

Н. А. ПЕТРОСЯН

К ВОПРОСУ О ТРАНСФОРМАЦИИ ПОЛЯ ВЕТРА НАД ВОДНОЙ
 ПОВЕРХНОСТЬЮ ПРИ УЧЕТЕ ВЕРТИКАЛЬНЫХ ТОКОВ

Известно небольшое количество работ [1, 2, 3 и др.], посвященных вопросу о трансформации поля ветра под влиянием подстилающей поверхности, при этом некоторые физические стороны явления рассмотрены в работе [4].

Постановка и алгоритм численного решения задачи приведены в статье автора [5], где рассматривалась следующая физическая схема: воздушный поток переходит с одной подстилающей поверхности на другую. Под влиянием характеристик новой подстилающей поверхности происходит изменение горизонтальной составляющей скорости, возникают вертикальные токи. В рамках стационарной плоской задачи при наличии вертикального турбулентного обмена рассматривается влияние вертикальных скоростей на процесс трансформации поля ветра. В настоящей работе приводятся результаты детальных расчетов, проведенных на электронной вычислительной машине „БЭСМ-2“.

§ 1. Введение

В отличие от методов пограничного слоя, где обычно решается двухслойная задача и далее склеиваются на границе внутреннего пограничного слоя величины и их производные, здесь задача решается по всей толще атмосферы. При этом исходим из того, что характер коэффициента $k(z)$ турбулентного обмена на достаточно большой высоте не должен зависеть от подстилающей поверхности (должен быть единым для воды и для суши). И так как в дальнейшем нас интересует процесс над водной поверхностью, $k(z)$ взято на большой высоте по уравнению

$$k(z) = k_1 \left(\frac{z}{z_1} \right)^{1-m_b}, \quad (1.1)$$

так, чтобы при $x \rightarrow \infty$ для скорости получился бы профиль

$$u_\infty(z) = u_1 \left(\frac{z}{z_1} \right)^{m_b}, \quad (1.2)$$

где u_1 и k_1 — значения скорости и коэффициента турбулентного обмена на высоте z_1 . В принципе ход расчетов не изменится, если дан

другой профиль для коэффициента турбулентного обмена. Для удобства задания „начального“ профиля при проведении расчетов система уравнений и граничные условия записываются в безразмерном виде. С этой целью введем следующие масштабы: V — для скоростей, K — для коэффициента турбулентного обмена, $\frac{K}{V}$ — для координат x

и z . Тогда, если принять обозначения

$$u = V\bar{u}(\bar{x}, \bar{z}), \quad k = K\bar{k}(\bar{z}), \quad w = V\bar{w}(\bar{x}, \bar{z}),$$

$$x = \frac{K}{V}\bar{x}, \quad z = \frac{K}{V}\bar{z}, \quad (1.3)$$

где \bar{u} , \bar{w} , \bar{k} , \bar{x} , \bar{z} — безразмерные величины, уравнения задачи, приведенные в работе [5], примут следующий безразмерный вид:

$$u \frac{\partial u}{\partial x} + w \frac{\partial u}{\partial z} = \frac{\partial}{\partial z} k \frac{\partial u}{\partial z},$$

$$\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial w}{\partial z} = 0. \quad (1.4)$$

Граничные условия соответственно будут

$$u(x, z) \Big|_{x=0} = u_0(z), \quad V^2 k \frac{\partial u}{\partial z} \Big|_{z=0} = v_*^2,$$

$$u(x, z) - u_\infty(z) \rightarrow 0 \quad \text{при} \quad z \rightarrow \infty, \quad w(x, z) \Big|_{z=\infty} = 0, \quad (1.5)$$

где ради простоты опущены штрихи.

