

ТЕОРИЯ ПОЛЗУЧЕСТИ

Р. М. КИРАКОСЯН

О ПОЛЗУЧЕСТИ СЛОЯ СТЕКЛОПЛАСТИКА ПРИ
ДВУХОСНОМ РАСТЯЖЕНИИ

Вопросам теоретического определения напряженно-деформированного состояния конструкций из стеклопластиков в условиях ползучести посвящены работы Г. И. Брызгалина [1], Н. И. Малинина [2], П. М. Огибалова, Ю. В. Биккениной [3] и других.

В настоящей работе рассматривается задача определения деформаций и перераспределения напряжений между стекловолокном и связующим материалом отдельных рядов стеклошпона, вследствие ползучести связующего материала.

Показывается, что ползучесть стеклопластиков при двухосном растяжении можно описать уравнениями ортотропной наследственной линейной ползучести, при этом упругие постоянные и меры ползучести выражаются через упругие постоянные отдельных составляющих стеклопластика и меру ползучести связующего материала.

По безмоментной теории дается решение задачи осесимметричной ползучести и релаксации оболочек вращения, изготовленных из стеклопластиков.

§ 1. Рассмотрим однородный по толщине единичный элемент постоянной толщины δ_y , армированный лишь по направлению y — u плотностью n_y , причем

$$n_y = \frac{\Omega_a}{\Omega},$$

где Ω — площадь поперечного сечения элемента, Ω_a — площадь арматуры в этом сечении.

Пусть элемент растягивается слабо изменяющимися во времени усилиями $T_{1x}(t)$ и $T_{1y}(t)$. Предположим, что армирующее стекловолокно представляет собой упругое тело, а связующий материал обладает заметным свойством ползучести. Тогда с течением времени произойдет перераспределение напряжений σ_1 , σ_2 , σ_3 между стекловолокном и связующим материалом (фиг. 1).

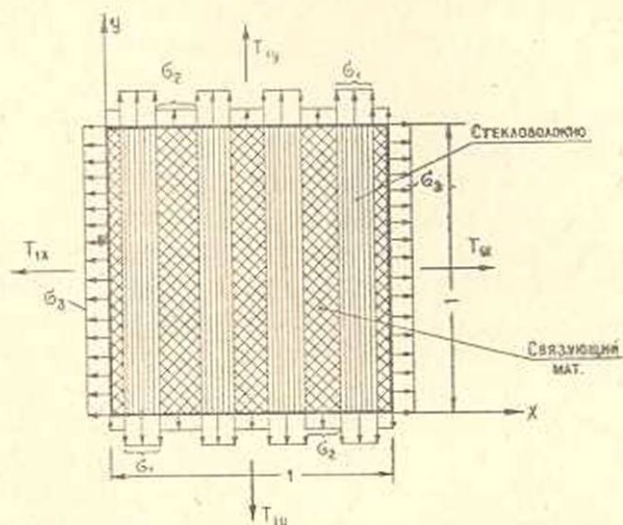
Из условий совместности деформирования стекла и связующего материала и уравнений равновесия единичного слоя в целом получим

$$\varepsilon_x = \frac{1-n_y}{E_{\text{св}}} [\sigma_3 - \nu_{\text{св}} \sigma_2 + E_{\text{св}} \varepsilon_x^c(\sigma_2, \sigma_3)] + \frac{n_y}{E_a} (\sigma_3 - \nu_a \sigma_1),$$

$$\varepsilon_y = \frac{1}{E_{\text{св}}} [\sigma_2 - \nu_{\text{св}} \sigma_3 + E_{\text{св}} \varepsilon_y^c(\sigma_2, \sigma_3)] = \frac{\sigma_1 - \nu_a \sigma_3}{E_a}, \quad (1.1)$$

$$T_{1x} = \delta_y \sigma_3, \quad T_{1y} = \delta_y [n_y \sigma_1 + (1-n_y) \sigma_2], \quad (1.2)$$

где $\varepsilon_x, \varepsilon_y$ — средние значения полных деформаций, $\varepsilon_x^c, \varepsilon_y^c$ — деформации ползучести связующего материала, $E_a, E_{\text{св}}$ и $\nu_a, \nu_{\text{св}}$ — соответственно модули упругости и коэффициенты Пуассона стекла и связующего материала.



Фиг. 1.

Рассмотрим теперь пластинку, составленную из $N = m + n$ рядов, симметрично собранных относительно срединной плоскости пластинки, из которых m рядов армированы по направлению $y-y$, а n — по $x-x$.

