - \frac{u_x^0}{\delta t} \right) A + \left(\Phi_y^0 - \frac{v_y^0}{\delta t} \right) B + 2(u^0, v^0) + l(v_y^0 - u_x^0) + \right. \\ \left. + \frac{1}{\delta t} (u_x^0 + v_y^0) - a_{11} \Phi_{xx}^0 + a_{12} \Phi_{xy}^0 - a_{22} \Phi_{yy}^0 \right],$$

$$\tilde{\Phi} = \Phi - \Phi^0.$$

Здесь отброшены члены порядка $(\delta t v_y^0)^2$ по отношению к 1. Коэффициент a_{12} мал по отношению к a_{11} и a_{22} , так что третий член в уравнении (9) опускается.

Положительность выражений a_{11} , a_{22} и Δ обеспечивается выбором шага δt .

Производные, входящие в коэффициенты уравнения (9), в конечно-разностном виде аппроксимируются выражениями

$$(u_x)_0 = \frac{1}{8\delta s} (u_{10} + u_{16} - u_{12} - u_{14}),$$

$$(u_y)_0 = \frac{1}{8\delta s} (u_{10} + u_{12} - u_{14} - u_{16}),$$

$$(u_{xx})_0 = \frac{1}{12(\delta s)^2} (u_{10} + u_{12} + u_{14} + u_{16} + u_{18} - 2u_{11} - 2u_{15} - 2u_{13}),$$

$$(u_{xy})_0 = -\frac{1}{8(\delta s)^2} (u_{10} + u_{14} + 2u_{12} - u_{16} - u_{11} - u_{13} - u_{15}),$$

$$(u_{yy})_0 = \frac{1}{12(\delta s)^2} (u_{10} + u_{11} + u_{12} + u_{14} + u_{15} + u_{16} - 2u_{13} - 2u_{12} - 2u_{14}),$$

нумерация здесь поставлена согласно нижеприведенной диаграмме.

Диаграмма

12		11		10
	6	2	5	
13	3	0	1	9
	7	4	8	
14		15		16

Производные геопотенциала аппроксимируем по формулам

$$(\Phi_{xx})_0 = \frac{1}{(\delta s)^2} (\Phi_1 + \Phi_3 - 2\Phi_0),$$

$$(\Phi_{yy})_0 = \frac{1}{(\delta s)^2} (\Phi_2 + \Phi_4 - 2\Phi_0),$$

$$(\Phi_x)_0 = \frac{1}{2\delta s} (\Phi_1 - \Phi_3), \quad \Phi_y = \frac{1}{2\delta s} (\Phi_2 - \Phi_4).$$

Конечно-разностное уравнение, соответствующее (9), решается итерационным методом Либмана по начальным данным.

После каждого шага по найденным значениям геопотенциала находим u и v по формулам (10) и (11). Полученные значения u , v принимаются как начальные для следующего шага и т. д.

Рассмотрим несколько примеров для исследования вопроса адаптации.

Пусть

$$H = \bar{H} + A \exp\left(-k^2 \frac{r^2}{L^2}\right) \cos 2\pi \frac{r}{L}. \quad (12)$$

Здесь

$$r = \sqrt{(x - x_0)^2 + (y - y_0)^2}, \quad \bar{H} = 500 \text{ джм}, \quad k^2 = 9.$$

Для численного расчета примеров приняты следующие значения:

$$L = 4,8 \cdot 10^6 \text{ м}, \quad A = 20 \text{ джм (или } 10 \text{ джм)}, \quad \delta s = 3 \cdot 10^3 \text{ м},$$

$$\varepsilon^2 = 7,5 \cdot 10^4 \text{ м}^2 \text{ сек}^{-2}, \quad l = 1,2 \cdot 10^{-4} \text{ сек}^{-1}, \quad \beta = 1,3 \cdot 10^{-11} \text{ м}^{-1} \text{ сек}^{-2}.$$