Масштабы при безразмерных величинах V и K определяются из условия, что при $x \rightarrow \infty$ над водной поверхностью коэффициент турбулентного обмена и скорость ветра можно представить в виде степенных зависимостей, имеющих вид

$$V = V u_1^b k_1^b, \quad K = k_1^b \left(\frac{k_1^b}{u_1^b} \right)^{\frac{1-m_b}{2m_b}}, \quad (1.6)$$

Можно получить некоторую физическую интерпретацию величины V , используя второе из граничных условий (1.5) при $x \rightarrow \infty$. Действительно, в силу обозначений (1.3) из соотношений (1.1)–(1.2) можем получить

$$u = z^{m_b}, \quad k = z^{1-m_b}, \quad (1.7)$$

тогда, подставляя (1.7) во второе граничное условие (1.5) для V получим

$$V = \frac{v_*}{V m_b}.$$

С учетом последнего соотношения вместо второго из граничных условий (1.5) будем иметь

$$k \frac{\partial u}{\partial z} = m_b. \quad (1.8)$$

Прежде чем записать уравнение в конечно-разностном виде, произведем замену переменных, обозначая

$$\frac{\partial z}{k} = d\zeta. \quad (1.9)$$

Теперь согласно (1.7) из (1.9) получим связь z и ζ в виде

$$z = (\zeta m_b) \quad \text{или} \quad \zeta = \frac{z^{m_b}}{m_b}. \quad (1.10)$$

Нетрудно убедиться, что умножая теперь уравнения задачи на k используя его выражение (1.7) и далее представляя полученные уравнения в конечно-разностном виде, получим систему неявных конечно-разностных уравнений, приведенных в работе [5]*

$$\begin{aligned} u_i^0 - u_i^1 &= -d_0, \\ cu_i^{j-1} - b_i^j u_i^j + a_i^j u_i^{j+1} &= d_i^j; \quad j = 1, 2, \dots, N-1, \\ u_i^N &= u_i^{N-1} \end{aligned} \quad (1.11)$$

для горизонтальной скорости и

$$\begin{aligned} w_i^0 &= 0 \quad (w \text{ на высоте } z = \varepsilon), \\ w_i^{j+1} &= w_i^j - A^{j+1} (u_i^j - u_{i-1}^j) \end{aligned} \quad (1.12)$$

для вертикальной скорости.

Здесь введены следующие обозначения:

$$\begin{aligned} c &= \frac{1}{\Delta \zeta}; \quad b_i^j = - \left(w_{i-1}^j - \frac{2}{\Delta \zeta} - A u_{i-1}^j \right), \\ a_i^j &= \frac{1}{\Delta \zeta} - w_{i-1}^j, \quad d_i^j = A (u_{i-1}^j)^2, \\ A &= \frac{\Delta \zeta}{\Delta x} (\zeta m_b)^{\frac{1-m_b}{m_b}}, \quad d_0 = \Delta \zeta m_b. \end{aligned} \quad (1.13)$$

Системы уравнений (1.11)–(1.12) при (1.13) решаются методом прогонки [6].

В силу замены переменных (1.9) расчетная сетка получается такой, что по переменной ζ (по вертикали) имеем равномерную сетку.

* В работе [5] уравнения (2.13)–(2.15) приведены в размерных координатах x и z .

и по z в приводном слое густота слоев больше, чем в верхних слоях. Этим обеспечивается более высокая точность расчетов в той части профиля скорости, где он претерпевает сильные изменения (в тонком приводном слое).

Как показывают уравнения (1.11)—(1.13), в „начальном“ сечении, то есть при $x=0$, нужно иметь распределения не только горизонтальной, но и вертикальной составляющей скорости. Однако, задавать вертикальную скорость в „начальном“ сечении как второе условие наряду с первым условием в (1.5), не позволяет порядок уравнений системы (1.4). При иной постановке задачи, когда в первое уравнение (1.4) входит слагаемое типа $k\partial^2 u/\partial x^2$ (горизонтальный турбулентный обмен), можно было бы задать и второе условие на одном конце. Но известно, что при этом задача значительно усложняется. Поэтому при $x=0$ вертикальную скорость определяем по уже заданному профилю горизонтальной скорости, по методу, приведенному в работе [7], тем самым согласуя их между собою, что более разумно при данной постановке задачи. Метод определения вертикальной скорости в вышеупомянутой работе заключается в следующем: если из второго уравнения системы (1.4) подставить значение du/dx в левое, то для определения w в „начальном“ сечении получим обыкновенное дифференциальное уравнение с переменными коэффициентами

$$w' - \frac{1}{u_0} \frac{\partial u_0}{\partial z} w = - \frac{1}{u_0} \frac{\partial}{\partial z} k \frac{\partial u_0}{\partial z}, \quad (1.14)$$

решение которого в новых переменных, с учетом (1.7), запишется в виде

$$w = -u_0 \left[\frac{1}{u_0^2} \frac{\partial u_0}{\partial z} \right] + 2 \int \frac{1}{u_0^3} \left(\frac{\partial u_0}{\partial z} \right)^2 dz, \quad (1.15)$$

при этом постоянная интегрирования определена из четвертого условия в (1.5).