Для единичного элемента, вырезанного из такой составной пластинки, уравнения совместности деформаций стекла и связующего материала и уравнения равновесия для всего пакета в целом запишутся в виде

$$\varepsilon_x = \frac{1-n_y}{E_{\text{св}}} [\sigma_3 - \nu_{\text{св}} \sigma_2 + E_{\text{св}} \varepsilon_x^c(\sigma_2, \sigma_3)] + \frac{n_y}{E_a} (\sigma_3 - \nu_a \sigma_1) =$$

$$= \frac{1}{E_{\text{св}}} [\sigma_3 - \nu_{\text{св}} \sigma_2 + E_{\text{св}} \varepsilon_x^c(\sigma_2, \sigma_3)] = \frac{\sigma_3 - \nu_a \sigma_1}{E_a}, \quad (1.3)$$

$$\varepsilon_y = \frac{1-n_x}{E_{\text{св}}} [\sigma_2 - \nu_{\text{св}} \sigma_3 + E_{\text{св}} \varepsilon_y^c(\sigma_2, \sigma_3)] + \frac{n_x}{E_a} (\sigma_2 - \nu_a \sigma_4) =$$

$$= \frac{1}{E_{\text{св}}} [\sigma_2 - \nu_{\text{св}} \sigma_3 + E_{\text{св}} \varepsilon_y^c(\sigma_2, \sigma_3)] = \frac{\sigma_2 - \nu_a \sigma_4}{E_a}.$$

$$\begin{aligned} T_1 &= mT_{1x} + nT_{2x} = m\delta_y\sigma_3 + n\delta_x[n_x\sigma_4 + (1-n_x)\sigma_5], \\ T_2 &= mT_{1y} + nT_{2y} = m\delta_y[n_y\sigma_1 + (1-n_y)\sigma_2] + n\delta_x\sigma_6. \end{aligned} \quad (1.4)$$

Уравнения (1.3) и (1.4) образуют систему восьми уравнений относительно восьми неизвестных ($\sigma_1, \dots, \sigma_6, \varepsilon_x, \varepsilon_y$). Характер этой системы существенным образом зависит от уравнений ползучести связующего материала. Для простоты в дальнейшем будем полагать

$$\delta_x = \delta_y = \delta.$$

Подставляя значения напряжений

$$\begin{aligned} \sigma_5 &= \frac{T_1}{n\delta(1-n_x)} - \frac{m\sigma_3}{n(1-n_x)} - \frac{n_x}{1-n_x}\sigma_4, \\ \sigma_6 &= \frac{T_2}{n\delta} - \frac{mn_y}{n}\sigma_1 - \frac{m(1-n_y)\sigma_2}{n} \end{aligned} \quad (1.5)$$

из (1.4) в уравнения совместности (1.3), получим следующую систему алгебраических уравнений относительно напряжений $\sigma_1, \dots, \sigma_4$

$$\sum_{j=1}^4 a_{ij}\sigma_j = b_i \quad i, j = 1, 2, 3, 4, \quad (1.6)$$

где введены обозначения

$$\begin{aligned} a_{11} &= \frac{\nu_a n_y N}{E_a n}, \quad a_{12} = A + \frac{1-n_y}{E_a E_{cn} n} (E_a n \nu_{cn} + E_{cn} m \nu_a), \\ a_{13} &= -2A - \frac{E_{cn} n_y + E_a (1-n_y)}{E_a E_{cn}}, \quad a_{14} = \frac{1}{E_a}, \\ a_{21} &= \frac{1}{E_a} + \frac{mn_y}{n} \left[2\bar{A} + \frac{E_{cn} n_x + E_a (1-n_x)}{E_a E_{cn}} \right], \\ a_{22} &= \frac{m(1-n_y)}{n} \left[2\bar{A} + \frac{E_{cn} n_x + E_a (1-n_x)}{E_a E_{cn}} \right], \\ a_{23} &= -\frac{\nu_a}{E_a} - \frac{m}{n(1-n_x)} \left(A + \frac{1-n_x}{E_{cn}} \nu_{cn} \right), \\ a_{24} &= \frac{\nu_a n_x}{E_a} - \frac{n_x}{1-n_x} \left(\bar{A} + \frac{1-n_x}{E_{cn}} \nu_{cn} \right), \\ a_{31} &= -\frac{mn_y}{n} \left(\bar{B} + \frac{E_a \nu_{cn} - E_{cn} \nu_a}{E_a E_{cn}} \right), \\ a_{32} &= -\frac{m(1-n_y)}{n} \left(\bar{B} + \frac{E_a \nu_{cn} - E_{cn} \nu_a}{E_a E_{cn}} \right), \\ a_{41} &= \frac{m}{n(1-n_x)} \left(2\bar{B} + \frac{1}{E_{cn}} \right), \quad a_{43} = \frac{1}{E_a} + \frac{n_x}{1-n_x} \left(2\bar{B} + \frac{1}{E_{cn}} \right), \end{aligned} \quad (1.7)$$

