ՀԱՅԿԱԿԱՆ ՍՍՌ ԳԻՏՈՒԹՅՈՒՆՆԵՐԻ ԱԿԱԴԵՄԻԱՅԻ ՏԵՂԵԿԱԳԻՐ
ИЗВЕСТИЯ АКАДЕМИИ НАУК АРМЯНСКОЙ ССР
Ֆիզիկա-մաթեմատ. գիտություններ XVIII, № 5, 1965 Физико-математические науки

ТЕОРИЯ ПОЛЗУЧЕСТИ

М. М. МАНУКЯН

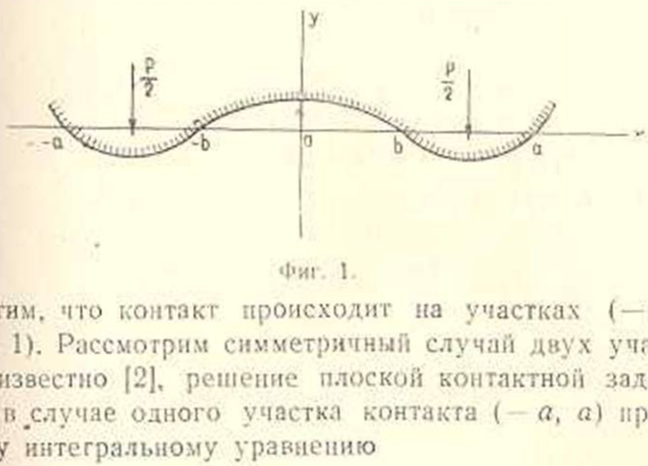
РЕШЕНИЕ ПЛОСКОЙ КОНТАКТНОЙ ЗАДАЧИ ТЕОРИИ ПОЛЗУЧЕСТИ ПРИ НАЛИЧИИ ДВУХ УЧАСТКОВ КОНТАКТА

В настоящей работе приводится решение плоской контактной задачи теории ползучести с двумя участками контакта. В качестве исходной теории ползучести принята линейная теория наследственности с учетом старения материала, предложенная Н. Х. Арутюняном [1]. Как известно, эта теория применима для таких материалов, как бетон, дерево, фенольная пластмасса, связные грунты и др.

Плоская контактная задача теории ползучести при одном участке контакта решена И. Е. Прокоповичем [2], а плоская контактная задача теории упругости при двух участках контакта рассмотрена в работах И. Я. Штаермана [3], М. Г. Крейна и Г. Я. Попова [4].

§ 1. Постановка задачи и основные уравнения

Пусть два соприкасающихся между собой тела, обладающие свойством ползучести, прижимаются один к другому под действием внешних сил, равнодействующая которых перпендикулярна к оси x (фиг. 1). При решении этой задачи силы трения не будем учитывать.



Фиг. 1.

Допустим, что контакт происходит на участках $(-a, -b)$ и (b, a) (фиг. 1). Рассмотрим симметричный случай двух участков контакта. Как известно [2], решение плоской контактной задачи теории ползучести в случае одного участка контакта $(-a, a)$ приводится к следующему интегральному уравнению

$$\frac{2}{\pi}\left\{\left[\frac{1-\mu_1^2(t)}{E_1(t)}+\frac{1-\mu_2^2(t)}{E_2(t)}\right]\int_{-a(t)}^{a(t)}\ln\frac{1}{|x-s|}\,p^*(s,t)\,ds-\right.$$

$$-\int_{\tau_1}^{t}\int_{-a(t)}^{a(t)} \ln\frac{1}{|x-s|}\,p^*(s,\tau)\,ds\,\frac{\partial}{\partial\tau}\left[(1-\mu_1^{*2}(t,\tau))\,\delta_1(t,\tau)+\right.$$

$$\left.+(1-\mu_2^{*2}(t,\tau))\,\delta_2(t,\tau)\right]d\tau\Bigg\}=C^*(t)-f_0(x), \qquad (1.1)$$

где $E(t)$ — модуль упруго-мгновенной деформации, $\mu(t)$ — коэффициент поперечного расширения для упругой части деформации, $\delta(t,\tau)=\dfrac{1}{E(\tau)}+C(t,\tau)$ — полная относительная деформация при сжатии или растяжении, $\mu^*(t,\tau)$ — коэффициент поперечного расширения при деформации ползучести, $2a(t)$ — переменная ширина контакта, $C^*(t)$ — произвольная функция, $p^*(t,\tau)$ — контактное давление с учетом ползучести, τ_1 — время приложения нагрузки, t — время, $f_0(x)=f_1(x)+f_2(x)$, причем $f_1(x)$ и $f_2(x)$ — уравнения поверхностей первого и второго тел.

