

МАТЕМАТИКА

И. В. КОВАЛИШИНА, В. П. ПОТАПОВ

МУЛЬТИПЛИКАТИВНАЯ СТРУКТУРА АНАЛИТИЧЕСКИХ
 ВЕЩЕСТВЕННЫХ J -РАСТЯГИВАЮЩИХ МАТРИЦ-ФУНКЦИЙ

1°. В статье изучается аналитическая матрица-функция $W(\lambda)$, удовлетворяющая следующим двум условиям:

1. $W(\lambda) J W^*(\lambda) - J > 0$ ($\operatorname{Re} \lambda > 0$),
2. $\overline{W(\lambda)} = W(\bar{\lambda})$,

т.е. вещественная, J -растягивающая в правой полуплоскости матрица-функция.

Очевидно, что вещественная матрица-функция $W(\lambda)$, имеющая нулевые кратности k в минимой точке λ_0 , имеет полюс той же кратности k в сопряженной точке $\bar{\lambda}_0$, причем коэффициенты в разложениях в ряды Лорана в окрестности этих точек комплексно сопряженные.

Простейшую вещественную, J -растягивающую в правой полуплоскости, J -унитарную на минимой оси матрицу-функцию $Z(\lambda)$, имеющую полюсы первого порядка в точках λ_0 и $\bar{\lambda}_0$ и нормированную условием $Z(\infty) = I$, будем называть элементарным вещественным множителем и записывать так:

$$Z(\lambda) = I + \frac{2\sigma_0 A}{\lambda - \lambda_0} + \frac{2\sigma_0 \bar{A}}{\lambda - \bar{\lambda}_0} \quad (\sigma_0 = \operatorname{Re} \lambda_0).$$

Элементарные множители будем рассматривать для точек λ_0 и $\bar{\lambda}_0$, лежащих в правой полуплоскости. Если точки λ_0 , $\bar{\lambda}_0$ ($\operatorname{Re} \lambda_0 > 0$) являются полюсами $Z^{-1}(\lambda)$, то рассуждения доказательства проводятся аналогично.

$Z(\lambda)$ можно разложить на произведение двух элементарных множителей с полюсами в точках λ_0 и $\bar{\lambda}_0$:

$$Z(\lambda) = \left(I + \frac{2\sigma_0 P_1}{\lambda - \lambda_0} \right) \left(I + \frac{2\sigma_0 P_2}{\lambda - \bar{\lambda}_0} \right) = b_{\lambda_0}(\lambda) \cdot b_{\bar{\lambda}_0}(\lambda).$$

Здесь $P_1^2 = P_1$, $P_1 J > 0$, $P_2^2 = P_2$, $P_2 J > 0$.

Разложение $Z(\lambda)$ на произведение элементарных множителей можно осуществлять в любом порядке, и так как $Z(\lambda) = \overline{Z(\bar{\lambda})}$, то

$$Z(\lambda) = \left(I + \frac{2\sigma_0 P_1}{\lambda - \lambda_0} \right) \left(I + \frac{2\sigma_0 P_2}{\lambda - \lambda_0} \right) = \left(I + \frac{2\sigma_0 \bar{P}_1}{\lambda - \lambda_0} \right) \left(I + \frac{2\sigma_0 \bar{P}_2}{\lambda - \lambda_0} \right).$$

Однако, в силу некоммутативности умножения, P_2 , вообще говоря, не равно $\bar{P}_1$.

2°. Рассмотрим разложение матрицы-функции $W(\lambda)$ в ряд Лорана в окрестности точки λ_0 :

$$W(\lambda) = \frac{2\sigma_0 c}{(\lambda - \lambda_0)^k} + \dots$$

Выберем любое решение x уравнения $c^* J c x = c^*$ и составим матрицу $P_1 = c x J$.

Нетрудно проверить, что P_1 не зависит от выбора x и является J -неотрицательной проективной матрицей, то есть $P_1^2 = P_1$, $P_1 J \geq 0$.