При проведении расчетов интеграл, входящий в (1.15), рассчитан приближенно по формуле трапеции.

§ 2. Экспериментальное исследование вычислительной устойчивости схемы

С целью исследования вопроса о близости решения конечно-разностной схемы к решению дифференциального уравнения были проведены следующие вычисления: дробление шага Δx ; изменение высоты H , ограничивающей слой, в пределах которого происходит трансформация скорости ветра; дробление шага Δz ; изменение вели-

чины ζ_0 (та минимальная высота, начиная с которой проводятся расчеты).

1. Дробление шага Δx . Производились вычисления с шагом $\Delta x = 50$ м и $\Delta x = 25$ м. Сравнение результатов этих вычислений показало, что максимальные расхождения вблизи берега могут быть до 5% для вертикальной составляющей и доли процента для горизонтальной составляющей скорости. Было произведено дополнительное дробление до $\Delta x = 10$ м. Расхождение последнего случая с $\Delta x = 25$ м оказалось менее двух процентов для вертикальной скорости и доли процента для горизонтальной скорости. Принимая во внимание слабое влияние вертикальной составляющей скорости на горизонтальную составляющую, было решено считать $\Delta x = 25$ м за допустимый шаг.

2. Изменение высоты H . Были произведены экспериментальные расчеты при $H = 170$ м и $H = 1810$ м. Никаких заметных расхождений не было замечено при сравнении результатов этих расчетов. Следовательно, неточный выбор высоты H никакого влияния не может оказать на точность решения.

3. Дробление шага $\Delta \zeta$. Производились вычисления при дроблении принятого интервала изменения $\zeta_H = 136,6$ на 21, 42, 84 частей. Разница вертикальной скорости в „начальном“ сечении при дроблении на 21 и на 42 оказалось существенной. Это связано, вероятно, с тем, что схема является схемой первого порядка точности по ζ (это сделано для достижения абсолютной устойчивости схемы). Разница вертикальной скорости при дроблении шага на 42 и на 84 частей оказалась порядка 10%. Принимая во внимание слабую зависимость горизонтальной скорости от вертикальной (в последнем случае расхождение по горизонтальной скорости получается до двух процентов), сочли возможным остановиться на дроблении на 42 части.

4. Зависимость от ζ_0 или от ε , соответствующего ζ_0 . Зависимость решения конечно-разностной схемы от ε оказалась наиболее существенной. Это связано со следующим обстоятельством: если брать $\varepsilon \rightarrow 0$ ($z \rightarrow 0$), то при любом „начальном“ профиле, не имеющем в окрестности $z = 0$ вида

$$u_0 = z^{m_b} c_1, \quad (2.1)$$

получим, что $w \rightarrow \infty$ при $\varepsilon \rightarrow 0$. Пусть

$$u_0(z) = cz^{\alpha}, \quad \text{где } \alpha \neq m_b. \quad (2.2)$$

Докажем, что $w(\varepsilon) \rightarrow \infty$ при $\varepsilon \rightarrow 0$.