Если контакт происходит по двум участкам $(-a,-b)$ и (b,a), то в этом случае основное интегральное уравнение контактной задачи теории ползучести будет иметь вид

$$\frac{2}{\pi}\left\{\left[\frac{1-\mu_1^2(t)}{E_1(t)}+\frac{1-\mu_2^2(t)}{E_2(t)}\right]\left(\int_{-a(t)}^{-b(t)}+\int_{b(t)}^{a(t)}\right)\ln\frac{1}{|x-s|}\,p^*(s,t)\,ds-\right.$$

$$-\int_{\tau_1}^{t}\left(\int_{-a(t)}^{-b(t)}+\int_{b(t)}^{a(t)}\right)\ln\frac{1}{|x-s|}\,p^*(s,\tau)\,ds\,\frac{\partial}{\partial\tau}\left[(1-\mu_1^{*2}(t,\tau))\,\delta_1(t,\tau)+\right.$$

$$\left.+(1-\mu_2^{*2}(t,\tau))\,\delta_2(t,\tau)\right]d\tau\Bigg\}=C^*(t)-f_0(x), \qquad b<|x|<a. \qquad (1.2)$$

Рассмотрим симметричный случай задачи, т. е. когда $f_1(x)$ и $f_2(x)$ — функции четные и, стало быть, правая часть записанного уравнения тоже функция четная. Последнее обстоятельство позволяет нам считать справедливым

$$p^*(x,t)=p^*(-x,t). \qquad (1.3)$$

В свою очередь (1.3) позволяет интервал интегрирования в уравнении (1.2), состоящем из двух участков, свести к одному.

Интегральное уравнение (1.2) можно переписать в следующей форме

$$\omega(x,t)-\int_{\tau_1}^{t}K(t,\tau)\,\omega(x,\tau)\,d\tau=\frac{C^*(t)-f_0(x)}{\theta(t)}, \qquad (1.4)$$

где

$$\omega(x,t)=\left(\int_{-a(t)}^{-b(t)}+\int_{b(t)}^{a(t)}\right)\ln\frac{1}{|x-s|}\,p^*(s,t)\,ds, \qquad (1.5)$$

$$K(t, \tau) = \frac{2}{\pi} \frac{\partial}{\partial \tau} \frac{[1 - \mu_1^{*2}(t, \tau)]\, \delta_1(t, \tau) + [1 - \mu_2^{*2}(t, \tau)]\, \delta_2(t, \tau)}{\theta(t)}, \tag{1.6}$$

$$\theta(t) = \frac{2}{\pi}\left[\frac{1 - \mu_1^2(t)}{E_1(t)} + \frac{1 - \mu_2^2(t)}{E_2(t)}\right]. \tag{1.7}$$

Таким образом, основное интегральное уравнение (1.2) плоской контактной задачи теории ползучести с двумя участками контакта распадается на интегральное уравнение Фредгольма первого рода (1.5), описывающее упруго-мгновенную задачу, и интегральное уравнение Вольтерра второго рода (1.4), учитывающее влияние ползучести.