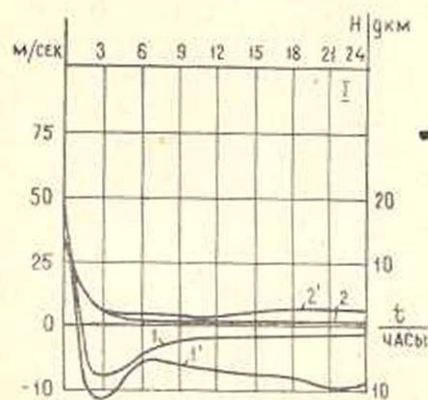
Область интегрирования была покрыта сеткой 20×14 , причем в центре этой области, согласно формуле (12), в начальный момент имелся антициклон.

Рассматривались следующие варианты.

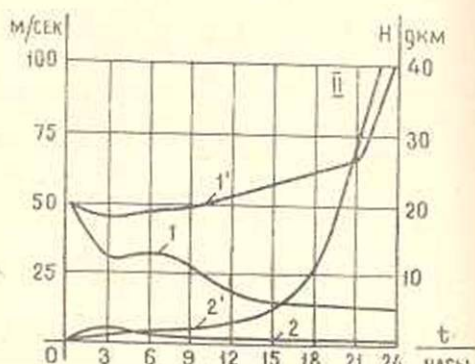
При $t = 0$:

- I. H — по формуле (12), $A = 20$ дкм, $u = 0$, $v = -v_g = -\frac{g}{f} \frac{\partial H}{\partial x}$.
 II. H — по формуле (12), $A = 20$ дкм, $u = u_g$, $v = v_g$.
 III. H — по формуле (12), $A = 10$ дкм, $u = v = 0$.
 IV. $H = 0$, $u = u_g$, $v = v_g$, u_g и v_g вычислялись по формуле (12) при $A = 10$ дкм.

Расчеты проводились при $\delta t = 30$ мин. и $\delta t = 1$ ч., причем при $\delta t = 30$ мин вычислялись только варианты I и II. Результаты обработки представлены на фиг. 1 и 2. При $\delta t = 1$ ч. вычислялись также



Фиг. 1. Вариант I: 1 — H , 2 — максимальное из значений $|u - u_g|$ и $|v - v_g|$ при $\delta t = 1$ час; 1' — H , 2' — максимальное из значений $|u - u_g|$ и $|v - v_g|$ при $\delta t = 30$ мин.

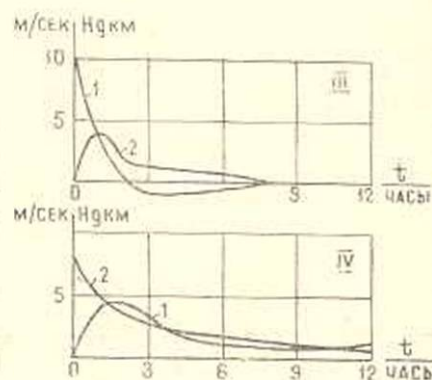


Фиг. 2. Вариант II: 1 — H , 2 — максимальное из значений $|u - u_g|$ и $|v - v_g|$ при $\delta t = 1$ час; 1' — H , 2' — максимальное из значений $|u - u_g|$ и $|v - v_g|$ при $\delta t = 30$ мин.

варианты III и IV, результаты обработки полученных данных представлены на фиг. 3.

На этих графиках приведены максимальные значения H и отклонения скорости от скорости геострофического ветра в зависимости от времени.

Обработка велась следующим образом. Через каждые три часа ЭВЦМ печатала значение величин H , $|u - u_g|$, $|v - v_g|$. По этим данным на плоскости размерами 16×10 строились поля давления и скоростей, после чего по максимальным значениям H , $|u - u_g|$, $|v - v_g|$ в зависимости от времени строились графики, приведенные на фиг. 1—3. Следует отметить, что при $\delta t = 1$ ч. максимальные (или минимальные) значения H в зависимости от времени не перемещались от точки к точке, а это изменение



Фиг. 3. Варианты III и IV: при $\delta t = 1$ ч. 1 — H , 2 — максимальное из значений $|u - u_g|$ и $|v - v_g|$.