Действительно, запишем решение уравнения (1.11) в виде

$$w = -u_0 \int_{\varepsilon}^z \frac{\partial}{\partial z} k \frac{\partial u_0}{\partial z} \frac{dz}{u_0^2} \quad (2.3)$$

Положим $u_0 = cz^{\alpha}$, тогда числитель подинтегрального выражения (2.3) с учетом (1.1) примет вид

$$ck_1 \frac{\partial}{\partial z} z^{1-m_b} \frac{\partial u_0}{\partial z} = \alpha ck_1 (\alpha - m_b) z^{\alpha - m_b - 1}.$$

Следовательно, после несложных преобразований с учетом (2.2) и последнего выражения, вместо (2.3) получим

$$w = \frac{k_1 z (\alpha - m_b)}{\alpha + m_b} z^{\alpha} \left[z^{-\alpha - m_b} - \frac{1}{z^{\alpha + m_b}} \right]. \quad (2.4)$$

Отсюда видно, что при $\varepsilon \rightarrow 0$, $w \rightarrow \infty$. Хотя ε к нулю не стремится, оно бывает малым и тогда естественно, что при малых ε вертикальные скорости могут принимать большие значения, если „начальный“ профиль не имеет соответствующего (2.1) вида. Так как при малых ε „начальная“ скорость претерпевает сильные изменения и ее измерять трудно, это может привести к неточностям в задании „начального“ профиля в приводном слое, тем самым будет нарушен закон (2.1), и вертикальные скорости могут быть очень большими, при этом сильно неустойчивыми.

Расчеты показали, что для „начальных“ скоростей, взятых из графика, тем самым не очень точных, в результате малых изменений ε могут происходить сильные изменения вертикальных скоростей. При этом несмотря на сильные изменения последних (в 2—3 раза), вычисленные величины горизонтальной скорости оказывается устойчивым.

Вряд ли в природе имеет место такая неустойчивость вертикальных токов. Возможно, что эта неустойчивость связана с тем, что в работе принята неизменность коэффициента турбулентного обмена по горизонтали и ее независимость от составляющих скоростей u и w . В таком случае вертикальные токи как бы берут на себя функции коэффициента турбулентного обмена. Если задать „начальный“ профиль около поверхности по закону (2.1), неустойчивости вертикальных скоростей в зависимости от ε можно избежать. Очевидно, однако, что прием этот является искусственным и не может никак изменить объективного положения о неустойчивости вертикальных скоростей при малых изменениях горизонтальной скорости в начальном сечении.

В связи с изложенным, а также принимая во внимание слабую зависимость горизонтальной скорости от вертикальной, по-видимому, в практических расчетах, когда требуется точность порядка 10%, целесообразно пользоваться уравнением вида

$$u \frac{\partial u}{\partial x} = \frac{\partial}{\partial z} k \frac{\partial u}{\partial z}. \quad (2.5)$$

решение которого определяется устойчиво по всем параметрам. В тех же случаях, когда вертикальные скорости могут быть большими (например, когда до „начального“ сечения воздушный поток обтекает какое-нибудь препятствие), и является необходимым их точное вычисление, нужно изменить саму постановку задачи, то есть рассматривать коэффициент турбулентного обмена переменным по горизон-

тали и зависящим от составляющих скоростей, а также, вероятно, сохранить уравнение движения по вертикальной оси.

В настоящей работе для определенного класса „начальных“ профилей расчеты проведены и по уравнению (2.5), и по уравнению с учетом вертикальных токов.

§ 3. Анализ полученных результатов

Предложенная схема решения задачи предусматривает произвольное „начальное“ распределение $u_0(\zeta)$. При проведении расчетов здесь взят класс распределений в следующем виде:

$$u_0 = \gamma \zeta^{m_c/m_b} \quad (3.1)$$

для таких высот, для которых $\gamma_c^{m_c/m_b} < m_b^{\gamma_c}$, и

$$u_0 = m_b \zeta \quad (3.2)$$

для остальных высот.

„Начальные“ распределения вида (3.1)—(3.2) имеют силу из водоемов, расположенных, в основном, в равнинных районах. Учитывая, что в постановке задачи, начиная с некоторой высоты „начальная“ скорость совпадает с предельной по горизонтали (то есть влияние подстилающей поверхности распространяется до определенной высоты), можно получить выражение для γ . А именно, обозначим точку совпадения „начального“ и предельного профилей через $\zeta_{стык}$ и учтем, что предельный профиль имеет вид

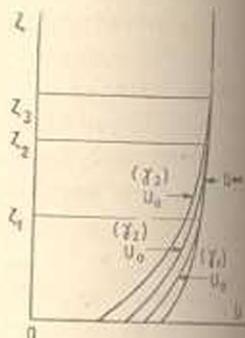
$$u_c = m_b \zeta \quad (3.3)$$

Тогда из равенства „начальной“ и предельной скоростей в точке стыка можно получить

$$\gamma = m_b^{\gamma_c} \zeta_{стык}^{1 - \frac{m_c}{m_b}} \quad (3.4)$$

Последнее выражение показывает, что параметр γ в задаче характеризует различные высоты для стыка „начального“ и предельного профилей (фиг. 1) и определяется по заданному значению параметра шероховатости водной поверхности.