Пользуясь условием (1.3), нетрудно показать, что интервал интегрирования в уравнении (1.5) можно свести к одному, для чего в интеграле на участке $(-a, -b)$ следует положить

$$s = -s_1. \tag{1.8}$$

Тогда уравнение (1.5) примет следующий вид

$$\omega(x, t) = \int\limits_{b(t)}^{a(t)} \ln \frac{1}{|x^2 - s^2|}\, p^*(s, t)\, ds. \tag{1.9}$$

Если в уравнении (1.9) сделать замену переменных

$$b^2 + \eta^2 = s^2, \quad b^2 + \zeta^2 = x^2, \tag{1.10}$$

то вместо (1.9) будем иметь

$$\omega(\sqrt{b^2 + \zeta^2}, t) = \int\limits_0^{\sqrt{a^2 - b^2}} \ln \frac{1}{|\zeta^2 - \eta^2|}\, q(\eta, t)\, d\eta, \tag{1.11}$$

где

$$q(\eta, t) = \frac{\eta p^*(\sqrt{b^2 + \eta^2}, t)}{\sqrt{b^2 + \eta^2}}. \tag{1.12}$$

Здесь $q(\eta, t)$ представляет собой новую неизвестную функцию, подлежащую определению в дальнейшем.

Нетрудно видеть, что из (1.4) и (1.11) при $b = 0$ получим уравнения Прокоповича [2].

Таким образом, решение плоской контактной задачи теории ползучести с двумя участками контакта сводится к решению интегральных уравнений (1.4) и (1.11).

§ 2. Решение интегральных уравнений (1.4) и (1.11)

Решение уравнения (1.4) представим в виде [2]

$$\omega(x, t) = \gamma^*(t) - H^*(t) f_0(x), \tag{2.1}$$

где $\gamma^*(t)$ и $H^*(t)$ — неизвестные функции, подлежащие определению.

Здесь $\gamma^*(t)$ — решение уравнения (1.4) при правой части, равной $\frac{C^*(t)}{\theta(t)}$, $H^*(t)$ — решение при правой части, равной $\frac{1}{\theta(t)}$.

Тогда (1.11) принимает вид

$$\int\limits_0^{\sqrt{a^2-b^2}} \ln \frac{1}{|\zeta^2-\eta^2|} q(\eta, t)\, d\eta = \gamma^*(t) - H^*(t) f_0(\sqrt{b^2+\zeta^2}). \quad (2.2)$$

Это обычное уравнение упруго-мгновенной задачи при наличии двух участков контакта для момента времени t с дополнительным множителем $H^*(t)$ при $f_0(x)$, который учитывает влияние ползучести.

Интегральное уравнение (2.2) при одном участке контакта $(-a, a)$ будет

$$\int\limits_0^a \ln \frac{1}{|x^2-s^2|} p^*(s, t)\, ds = \gamma^*(t) - H^*(t) f_0(x). \quad (2.3)$$

Пользуясь решениями Н. А. Ростовцева [5] и М. Г. Крейна [6], И. Я. Прокопович для этого уравнения получил следующее решение

$$p^*(x, t) = \frac{\gamma^*(t)}{\pi\sqrt{a^2-x^2}} + H^*(t)\frac{2}{\pi^2}\int\limits_x^a \frac{u\,du}{\sqrt{u^2-x^2}}\int\limits_0^u \frac{f_0''(s)\,ds}{\sqrt{u^2-s^2}}. \quad (2.4)$$

Это решение непосредственно можно получить также из работы Н. Х. Арутюняна [7], полагая $\mu = 1$.

Из сравнения интегральных уравнений (2.2) и (2.3) нетрудно убедиться, что решение уравнения (2.2), аналогично (2.4), можно представить в виде

$$q(\zeta, t) = \frac{\gamma^*(t)}{\pi\sqrt{a^2-b^2-\zeta^2}} + H^*(t)\frac{2}{\pi^2}\int\limits_{\zeta(t)}^{\sqrt{a^2-b^2}} \frac{u\,du}{\sqrt{u^2-\zeta^2}} \times$$

$$\times \int\limits_0^u \frac{1}{\sqrt{u^2-\zeta^2}} \frac{d^2}{d\eta^2} f_0(\sqrt{b^2+\eta^2})\, d\eta. \quad (2.5)$$