$$\begin{aligned}
 a_{41} &= \frac{1}{E_a}, \quad a_{42} = -2B - \frac{1}{E_{cs}}, \quad a_{43} = B + \frac{E_a \gamma_{cs} - E_{cs} \gamma_a}{E_a E_{cs}}, \quad a_{44} = 0, \\
 b_1 &= \frac{\gamma_a}{E_a \delta n} T_2, \quad b_2 = \frac{1}{\delta n} \left[2\bar{A} + \frac{E_{cs} n_x + E_a (1 - n_x)}{E_a E_{cs}} \right] T_2 - \\
 &\quad - \frac{1}{\delta n (1 - n_x)} \left[\bar{A} + \frac{(1 - n_x) \gamma_{cs}}{E_{cs}} \right] T_1, \\
 b_3 &= \frac{1}{\delta n (1 - n_x)} \left(2B + \frac{1}{E_{cs}} \right) T_1 - \frac{1}{\delta n} \left(B + \frac{E_a \gamma_{cs} - E_{cs} \gamma_a}{E_a E_{cs}} \right) T_2, \quad b_4 = 0, \\
 A &= \frac{(1 - n_y) \varepsilon_x^c(\sigma_2, \sigma_3)}{2\sigma_3 - \sigma_2}, \quad \bar{A} = \frac{(1 - n_x) \varepsilon_y^c(\sigma_5, \sigma_6)}{2\sigma_6 - \sigma_5}, \\
 B &= \frac{\varepsilon_x^c(\sigma_2, \sigma_3)}{2\sigma_3 - \sigma_2}, \quad \bar{B} = \frac{\varepsilon_y^c(\sigma_5, \sigma_6)}{2\sigma_6 - \sigma_5}.
 \end{aligned}$$

Систему (1.6) будем решать методом последовательных приближений. В качестве нулевого приближения берем упруго-мгновенные решения ($A^0 = \bar{A}^0 = B^0 = \bar{B}^0 = 0$)^{*}. Для получения первого приближения нужно полагать

$$A^1 = \frac{(1 - n_y) \varepsilon_x^c(\sigma_2^0, \sigma_3^0)}{2\sigma_3^0 - \sigma_2^0}, \quad B^1 = \frac{\varepsilon_x^c(\sigma_2^0, \sigma_3^0)}{2\sigma_3^0 - \sigma_2^0}, \dots$$

Аналогичным образом строятся и последующие приближения —

$$A^k = \frac{(1 - n_y) \varepsilon_x^c(\sigma_2^{k-1}, \sigma_3^{k-1})}{2\sigma_3^{k-1} - \sigma_2^{k-1}}, \dots \quad (1.8)$$

Решение системы (1.6) можно представить в виде

$$\begin{aligned}
 \sigma_1 &= \frac{B_{11} A_{22} - B_{22} A_{11}}{A_{11} A_{22} - A_{12} A_{21}}, \quad \sigma_2 = \frac{B_{11} - A_{11} \sigma_1}{A_{12}}, \\
 \sigma_3 &= -\frac{a_{11} \sigma_1 + a_{12} \sigma_2}{a_{13}}, \quad \sigma_4 = \frac{b_1 - a_{11} \sigma_1 - a_{12} \sigma_2 - a_{13} \sigma_3}{a_{14}}, \quad (1.9)
 \end{aligned}$$

где

$$\begin{aligned}
 A_{11} &= \frac{a_{43} (a_{21} a_{34} - a_{21} a_{24}) - a_{41} (a_{23} a_{31} - a_{23} a_{21})}{a_{42}}, \\
 A_{12} &= \frac{a_{42} (a_{22} a_{31} - a_{22} a_{21}) - a_{42} (a_{23} a_{31} - a_{23} a_{21})}{a_{43}}, \\
 A_{21} &= \frac{a_{43} (a_{11} a_{21} - a_{21} a_{14}) - a_{41} (a_{13} a_{21} - a_{23} a_{14})}{a_{43}}, \\
 A_{22} &= \frac{a_{42} (a_{12} a_{21} - a_{22} a_{14}) - a_{42} (a_{13} a_{21} - a_{23} a_{11})}{a_{43}}, \\
 B_{11} &= a_{24} b_2 - a_{21} b_3, \quad B_{22} = a_{24} b_1 - a_{14} b_2.
 \end{aligned} \quad (1.10)$$

* Через f^k обозначено значение k -ого приближения функции f .