Прежде чем перейти к основным расчетам, был рассчитан один вариант с целью выяснения на каком расстоянии от берега можно получить предельный профиль, рассчитанный теоретически по (3.3). Поэтому этот вариант рассчитывался до расстояния $x = 50$ км. Оказалось, что предельный профиль получается полностью на расстоянии



Фиг. 1. Схема задания „начального“ профиля.

$x=36$ км от берега. В табл. 1 приводятся безразмерные скорости, рассчитанные теоретически и результаты расчетов численного решения, при этом последние приводятся с той точностью, с какой они получились при счете.

Таблица 1
Предельные безразмерные профили скоростей
рассчитанные теоретически (u_∞) и на расстоянии
 $x=36$ км по счету (u_{36})

$z, м$	u_∞	u_{36}	$z, м$	u_∞	u_{36}
0,05	6,06	6,0598695	7,84	10,042	10,043199
0,09	6,422	6,4218695	11,14	10,404	10,405910
0,16	6,784	6,7838725	15,67	10,766	10,768942
0,26	7,146	7,1458803	21,78	11,128	11,132412
0,43	7,508	7,5078962	30,21	11,490	11,496464
0,69	7,870	7,8699253	41,13	11,852	11,861264
1,07	8,232	8,2319754	55,47	12,214	12,226986
1,66	8,594	8,5940581	73,56	12,576	12,593773
2,50	8,956	8,9561910	98,41	12,938	12,961680
3,78	9,318	9,3183992	130,35	13,300	13,330574
5,44	9,680	9,6807187	170,21	13,662	13,700000

Приведенные в таблице данные показывают, что предельный профиль получен с достаточно большой точностью.

Для этого варианта была рассчитана относительная трансформации по формуле*

$$\sigma = \left[1 - \frac{\max |u_\infty - u|}{\max |u_\infty - u_0|} \right] 100\% \quad (3.5)$$

на разных расстояниях от берега. Ниже, в табл. 2 приводятся эти результаты.

Таблица 2

$x, км$	1	6	16	25	36
$\sigma, \%$	36,6	75,8	91,5	97,3	100

Как показывают данные табл. 2, основная часть трансформации получается уже на расстоянии $x=6$ км от берега.

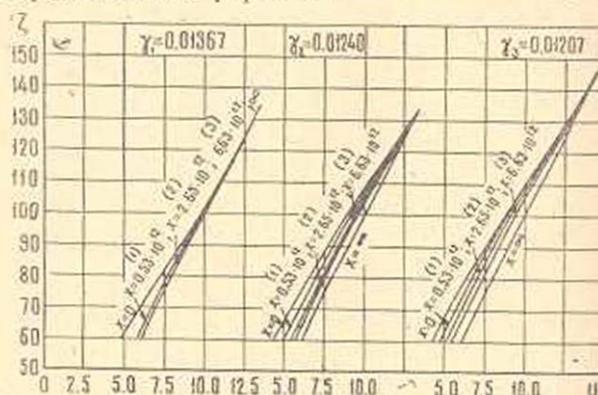
Далее были произведены расчеты для трех различных значений γ ($\gamma=0,0137; 0,0124; 0,0121$). Результаты этих расчетов показывают следующее.

Вертикальные нисходящие токи в данном случае по абсолютной величине получились небольшими (0,5 см/сек—максимально). Наибольшая ошибка из-за неучета таких нисходящих скоростей в величине горизонтальной скорости составляет 1—2%. Это значит, что при проведении для практических целей расчетов, относящихся к водоемам, для которых „начальный“ профиль может быть описан степенным законом (3.1), без ущерба для точности можно использовать решенные уравнения (2.5).