Из (1.10), (1.12) и (2.5) найдем

$$p^*(x, t) = \frac{x}{\sqrt{x^2-b^2}}\left[\frac{\gamma^*(t)}{\pi\sqrt{a^2-x^2}} + \right.$$

$$\left. + H^*(t)\frac{2}{\pi^2}\int\limits_{\sqrt{x^2-b^2}}^{\sqrt{a^2-b^2}} \frac{u\,du}{\sqrt{u^2-x^2+b^2}}\int\limits_0^u \frac{1}{\sqrt{u^2-\eta^2}} \frac{d^2}{d\eta^2} f_0(\sqrt{b^2+\eta^2})\, d\eta\right],$$

$$b \leqslant x \leqslant a \quad (2.6)$$

Если в (2.6) принять $b=0$, то это решение будет совпадать с решением (2.4), полученным в работе [2] для плоской контактной задачи теории ползучести при одном участке контакта. Неизвестная функция $\gamma^*(t)$ определяется из уравнения равновесия

$$P(t)=2\int_b^a p^*(s,\ t)\,ds=2\int_0^{\sqrt{a^2-b^2}} q(\eta,\ t)\,d\eta. \tag{2.7}$$

Подставив (2.5) в (2.7) и поменяв порядок интегрирования, получим

$$\gamma^*(t)=P(t)-\frac{2}{\pi}H^*(t)\int_0^{\sqrt{a^2-b^2}}\sqrt{a^2-b^2-\zeta^2}\,\frac{d^2}{d\zeta^2}f_0\left(\sqrt{b^2+\zeta^2}\right)d\zeta. \tag{2.8}$$

Тогда выражение контактного давления $p^*(x,\ t)$ примет вид

$$p^*(x,\ t)=\frac{x}{\pi\sqrt{(a^2-x^2)(x^2-b^2)}}\Bigg\{P(t)-$$

$$-\frac{2}{\pi}H^*(t)\Bigg[\int_0^{\sqrt{a^2-b^2}}\sqrt{a^2-b^2-\zeta^2}\,\frac{d^2}{d\zeta^2}f_0\left(\sqrt{b^2+\zeta^2}\right)d\zeta-$$

$$-\sqrt{a^2-x^2}\int_{\sqrt{x^2-b^2}}^{\sqrt{a^2-b^2}}\frac{u\,du}{\sqrt{u^2-x^2+b^2}}\int_0^u\frac{1}{\sqrt{u^2-\eta^2}}\,\frac{d^2}{d\eta^2}f_0\left(\sqrt{b^2+\eta^2}\right)d\eta\Bigg]\Bigg\}.$$

$$b\leqslant x\leqslant a \tag{2.9}$$

При этом решении предполагается, что величины a и b известны.

Если a и b неизвестны, то для определения неизвестных a и b следует пользоваться условием ограниченности контактного давления $p^*(x,\ t)$ во всей области контакта, включая и границы участков контакта $x=a$ и $x=b$.

Как известно [2], И. Я. Прокоповичем было показано, что при одном прямолинейном участке контакта ползучесть не оказывает влияния на распределение напряжений в месте контакта. Из формулы (2.9) видно, что при двух прямолинейных участках контакта ползучесть оказывает влияние на распределение усилий в месте контакта.

§ 3. Определение функции $H^*(t)$

Интегральное уравнение для определения $H^*(t)$, согласно (1.4) и (2.1), можно представить в виде

$$H^*(t)-\int_{\tau_1}^{t}K(t,\ \tau)\,H^*(\tau)\,d\tau=\frac{1}{\theta(t)}. \tag{3.1}$$

Решение уравнения (2.7) будет

$$H^*(t)=\frac{1}{\theta(t)}+\int_{\tau_1}^{t}R(t,\tau)\frac{1}{\theta(\tau)}\,d\tau, \tag{3.2}$$

где $R(t,\tau)$ — резольвента линейного интегрального уравнения Вольтерра с ядром $K(t,\tau)$.