происходило в своем первоначальном месте. Это относится ко всем четырем вариантам. Как видно из этих графиков, процесс адаптации происходит очень быстро, за несколько часов, например, в I варианте (фиг. 1) при $t=0$ в центре плоскости максимальное значение $H=20$ дкм, $|u-u_g|=16,5$ м/сек и $|v-v_g|=33$ м/сек, через 3 часа в этой же точке $H=-8$ дкм, а максимальные значения $|u-u_g|$ и $|v-v_g|$ соответственно равны 6 и 3 м/сек; при $t=6$ ч. $H=-5$ дкм, а $|u-u_g|$ и $|v-v_g|$ не превышают и 2 м/сек.

Таким образом, в I варианте за 6 часов происходит адаптация. С возрастанием времени разности $u-u_g$ и $v-v_g$ еще больше уменьшаются и H тоже уменьшается.

В III и IV вариантах приспособление и затухание со временем происходят еще быстрее. Это объясняется тем, что начальное возмущение ограничено в области радиусом 1200 км и с ростом времени это возмущение передается в прежние невозмущенные области плоскости и, кроме того, происходит приспособление поля давления к полю скорости. Поле скорости тоже изменяется значительно от своего первоначального значения. Здесь также влияют нулевые граничные условия.

Что касается III варианта (фиг. 3), то быстрое затухание процесса связано с процессом адаптации поля давления к нулевому полю ветра.

На фиг. 1 показан пример процесса изменения первоначально адаптированной ограниченной области. Через 3 часа возникают агеострофические ветры порядка 5 м/сек и понижение H от 20 дкм до 12 дкм. Это вызвано тем, что энергия антициклона из ограниченной области передается в прежние невозмущенные места. Через несколько часов процесс снова приспособливается.

В этом варианте, как видим, поле давления уже в конце 24 часа имеет значение 4 дкм и так быстро не затухает, как в прежних примерах потому, что поле давления поддерживается полем скоростей.

Здесь речь шла о расчетах, при которых $\delta t=1$ ч.

При расчетах $\delta t=30$ мин. наблюдается качественно другая картина. Процесс адаптации в начале происходит так же, как при $\delta t=1$ ч. (см. фиг. 1 и 2). Это квазигеострофическое движение продолжается до $t=12$ ч. В прежних невозмущенных местах возникают агеострофические ветры, которые с ростом времени растут, это ясно видно из фиг. 2 (соответствующей II варианту). Это связано с возникновением инерционно-гравитационных волн, которые в свою очередь приводят к резкому изменению поля давления и резкому возрастанию барического градиента. Здесь следует упомянуть, что максимальные (или минимальные) значения поля давления не остаются в своих прежних местах.

Как видно из этих графиков, во всех этих вариантах происходит адаптация между полями ветра и давления, каковыми бы ни были начальные возмущения. Время, необходимое для адаптации, не

превышает 6 часов, а то и меньше, при этом поле давления приспособляется к полю ветра, которое в свою очередь значительно изменяется.

В расчетах при $\delta t = 1$ ч после адаптации процесс либо начинает затухать, либо остается таковым некоторое время в то время, как при $\delta t = 30$ мин после приспособления через некоторое время, порядка нескольких часов, в прежних невозмущенных местах начинают возникать агеострофические ветры, которые с возрастанием времени растут. Это приводит к резкому изменению поля давления, что вызвано возникновением инерционно-гравитационных волн.

Произведенные расчеты с $\delta t = 3$ ч. показали, что процесс протекает так, как при $\delta t = 1$ ч.