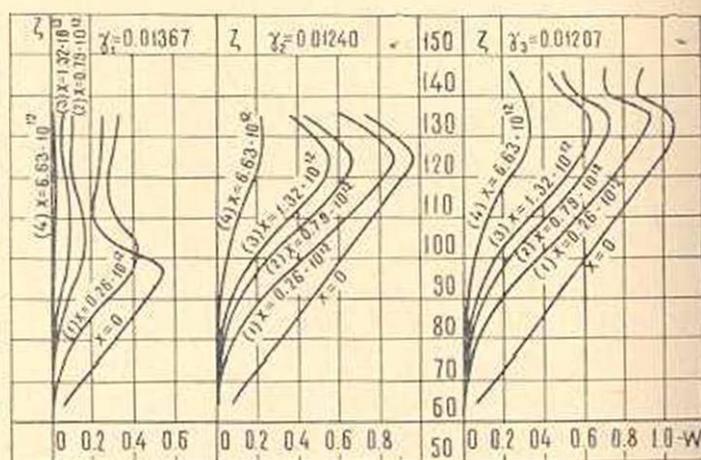
* Эта формула приведена в статье [8] с опечатками.

Качественно нисходящие токи ускоряют трансформацию горизонтальной скорости. Количественный вывод о сокращении длины трансформации на величину $(1 - m_b)$, полученный ранее нами в работе [9] из аналитического решения линеаризованной задачи только для больших x , здесь, по детальным расчетам, получается для расстояний от стыка двух подстилающих поверхностей.

С целью иллюстрации полученных результатов на фиг. 2 приводятся вертикальные профили безразмерных горизонтальных и вертикальных скоростей для различных значений параметра γ на разных расстояниях от берега. Кривые распределения вертикальных скоростей построены по их усредненным значениям по трем точкам



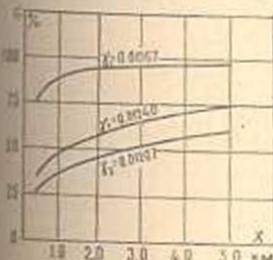
Фиг. 2. Вертикальные профили безразмерных горизонтальных и вертикальных скоростей на разных расстояниях от берега: (1) $x=0,4$ км; (2) $x=2$ км; (3) $x=5$ км.



Фиг. 3. Распределение по высоте безразмерных вертикальных скоростей на разных расстояниях от берега: (1) $x=0,2$ км; (2) $x=0,6$ км; (3) $x=1,0$ км; (4) $x=5$ км.

Кривые на фиг. 3 показывают, что уже на расстоянии 500–600 м от берега вертикальные токи уменьшаются в 4–5 раза, а излом профилей вертикальных нисходящих скоростей связан со значением высоты стыка $z_{\text{стыка}}$ „начального“ и предельного профилей (фиг. 1).

Кривые распределения по горизонтали относительной трансформации для рассчитанных вариантов, полученные по формуле (3.5), приведены на фиг. 4. Этот рисунок показывает, что с уменьшением γ (с увеличением высоты стыка „начального“ и предельного профилей) уменьшается доля трансформации на данном расстоянии.



Фиг. 4. Распределение по горизонтали относительной трансформации.

Сравнивая значения ε , приведенные на фиг. 4 с данными табл. 2, можно утверждать, что во всех наших расчетах (для класса „начальных“ профилей вида (3.1)) предельный профиль можно было бы получить на расстоянии около 36 км от берега. Об этом свидетельствует также значение γ для того варианта, когда рассчитывали предельный профиль, а именно $\gamma = 0,0126$. Исходя из этого, можно утверждать, что при трансформации

профиля скорости ветра над водной поверхностью, для которых „начальный“ профиль имеет вид (3.1)–(3.2), предельный профиль получается на расстоянии примерно 30 км от берега, при этом основная часть трансформации, 75 % в среднем, получается уже на расстоянии 5 км от берега.