При этом элементарный множитель $b_+(\lambda) = \left(I + \frac{2\sigma_0 P_1}{\lambda - \lambda_0} \right)$ отщепляется от $W(\lambda)$, а матрица-функция $W_1(\lambda) = b_+^{-1}(\lambda) W(\lambda)$ обладает следующими свойствами: $W_1(\lambda)$ — J -растягивающая в правой полуплоскости и порядок полюса в точке λ_0 у $W_1(\lambda)$ понижается на единицу.

От матрицы-функции $W_1(\lambda)$ отщепляем аналогичным способом элементарный множитель $b_-^{-1}(\lambda) = \left(I + \frac{2\sigma_0 P_2}{\lambda - \lambda_0} \right)$.

Можно доказать, что произведение

$$Z(\lambda) = \left(I + \frac{2\sigma_0 P_1}{\lambda - \lambda_0} \right) \left(I + \frac{2\sigma_0 P_2}{\lambda - \lambda_0} \right) = b_+(\lambda) \cdot b_-^{-1}(\lambda)$$

является элементарным вещественным множителем, а $b_+^{-1}(\lambda) b_-^{-1}(\lambda) \times \times W(\lambda) = W_2(\lambda)$ остается вещественной матрицей-функцией.

Этот процесс отщепления приводит к основной

Теореме 1. *Вещественная, рациональная, J -растягивающая в правой полуплоскости, J -унитарная на мнимой оси матрица-функция $W(\lambda)$ разлагается на произведение вещественных элементарных множителей.*

$$W(\lambda) = Z_1(\lambda) \cdot Z_2(\lambda) \cdots Z_k(\lambda) V,$$

где V — постоянная вещественная J -унитарная матрица.

Из теоремы 1 вытекает, что изучение вещественной матрицы-функции сводится к изучению структуры элементарного вещественного множителя.

3°. Условие вещественности $Z(\bar{\lambda})$ накладывает следующее ограничение на P_1 и P_2 :

$$\bar{P}_1 \left(I + \frac{i\sigma_0}{\tau_0} \bar{P}_2 \right) = \left(I + \frac{i\sigma_0}{\tau_0} P_1 \right) P_2, \quad (3.1)$$

являющееся необходимым и достаточным условием.

Возникает вопрос: можно ли для любого J -положительного проектора P_1 отыскать J -положительный проектор P_2 , удовлетворяющий равенству (3.1). Доказана

Теорема 2. Для того чтобы множитель

$$Z(\lambda) = \left(I + \frac{2z_0 P_1}{\lambda - \lambda_0} \right) \left(I + \frac{2z_0 P_2}{\lambda - \lambda_0} \right)$$

был элементарным вещественным множителем: $Z(\lambda) = \overline{Z(\bar{\lambda})}$, необходимо и достаточно, чтобы выполнялось неравенство:

$$P_1 \left(I - \frac{z_0^2}{|\lambda_0|^2} \overline{P_1} J \right) P_1^* > 0. \quad (3.2)$$

Однако, построение P_2 по P_1 приводит к довольно сложной структуре P_2 . Поэтому целесообразнее решать сначала эту задачу для проекторов первого ранга, доказав затем, что любой элементарный вещественный множитель разлагается на произведение конечного числа множителей первого ранга.

Вещественный множитель $Z(\lambda) = I + \frac{2z_0 A}{\lambda - \lambda_0} + \frac{2z_0 \bar{A}}{\lambda - \bar{\lambda}_0}$, в котором A — матрица первого ранга, будем называть вещественным множителем первого ранга или примарным вещественным множителем.

Если примарный вещественный множитель записан в виде произведения двух комплексных множителей, то, очевидно, что p_1 и p_2 являются проекторами первого ранга, то есть $p_1 = J g_1 g_1^*$, $g_1 J g_1^* = 1$,

$$p_2 = J g_2 g_2^*, \quad g_2 J g_2^* = 1, \quad \text{и} \quad z(\lambda) = \left(I + \frac{2z_0}{\lambda - \lambda_0} p_1 \right) \left(I + \frac{2z_0}{\lambda - \bar{\lambda}_0} p_2 \right).$$

Заметим, что вектор g определяется проектором p с точностью до скалярного множителя $e^{i\psi}$.