Если для полных относительных деформаций принять выражения [1]

$$\begin{aligned}\delta_1(t,\tau)&=\frac{1}{E_1(\tau)}+\left(\frac{A_2}{\tau}+C_1\right)\left[1-e^{-\gamma(t-\tau)}\right],\\ \delta_2(t,\tau)&=\frac{1}{E_2(\tau)}+\left(\frac{A_3}{\tau}+C_2\right)\left[1-e^{-\gamma(t-\tau)}\right],\end{aligned} \tag{3.3}$$

где A_2, A_3, C_1, C_2, γ — постоянные параметры, определяемые из опытов, а для упрощения дальнейших выкладок предполагать, что

$$\mu_1(t)=\mu_1^*(t,\tau)=\mu_1=\text{const},\quad \mu_2(t)=\mu_2^*(t,\tau)=\mu_2=\text{const}, \tag{3.4}$$

то выражение неизвестной функции $H^*(t)$ можно будет представить в виде [2]

$$H^*(t)=\frac{1}{\theta(\tau_1)}\left[1-\gamma\left(C_0+\frac{A_1}{\tau_1}\right)\int_{\tau_1}^{t}\frac{e^{-\eta(\tau)}}{\theta(\tau)}\,d\tau\right], \tag{3.5}$$

где

$$C_0=d_1C_1+d_2C_2,\quad A_1=d_1A_2+d_2A_3,$$
$$d_1=\frac{2(1-\mu_1^2)}{\pi},\quad d_2=\frac{2(1-\mu_2^2)}{\pi}, \tag{3.6}$$

$$\eta(\tau)=\gamma\int_{\tau_1}^{\tau}\left[1+\left(C_0+\frac{A_1}{\tau}\right)\frac{1}{\theta(\tau)}\right]d\tau. \tag{3.7}$$

Из формулы (3.5) следует, что функция $H^*(t)$ принимает максимальное значение при $t=\tau_1$ и минимальное при $t\to\infty$.

Если предполагать, что модули мгновенной деформации материалов постоянны, т. е.

$$E_1(t)=E_1=\text{const},\quad E_2(t)=E_2=\text{const}, \tag{3.8}$$

то выражение для $H^*(t)$ примет следующий вид [1]

$$H^*(t)=\frac{1}{\theta(\tau_1)}\left[1-\gamma bE_1\left(C_0+\frac{A_1}{\tau_1}\right)e^{r\tau_1}\tau_1^{p_1}\frac{\Phi(rt,p_1)-\Phi(r\tau_1,p_1)}{r^{1-p_1}}\right], \tag{3.9}$$

где

$$\frac{E_2}{E_1}=m,\quad \frac{\varphi(\tau_2)}{\varphi(\tau_1)}=n,\quad \varphi_1(\tau)=C_1+\frac{A_2}{\tau},\quad \varphi_2(\tau)=C_2+\frac{A_3}{\tau},$$
$$r=\gamma(1+bC_1E_1),\quad p_1=b\gamma A_2E_1,\quad b=\frac{d_1+d_2n}{d_1+d_2m}m. \tag{3.10}$$

Здесь

$$\Phi(\zeta, p_1) = \int_0^{\zeta} \frac{e^{-\tau}}{\tau^{p_1}} d\tau \tag{3.11}$$

является неполной гамма-функцией.

В случае контакта тел, имеющих одинаковые характеристики деформативности, b будет равно единице.

Таким образом, значение неизвестной функции $H^*(t)$ найдено. Подставляя найденное выражение $H^*(t)$ в (2.9), получим значение контактного напряжения $p^*(x, t)$.

В заключение рассмотрим один пример решения контактной задачи теории ползучести с двумя участками контакта.

Пусть контакт происходит по параболической цилиндрической поверхности

$$f_0(x) = \frac{\left(x - \frac{a+b}{2}\right)^2}{2R} \qquad b \leqslant x \leqslant a. \tag{3.12}$$