Институт водных проблем и гидротехники
МВХ Армянской ССР

Поступила 24 VII 1964

Ն. Ա. ՊԵՏՐՈՍՅԱՆ

ԶՐԱՅԻՆ ԿԱԿԵՐԵՎՈՒՅՑԻՒ ՎՐԱ ՔԱՄՈՒ ԴԱՇՏԻ ԶԵՎԱՓՈՆՈՒԹՅԱՆ
ՀԱՐՏԻ ՇՈՒՐՋԸ՝ ՈՒՂԱՁԻԿ ՀՈՍՔԵՐԻ ՀԱՇՎԱՌՄԱՆ ԴԵՊՔՈՒՄ

Ա մ փ ո փ ո ի մ

Աշխատության մեջ ուսումնասիրվում է ողորմից հոսքերի հաշվառման գեղքում քամու դաշտի ձևափոխության հարցը:

Խնդրի ոչ-դժային համասարման թվային լուծումը որոշ գեղքերի համար կատարվել է էլեկտրոնային հաշվիչ մեքենայի վրա:

Հաշվումների հիման վրա հետազոտվում է աշխատության մեջ առաջարկվող լուծման սխեմայի հաշվային կալուստությունը:

Դիտարկված «սկզբնական» պրոֆիլի համար կատարված հաշվումների շուրջ են տալիս հետևյալը՝ քամու դաշտի ձևափոխությունը հիմնականում պայթատվում է երկու ժամկետների բաժանման ղծից մոտավորապես 5 կմ հեռավորության վրա, որից հետո ձևափոխությունը շարունակվում է կատարվել շատ դանդաղ և լիովին դադարում է 25–30 կմ հեռավորության վրա:

Քամու հորիզոնական արագությունը աճելու հետևանքով առաջացած փոքրիկ արագությունները տվյալ գեղքում ստացվում են ոչ մեծ՝ ամե-

նաշատը 0.5 սմ/վրկ և դրանց ազդեցությունը հորիզոնական արագության մեծության վրա նույնպես մեծ չէ (ամենաշատը 1—2 տոկոս):

Նախորդ աշխատություններում տրված եզրակացությունն այն մասին, որ վարրնիմաց արագությունները արագացնում են հորիզոնական արագության ձևափոխությունը (1— π_0) մեծությամբ, բոլոր հետախորությունների համար արական ճշգրտվում է:

Աշխատության մեջ կատարված հետազոտությունները ցույց են տալիս, որ բոլոր այն դեպքերում, երբ «սկզբնական» պրոֆիլը հնարավոր է ներկայացնել (3.1)—(3.2) տեսքով, դործնականում կատարվող հաշվումների ժամանակ նպատակահարմար է օգտագործել (2.5) հավասարման լուծումը:

Л И Т Е Р А Т У Р А

1. Гандин Л. С. К вопросу о трансформации профиля ветра. Труды ГГО, вып. 33 (95), 1952.
2. Дмитриев А. А. и Соколова И. Н. Схема оценки изменений скорости и профиля ветра при переходе с суши на море. Труды морск. гидрофиз. ин-та, 4, 1954.
3. Зайцев А. С. Трансформация скорости ветра над ограниченными водоемами. Материалы первого научно-технического совещания по изучению Куйбышевского водохранилища. Куйбышев, 1963.
4. Тимофеев М. П. Основные вопросы физики нижнего слоя воздуха над водоемами. Автореферат докторской диссертации, Л., 1962.
5. Петросян Н. А. Влияние вортикальных инсоляционных токов на процесс трансформации поля ветра. ДАН АрмССР, 37, № 4, 1963.
6. Годунов С. К. и Рябенский В. С. Введение в теорию разностных схем. М., 1962.
7. Браиловская И. Ю., Чудов Л. А. Решение уравнений пограничного слоя разностным методом. В книге: Вычислительные методы и программирование. Изд. МГУ, 1962.
8. Петросян Н. А. Об одном численном решении нелинейного уравнения трансформации поля ветра. Известия АН АрмССР, серия физ.-мат. наук, 16, 4, 1963.
9. Петросян Н. А. К вопросу о трансформации профиля ветра под влиянием подстилающей поверхности. Известия АН АрмССР, серия физ.-мат. наук, 16, № 3, 1963.