Из равенства (3.1), записанного для проекторов первого ранга, следует

Теорема 3. Пусть $\left(I + \frac{2z_0}{\lambda - \lambda_0} p_1 \right)$, $p_1 = J g_1 g_1^*$, $g_1 J g_1^* = 1$ — элементарный множитель первого ранга.

Для того чтобы существовал множитель первого ранга $\left(I + \frac{2z_0 p_2}{\lambda - \bar{\lambda}_0} \right)$, дополняющий первый до вещественного

$$z(\lambda) = \left(I + \frac{2z_0 p_1}{\lambda - \lambda_0} \right) \left(I + \frac{2z_0 p_2}{\lambda - \bar{\lambda}_0} \right),$$

необходимо и достаточно, чтобы

$$|\overline{g_1} J g_1^*| < \sec \psi \quad (\psi = \arg \lambda_0).$$

При этом орты g_1 и g_2 могут быть так пронормированы, что

$$\bar{g}_1 J g_1^* = \operatorname{th} a \sec \theta e^{i\theta}, \quad (3.3)$$

а

$$g_2 = \operatorname{ch} a \bar{g}_1 - \operatorname{sh} a g_1.$$

Так как вектор g_2 определяется по вектору g_1 однозначно, то множитель $\left(I + \frac{2\sigma_0 p_2}{\lambda - \lambda_0}\right)$ а, следовательно, и вещественный множитель первого ранга

$$z(\lambda) = \left(I + \frac{2\sigma_0 p_1}{\lambda - \lambda_0}\right) \left(I + \frac{2\sigma_0 p_2}{\lambda - \lambda_0}\right) = I + \\ + \frac{2\sigma_0 \operatorname{ch} a}{\lambda - \lambda_0} J \bar{g}_1 g_2^* + \frac{2\sigma_0 \operatorname{ch} a}{\lambda - \lambda_0} J \bar{g}_1 g_2^*$$

определяется вектором g_1 однозначно. Поэтому для векторов g_1 и g_2 принимаем стандартные обозначения:

$$g_1 = g, \quad g_2 = \bar{g} = \operatorname{ch} a \bar{g} - \operatorname{sh} a g.$$

В дальнейшем изложении вектор $g_1 = g$, нормированный правилом (3.3), будем называть правильно нормированным вектором.

4°. В заключение докажем, что элементарный вещественный множитель разлагается на произведение примарных вещественных множителей.

Легко видеть, что если $Z(\lambda) = \left(I + \frac{2\sigma_0 p_1}{\lambda - \lambda_0}\right) \left(I + \frac{2\sigma_0 p_2}{\lambda - \lambda_0}\right)$ элементарный вещественный множитель и если g_1 — любой орт из пространства

$$M_1 = HP_1, \quad \text{то} \quad |\bar{g}_1 J g_1^*| < \sec \theta.$$

Это обстоятельство позволяет правильно нормировать любой орт $g_1 \in HP_1$ и построить вектор $\bar{g}_1 = \operatorname{ch} a \bar{g}_1 - \operatorname{sh} a g_1$, причем произведение множителей $b_{\lambda_0}(\lambda) b_{\lambda_0}^*(\lambda) = \left(I + \frac{2\sigma_0 J \bar{g}_1 g_1^*}{\lambda - \lambda_0}\right) \left(I + \frac{2\sigma_0 J \bar{g}_1 g_1^*}{\lambda - \lambda_0}\right)$ будет примарным вещественным множителем. Однако, неясно будет ли какой примарный множитель отщепляться от $Z(\lambda)$.