Сперва допустим, что величины a и b известны. Подставив выражение $f_0(x)$ из (3.12) в (2.9), после некоторых преобразований получим

$$p^*(x, t) = \frac{x}{\pi\sqrt{(a^2 - x^2)(x^2 - b^2)}} \left\{ P(t) + \frac{H^*(t)}{2R}(a^2 + b^2 - 2x^2) + \right.$$

$$+ \frac{H^*(t)}{\pi R}(a+b)b^2 \left[\int_0^{\sqrt{a^2-b^2}} \frac{\sqrt{a^2 - b^2 - \zeta^2}}{(b^2 + \zeta^2)^{3/2}} d\zeta - \right.$$

$$\left.\left. - \sqrt{a^2 - x^2} \int_{\sqrt{x^2-b^2}}^{\sqrt{a^2-b^2}} \frac{u\,du}{\sqrt{u^2 - x^2 + b^2}} \int_0^u \frac{1}{\sqrt{u^2 - \eta^2}} \cdot \frac{1}{(b^2 + \eta^2)^{3/2}} d\eta \right] \right\}. \tag{3.13}$$

Заменой $\eta = u \sin\varphi$ получим

$$\int_0^u \frac{d\eta}{\sqrt{u^2 - \eta^2}\,(b^2 + \eta^2)^{3/2}} = \frac{1}{b^3} \int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{d\varphi}{\left(1 + \frac{u^2}{b^2}\sin^2\varphi\right)^{3/2}} =$$

$$= \frac{1}{b^2\sqrt{b^2 + u^2}} E\left(\frac{\pi}{2}, \frac{u}{\sqrt{b^2 + u^2}}\right). \tag{3.14}$$

Здесь

$$E\left(\frac{\pi}{2}, \frac{u}{\sqrt{b^2 + u^2}}\right) = \int_0^{\frac{\pi}{2}} \sqrt{1 - \frac{u^2}{u^2 + b^2}\sin^2\alpha}\, d\alpha \tag{3.15}$$

представляет собой полный эллиптический интеграл второго рода [3].

Далее, пользуясь (1.10), можем написать

$$\int_0^{\sqrt{a^2-b^2}} \frac{\sqrt{a^2-b^2-\zeta^2}}{(b^2+\zeta^2)^{3/2}}\, d\zeta = \int_b^a \frac{\sqrt{a^2-x^2}}{x^2\sqrt{x^2-b^2}}\, dx. \tag{3.16}$$

Подставляя (3.14) и (3.16) в (3.13), окончательно для $p^*(x, t)$ получим

$$p^*(x, t) = \frac{x}{\pi\sqrt{(a^2-x^2)(x^2-b^2)}} \left\{ P(t) + \frac{H^*(t)}{2R}(a^2+b^2-2x^2) + \right.$$

$$+ \frac{H^*(t)}{\pi R}(a+b)\left[b^2 \int_b^a \frac{\sqrt{a^2-x^2}}{x^2\sqrt{x^2-b^2}}\, dx - \right.$$

$$\left.\left. - \sqrt{a^2-x^2} \int_{\sqrt{x^2-b^2}}^{\sqrt{a^2-b^2}} \frac{uE\left(\frac{\pi}{2}, \frac{u}{\sqrt{u^2+b^2}}\right)}{\sqrt{u^2+b^2}\sqrt{u^2-x^2+b^2}}\, du \right]\right\}. \tag{3.17}$$

Сейчас рассмотрим тот случай, когда величины a и b неизвестны. Для их определения нужно воспользоваться условием, что $p^*(x, t)$ должно оставаться ограниченным при $x=a$ и $x=b$. Как видно из формулы (3.17), это возможно лишь в том случае, если числитель в этой формуле обращается в нуль при $x=a$ и $x=b$. Отсюда получаем два уравнения

$$P(t) - \frac{H^*(t)}{2R}(a^2-b^2) + \frac{H^*(t)}{\pi R}(a+b)\, b^2 \int_b^a \frac{\sqrt{a^2-x^2}}{x^2\sqrt{x^2-b^2}}\, dx = 0,$$

$$P(t) + \frac{H^*(t)}{2R}(a^2-b^2) + \frac{H^*(t)}{\pi R}(a+b)\left[b^2 \int_b^a \frac{\sqrt{a^2-x^2}}{x^2\sqrt{x^2-b^2}}\, dx - \right.$$

$$\left. - \sqrt{a^2-b^2} \int_0^{\sqrt{a^2-b^2}} \frac{E\left(\frac{\pi}{2}, \frac{u}{\sqrt{b^2+u^2}}\right)}{\sqrt{b^2+u^2}}\, du \right].$$

Из этих уравнений определяем значения a и b. Подставляя их значения в (3.17), получим выражение контактного давления $p^*(x, t)$.