Институт водных проблем и гидромеханики
МВХ Армянской ССР

Поступила 21 V 1965

2. 2. ՁՈՐՅԱՆ

ՄԵՏՆՈՒԼԵՄԵՆՏՆԵՐԻ ԿԱՐՃԱԺԱՄԿԵՏ ԿԱՆԵԱԳՈՐԾԱԿՄԱՆ ՆՊԱՏԱԿՈՎ
ԱԳԱՊՏԱՅԻԱՅԻ ՀԱՐՑԻ ՈՒՍՈՒՄՆԱՍԻՐՈՒԹՅՈՒՆԸ ՄԻՋԻՆ ՄԱԿԱՐԳԱԿԻ ՎՐԱ

Ա մ փ ո փ ու մ

Հոդվածում քննարկվում է ճնշման և արագության դաշտերի ադապտացիայի հարցի տատանատիրությունը հիդրոդինամիկայի լրիվ հաժադարամների միջոցով:

Ճնշումը որոշվում է (9) երկրորդ կարգի մասնական տատանցային բավականին դիֆերենցիալ հաժադարամից, որը վերջավոր աճերին անցնելուց հետո բաժանվում է էրամանի խտնաբան մեթոդով էլեկտրոնային հաշվիչ մեքենայի օգնությամբ: Արագության հորիզոնական բաղադրիչները որոշվում են (10) և (11) հաժադարամներից, նույնպես վերջավոր աճերին անցնելուց հետո:

Թվային արդյունքների հետադատությունը ցույց է տալիս, որ ինչպիսիք էլ լինեն ճնշման և արագության սկզբնական արժեքները, մի քանի ժամից հետո ճնշման և արագության դաշտերի միջև ստացվում է գետտորոֆիկ կապ, աչսինքն՝ արդ դաշտերը ադապտացիայի են ենթարկվում, ճիշտ այնպես, ինչպես խնդրի դժային դրվածքի դեպքում: Բայց որոշ ժամանակից հետո աղ կապը խախտվում է, երբ $\delta t = 30$ րոպե, որը հետևանք է դրավիտացիոն ալիքների առաջացման, դա, վերջին հաշվով, բերում է ճնշման դաշտի խիստ փոփոխման:

Л И Т Е Р А Т У Р А

1. Е. Ду-чжэн, Ли Мэ-цун. Механизм формирования негеострофического ветра. Труды симпозиума по численным методам прогноза погоды. Гидрометеониздат, Л., 1964.
2. Добрышман Е. М. Учет переменности параметра Кориолиса при исследовании ат-

мосферных процессов. Труды Всесоюзного научного метеорологического совещания, т. II, Гидрометеиздат, Л., 1963.

3. Зорян З. А. Краткосрочный прогноз поля атмосферного давления по двухуровневой схеме с неявными производными. Известия АН АрмССР, сер. физ.-мат. наук, 17, № 2, 1964.
4. Кибель И. А. Приложения к метеорологии уравнений механики бароклиной жидкости. Известия АН СССР, сер. географ. и геофиз., № 5, 1940.
5. Кибель И. А. О приспособлении движения воздуха к геострофическому. ДАН СССР, 104, № 1, 1955.
6. Мокан С. И. Изменение давления в бароклиной атмосфере. Известия АН СССР, сер. геофиз., № 4, 1958.
7. Обухов А. М. К вопросу о геострофическом ветре. Известия АН СССР, сер. географ. и геофиз., 13, № 4, 1949.
8. Садоков А. П., Добрышман Е. М. О решении уравнения, описывающего возмущения в поле градиентного ветра. Труды ЦИП, вып. 43 (70), 1956.
9. Bolin B. The adjustment of a non-balanced velocity field towards geostrophic equilibrium in a stratified fluid. Tellus, № 5, 1953.
10. Cann A. An investigation of free oscillations of simple current system. I. Met., 2, 1945.
11. Raethjen P. Über gegenseitige Adaptation der Druck und Stromfelder. Arch. Met. Geoph. u. Biok. A. Bd. 2, 1950.
12. Rossby C. G. On the mutual adjustment of pressure and velocity distributions in certain simple current systems, I. II. Iourn. Marine Res. 1, 1937—38.