Отщепим от первого комплексного элементарного множителя $Z(\lambda)$ комплексный примарный множитель, порожденный правильно нормированным ортом $g_1 \in HP_1$, а от второго — комплексный примарный множитель, порожденный ортом $g_2 \in HP_2$.

$$\text{Тогда} \quad \left(I + \frac{2\sigma_0 p_1}{\lambda - \lambda_0}\right) = \left(I + \frac{2\sigma_0 p_1}{\lambda - \lambda_0}\right) \left(I + \frac{2\sigma_0 Q_1}{\lambda - \lambda_0}\right),$$

$$\text{где} \quad Q_1 = P_1 - p_1, \quad p_1 = J g_1^* g_1, \quad \text{а}$$

$$\left(I + \frac{2\sigma_0 p_2}{\lambda - \lambda_0}\right) = \left(I + \frac{2\sigma_0 p_2}{\lambda - \lambda_0}\right) \left(I + \frac{2\sigma_0 Q_2}{\lambda - \lambda_0}\right),$$

$$\text{где} \quad Q_2 = P_2 - p_2, \quad p_2 = J g_2^* g_2, \quad \text{и, следовательно,}$$

$$Z(\lambda) = \left(I + \frac{2\sigma_0 p_1}{\lambda - \lambda_0} \right) \left(I + \frac{2\sigma_0 Q_1}{\lambda - \lambda_0} \right) \left(I + \frac{2\sigma_0 p_2}{\lambda - \lambda_0} \right) \left(I + \frac{2\sigma_0 Q_2}{\lambda - \lambda_0} \right).$$

Переставим местами второй и третий множители. Эта перестановка возможна, так как отщепление элементарных множителей от матрицы-функции $\left(I + \frac{2\sigma_0 Q_1}{\lambda - \lambda_0} \right) \left(I + \frac{2\sigma_0 p_2}{\lambda - \lambda_0} \right)$ можно осуществлять, начиная с любого полюса, то есть справедливо равенство

$$\left(I + \frac{2\sigma_0 Q_1}{\lambda - \lambda_0} \right) \left(I + \frac{2\sigma_0 p_2}{\lambda - \lambda_0} \right) = \left(I + \frac{2\sigma_0 \hat{p}_2}{\lambda - \lambda_0} \right) \left(I + \frac{2\sigma_0 \hat{Q}_1}{\lambda - \lambda_0} \right)$$

$$Z(\lambda) = \left(I + \frac{2\sigma_0 p_1}{\lambda - \lambda_0} \right) \left(I + \frac{2\sigma_0 \hat{p}_2}{\lambda - \lambda_0} \right) \left(I + \frac{2\sigma_0 \hat{Q}_1}{\lambda - \lambda_0} \right) \left(I + \frac{2\sigma_0 Q_2}{\lambda - \lambda_0} \right).$$

Для того, чтобы множитель $\left(I + \frac{2\sigma_0 p_1}{\lambda - \lambda_0} \right) \left(I + \frac{2\sigma_0 \hat{p}_2}{\lambda - \lambda_0} \right)$ был вещественным, необходимо и достаточно, чтобы $\hat{g}_2 = \text{ch } a \bar{g}_1 - \text{sh } a g_1$. Вопрос сводится к тому, существует ли такой вектор $\hat{g}_2 \in HP_2$, что $\hat{g}_2 = \bar{g}_1$ и как выбирать его в $M_2 = HP_2$.

Однако, здесь целесообразнее воспользоваться другим критерием вещественности примарного множителя. Из условия вещественности

$$\text{примарного множителя } z(\lambda) = \left(I + \frac{2\sigma_0 p}{\lambda - \lambda_0} \right) \left(I + \frac{2\sigma_0 \bar{p}}{\lambda - \bar{\lambda}_0} \right)$$

$$\left(I + \frac{2\sigma_0 p}{\lambda - \lambda_0} \right) \left(I + \frac{2\sigma_0 \bar{p}}{\lambda - \bar{\lambda}_0} \right) = \left(I + \frac{2\sigma_0 \bar{p}}{\lambda - \bar{\lambda}_0} \right) \left(I + \frac{2\sigma_0 p}{\lambda - \lambda_0} \right)$$