Институт математики и механики
АН Армянской ССР
Ереванский государственный
университет

Поступила 14 V 1965

Մ. Մ. ՄԱՆՈՒԿՅԱՆ

ՍՈՂՔԻ ՏԵՍՈՒԹՅԱՆ ՀԱՐԹ ԿՈՆՏԱԿՏԱՅԻՆ ԽՆԴՐԻ ԼՈՒԾՈՒՄԸ ԵՐԿՈՒ ԿՈՆՏԱԿՏԱՅԻՆ ՏԻՐՈՒՅԹՆԵՐԻ ԱՌԿԱՅՈՒԹՅԱՄԲ

Ամփոփում

Աշխատության մեջ դիտարկվում է սողքի տեսության հարթ կոնտակտային խնդիրը, երբ գոյություն ունի կոնտակտային երկու տիրույթ։ Որպես սողքի հիմնական տեսություն ընդունված է Ն. Խ. Հարությունյանի առաջարկած ժառանգականության գծային տեսությունը նյութի ծերացման հաշվառմամբ։ Ինչպես հայտնի է, այս տեսությունը կիրառելի է բետոնի, փայտի, պլաստմասայի, կարծրացված գրունտների և այլ նյութերի համար։

Սողքի տեսության հարթ կոնտակտային խնդիրը, մեկ կոնտակտային տիրույթի դեպքում, լուծված է Ի. Ե. Պրոկոպովիչի կողմից, իսկ առաձգականության տեսության հարթ կոնտակտային խնդիրը, կոնտակտային երկու տիրույթների առկայության դեպքում, քննարկված է Ի. Յա. Շտաերմանի, Մ. Գ. Կրեյնի և Գ. Յա. Պոպովի աշխատություններում։

Դիտարկվող կոնտակտային խնդրի լուծումը բերվում է (1.4) և (1.11) ինտեգրալ հավասարումների համատեղ լուծմանը, որոնցից առաջինը իրենից ներկայացնում է Վոլտերի երկրորդ սեռի ինտեգրալ հավասարում, իսկ երկրորդը՝ Ֆրեդհոլմի առաջին սեռի ինտեգրալ հավասարում։ (1.11) և (1.4) հավասարումների լուծումները ներկայացված են համապատասխանաբար (2.9) և (3.9) տեսքերով։ Այնուհետև, որոշվում է անհայտ $p^*(x, t)$ ֆունկցիան, որը բնորոշում է ճնշման ինտենսիվությունը սողքի հաշվառմամբ։

Աշխատության վերջում, որպես կիրառություն, դիտարկվում է մի օրինակ, երբ կոնտակտը տեղի է ունենում պարաբոլական գլանային մակերևույթով։ Քննարկվում է երկու դեպք՝ 1. a, b մեծությունները հայտնի են և 2. a, b մեծությունները անհայտ են։

ЛИТЕРАТУРА

1. *Арутюнян Н. Х.* Некоторые вопросы теории ползучести. Гостехиздат, М., 1952.
2. *Прокопович И. Я.* О решении плоской контактной задачи теории ползучести. ПММ, № 6, 1956.
3. *Штаерман И. Я.* Контактная задача теории упругости. Гостехиздат, М., 1949.
4. *Попов Г. Я.* Решение контактных задач теории упругости методом интегральных уравнений. Докторская диссертация, Одесса, 1962
5. *Ростовцев Н. А.* К решению плоской контактной задачи. ПММ, **17**, вып. 1, 1953.
6. *Крейн М. Г.* Об одном новом методе решения линейных интегральных уравнений первого и второго рода. ДАН СССР, **100**. № 3, 1955.
7. *Арутюнян Н. Х.* Плоская контактная задача теории ползучести. ПММ, **23**, вып. 5, 1959.
8. *Градштейн И. С.* и *Рыжик И. М.* Таблицы интегралов, сумм, рядов и произведений. Физматгиз, М., 1962.