видно, что второй множитель $\left(I + \frac{2\sigma_0 \bar{p}}{\lambda - \bar{\lambda}_0} \right)$ при перестановке его на первое место имеет вид $\left(I + \frac{2\sigma_0 \bar{p}}{\lambda - \bar{\lambda}_0} \right)$. Нетрудно убедиться в том, что в случае множителей первого ранга это условие является не только необходимым, но и достаточным для вещественности $z(\lambda)$.

Имея в виду этот критерий вещественности $z(\lambda)$, поступим следующим образом:

1. Отщепим в $\left(I + \frac{2\sigma_0 p_1}{\lambda - \lambda_0} \right)$ примарный множитель $\left(I + \frac{2\sigma_0 p_1}{\lambda - \lambda_0} \right)$, порожденный вектором g_1 . Тогда

$$Z(\lambda) = \left(I + \frac{2\sigma_0 p_1}{\lambda - \lambda_0} \right) \left(I + \frac{2\sigma_0 Q_1}{\lambda - \lambda_0} \right) \left(I + \frac{2\sigma_0 p_2}{\lambda - \lambda_0} \right)$$

2. Переставим последний множитель $\left(1 + \frac{2\sigma_0 P_2}{\lambda - \bar{\lambda}_0}\right)$ на первое место

$$\begin{aligned} Z(\lambda) &= \left\{ \left(1 + \frac{2\sigma_0 P_1}{\lambda - \bar{\lambda}_0}\right) \left(1 + \frac{2\sigma_0 Q_1}{\lambda - \bar{\lambda}_0}\right) \right\} \left(1 + \frac{2\sigma_0 P_2}{\lambda - \bar{\lambda}_0}\right) = \\ &= \left(1 + \frac{2\sigma_0 \hat{P}_2}{\lambda - \bar{\lambda}_0}\right) \left\{ \left(1 + \frac{2\sigma_0 \hat{P}_1}{\lambda - \bar{\lambda}_0}\right) \left(1 + \frac{2\sigma_0 \hat{Q}_1}{\lambda - \bar{\lambda}_0}\right) \right\}. \end{aligned}$$

В силу вещественности $Z(\lambda)$

$$\left(1 + \frac{2\sigma_0 \hat{P}_2}{\lambda - \bar{\lambda}_0}\right) = \left(1 + \frac{2\sigma_0 \bar{P}_1}{\lambda - \bar{\lambda}_0}\right).$$

3. Выделим из этого множителя примарный множитель $\left(1 + \frac{2\sigma_0 \bar{P}_1}{\lambda - \bar{\lambda}_0}\right)$, порожденный вектором $\bar{g}_1$. Тогда

$$Z(\lambda) = \left(1 + \frac{2\sigma_0 \bar{P}_1}{\lambda - \bar{\lambda}_0}\right) \left(1 + \frac{2\sigma_0 \bar{Q}_1}{\lambda - \bar{\lambda}_0}\right) \left\{ \left(1 + \frac{2\sigma_0 \hat{P}_1}{\lambda - \bar{\lambda}_0}\right) \left(1 + \frac{2\sigma_0 \hat{Q}_1}{\lambda - \bar{\lambda}_0}\right) \right\}$$

4. Переставим множитель $\left(1 + \frac{2\sigma_0 \bar{Q}_1}{\lambda - \bar{\lambda}_0}\right)$ на последнее место

$$Z(\lambda) = \left(1 + \frac{2\sigma_0 \bar{P}_1}{\lambda - \bar{\lambda}_0}\right) \left(1 + \frac{2\sigma_0 \hat{P}_1}{\lambda - \bar{\lambda}_0}\right) \left(1 + \frac{2\sigma_0 \hat{Q}_1}{\lambda - \bar{\lambda}_0}\right) \left(1 + \frac{2\sigma_0 \hat{\hat{Q}}_1}{\lambda - \bar{\lambda}_0}\right).$$

Для того чтобы убедиться в том, что примарный множитель

$\left(1 + \frac{2\sigma_0 \bar{P}_1}{\lambda - \bar{\lambda}_0}\right) \left(1 + \frac{2\sigma_0 \hat{\hat{P}}_1}{\lambda - \bar{\lambda}_0}\right)$ является вещественным, поменяем местами

$$\left(1 + \frac{2\sigma_0 \bar{P}_1}{\lambda - \bar{\lambda}_0}\right) \text{ и } \left(1 + \frac{2\sigma_0 \hat{\hat{P}}_1}{\lambda - \bar{\lambda}_0}\right):$$

$$\left(1 + \frac{2\sigma_0 \bar{P}_1}{\lambda - \bar{\lambda}_0}\right) \left(1 + \frac{2\sigma_0 \hat{\hat{P}}_1}{\lambda - \bar{\lambda}_0}\right) = \left(1 + \frac{2\sigma_0 \hat{\hat{P}}_1}{\lambda - \bar{\lambda}_0}\right) \left(1 + \frac{2\sigma_0 \bar{P}_1}{\lambda - \bar{\lambda}_0}\right).$$

Легко видеть, что $p_1 = \hat{\hat{p}}_1$.

¹ Это вытекает из следующих двух свойств перестановок:

1. Если $b_{\lambda_1}(\lambda) b_{\mu_1}(\lambda) = \hat{b}_{\mu_1}(\lambda) \hat{b}_{\lambda_1}(\lambda) = \hat{\hat{b}}_{\lambda_1}(\lambda) \hat{\hat{b}}_{\mu_1}(\lambda)$, где $\lambda_0 \neq \mu_0$,

$$\text{то } b_{\lambda_1}(\lambda) = \hat{\hat{b}}_{\lambda_1}(\lambda).$$

Таким образом, справедливо равенство:

$$\left(I + \frac{2\sigma_0 \bar{p}_1}{\lambda - \bar{\lambda}_0} \right) \left(I + \frac{2\sigma_0 \hat{p}_1}{\lambda - \hat{\lambda}_0} \right) = \left(I + \frac{2\sigma_0 p_1}{\lambda - \lambda_0} \right) \left(I + \frac{2\sigma_0 \bar{p}_1}{\lambda - \bar{\lambda}_0} \right).$$

Это и означает, согласно упомянутому критерию, что отщепленный

множитель $\left(I + \frac{2\sigma_0 \bar{p}_1}{\lambda - \bar{\lambda}_0} \right) \left(I + \frac{2\sigma_0 \hat{p}_1}{\lambda - \hat{\lambda}_0} \right)$ является примарным вещественным множителем. Тем самым доказана

Теорема 4. Пусть дан элементарный вещественный множитель

$$Z(\lambda) = \left(I + \frac{2\sigma_0 P_1}{\lambda - \lambda_0} \right) \left(I + \frac{2\sigma_0 P_2}{\lambda - \bar{\lambda}_0} \right), \quad Z(\lambda) = \overline{Z(\bar{\lambda})}.$$

Для любого правильно нормированного орта g_1 из подпространства HP_1 порожденный этим ортом примарный вещественный множитель

$$Z(\lambda) = \left(I + \frac{2\sigma_0 p_1}{\lambda - \lambda_0} \right) \left(I + \frac{2\sigma_0 \bar{p}_1}{\lambda - \bar{\lambda}_0} \right), \quad \text{где } p_1 = J g_1^* g_1,$$

$\bar{p}_1 = J \tilde{g}_1^* \tilde{g}$ и $\tilde{g}_1 = \operatorname{ch} a \bar{g}_1 - \operatorname{sh} a g_1$, отщепляется от $Z(\lambda)$.

Так как остаток $\left(I + \frac{2\sigma_0 \hat{Q}_1}{\lambda - \hat{\lambda}_0} \right) \left(I + \frac{2\sigma_0 \bar{Q}_1}{\lambda - \bar{\lambda}_0} \right)$, где $r(\hat{Q}_1) = r(P_1) - 1$ является элементарным вещественным множителем, то процесс отщепления примарных множителей можно продолжить.

Повторяя $m - 1$ раз $\{r(P_1) = m\}$ процесс отщепления, приходим к разложению элементарного вещественного множителя на произведение m примарных множителей.

Таким образом, вещественная, рациональная, J -растягивающая в правой полуплоскости, J -унитарная на мнимой оси матрица-функция $W(\lambda)$ может быть разложена на произведение примарных вещественных множителей.

Одесский технологический институт
пищевой и холодильной промышленности

Поступила 12 VI 1965

$$2. \text{ Если } b_{\lambda_0}(\lambda) \{b_{\mu_0}(\lambda) b_{\nu_0}(\lambda)\} = \{\widehat{b_{\mu_0}(\lambda) b_{\nu_0}(\lambda)}\} \hat{b}_{\lambda_0}(\lambda) \text{ и}$$

$$\begin{aligned} \hat{b}_{\lambda_0}(\lambda) \{b_{\mu_0}(\lambda) b_{\nu_0}(\lambda)\} &= \{b_{\lambda_0}(\lambda) b_{\mu_0}(\lambda)\} b_{\nu_0}(\lambda) = \{\hat{b}_{\mu_0}(\lambda) \hat{b}_{\nu_0}(\lambda)\} b_{\lambda_0}(\lambda) = \\ &= \hat{b}_{\mu_0}(\lambda) \{\hat{b}_{\nu_0}(\lambda) b_{\lambda_0}(\lambda)\} = \hat{b}_{\mu_0}(\lambda) \{\hat{b}_{\nu_0}(\lambda) \hat{b}_{\lambda_0}(\lambda)\} = \{\hat{b}_{\mu_0}(\lambda) \hat{b}_{\nu_0}(\lambda)\} \hat{b}_{\lambda_0}(\lambda), \end{aligned}$$

$$\text{где } \lambda_0 \neq \mu_0, \nu_0, \text{ то } \widehat{\widehat{b_{\mu_0}(\lambda) b_{\nu_0}(\lambda)}} = \hat{b}_{\lambda_0}(\lambda).$$

Ի. Վ. ԿՈՎԱԼԻՇԻՆԱ, Վ. Պ. ՊՈՏԱՊՈՎ

ԱՆԱԼԻՏԻԿ ԻՐԱԿԱՆ-ԶԳՈՎ ՄԱՏՐԻՑԱՆԵՐ-ՖՈՒՆԿՑԻԱՆԵՐԻ ՄՈՒԼՏԻՊԼԻԿԱՏԻՎ
ՍՏՐԱԿՏՈՒՐԱՆ

Ա մ փ ո փ ո լ մ

Հոգվածը նվիրված է սեականի մատրիցա-ֆունկցիայի վերլուծությանը առաջին կարգի պարզագույն արտադրիչների:

Մտցվում է պարզագույն սեականի արտադրիչի գաղափարը և ապացուցվում է սեականի ռացիոնալ մատրիցա-ֆունկցիայի $\mathcal{W}(\lambda)$ սեականի արտադրիչների վերլուծության մասին թեորեմա:

Նկարագրվում է սեականի առաջին կարգի արտադրիչի $r(\lambda)$ ստորկոտրան և արվում են նրա սեականի վնեկտ անհրաժեշտ ու բավարար պայմանները:

Եվ վերջապես, ապացուցվում է թեորեմա կամայական պարզագույն սեականի արտադրիչի՝ առաջին կարգի պարզագույն արտադրիչների վերլուծության մասին:

Л И Т Е Р А Т У Р А

1. Потапов В. П. Мультипликативная структура J -нерастягивающих матриц-функций. Труды Московского математического общества, т. 4, 1955.