С помощью (1.5), (1.9) и (1.7), (1.10) для средних значений полных деформаций из (1.3) получим

$$\varepsilon_x = A_1 T_1 + A_2 T_2, \quad \varepsilon_y = B_1 T_1 + B_2 T_2, \quad (1.11)$$

где

$$\begin{aligned} A_1 &= -\frac{A_3}{\partial n (1 - n_x)} \left[\bar{A} + \frac{(1 - n_x) \gamma_{cn}}{E_{cn}} \right] - \frac{B_3}{\partial n (1 - n_x)} \left(2\bar{B} + \frac{1}{E_{cn}} \right), \\ A_2 &= \frac{A_3}{\partial n} \left[2\bar{A} + \frac{E_{cn} n_x + E_a (1 - n_x)}{E_a E_{cn}} \right] + \\ &+ \frac{B_3}{\partial n} \left(\bar{B} + \frac{E_a \gamma_{cn} - E_{cn} \gamma_a}{E_a E_{cn}} \right) - \frac{b A_{12} a_{24} \gamma_a}{E_a^2 \partial n (A_{11} A_{22} - A_{12} A_{21})}, \\ A_3 &= \frac{a a_{34}}{E_a} + \frac{b A_{22} a_{34}}{E_a (A_{11} A_{22} - A_{12} A_{21})} + \frac{b A_{12} a_{14}}{E_a (A_{11} A_{22} - A_{12} A_{21})}, \\ B_3 &= \frac{a a_{24}}{E_a} + \frac{b A_{22} a_{24}}{E_a (A_{11} A_{22} - A_{12} A_{21})}, \\ a &= \frac{1}{A_{12}} \left[\frac{\gamma_a m (1 - n_y)}{n} - \frac{a_{12}}{a_{14}} + \frac{a_{13} a_{43}}{a_{14} a_{43}} \right], \\ b &= \left\{ \frac{\gamma_a m n_y}{n} - \frac{a_{11}}{a_{14}} + \frac{a_{13} a_{41}}{a_{14} a_{43}} - \frac{A_{11}}{A_{12}} \left[\frac{\gamma_a m (1 - n_y)}{n} - \frac{a_{12}}{a_{14}} + \frac{a_{13} a_{43}}{a_{14} a_{43}} \right] \right\}, \\ B_1 &= \bar{A}_2, \quad B_2 = \bar{A}_1 \end{aligned} \quad (1.12)$$

(здесь и в дальнейшем черточка над функциями означает, что m , n , n_x , n_y , T_1 и T_2 в выражениях этих функций заменены, соответственно, через $\bar{n}$, $\bar{m}$, $\bar{n}_y$, $\bar{n}_x$, $\bar{T}_2$ и $\bar{T}_1$). Очевидно, что

$$\varepsilon_x^k = A_1^{k-1} T_1 + A_2^{k-1} T_2, \quad \varepsilon_y^k = \bar{A}_2^{k-1} T_1 + \bar{A}_1^{k-1} T_2. \quad (1.13)$$

Смысл k -ого приближения решения таков: расчет стеклопластика в условиях ползучести сводится к расчету некоторого приведенно-ортотропного упругого тела с соотношениями между деформациями и условиями (1.13). Причем упругие коэффициенты этого приведенного материала зависят от времени, чем и учитывается ползучесть стеклопластика, вызываемая ползучестью связующего материала.

При соблюдении определенных условий [5]

$$\lim_{k \rightarrow \infty} A_1^k = A_1^\infty, \quad \lim_{k \rightarrow \infty} A_2^k = A_2^\infty, \quad \lim_{k \rightarrow \infty} \varepsilon_x^k = \varepsilon_x, \quad \lim_{k \rightarrow \infty} \varepsilon_y^k = \varepsilon_y \quad (1.14)$$

и последовательность приведенно-ортотропных материалов сходится к некоторому определенному ортотропному упругому материалу, упругие коэффициенты которого A_1^∞ , A_2^∞ , $\bar{A}_1^\infty$ и $\bar{A}_2^\infty$ изменяются во времени.

Рассмотрим следующий иллюстрационный пример. Пусть

$$T_1 = 350 \frac{\text{кг}}{\text{см}}, \quad T_2 = 0, \quad \delta = 0,0015 \text{ см}, \quad m = 150, \quad n = 300,$$

$$n_x = 0,6, \quad n_y = 0,3, \quad E_a = 500000 \frac{\text{кг}}{\text{см}^2}, \quad E_{cn} = 75000 \frac{\text{кг}}{\text{см}^2}$$

и деформация ползучести связующего материала определяется уравнением [6]

$$\varepsilon^c = m' t^\alpha \operatorname{sh} \frac{\sigma}{\sigma_m},$$

где $m' = 4 \cdot 10^{-5}$, $\sigma_m = 100 \frac{\text{кг}}{\text{см}^2}$, $\alpha = 0,4$.

На основе расчетов по методу последовательных приближений в нижеприведенной таблице даются значения напряжений σ_2 , σ_4 , σ_5 и модуля упругости приведенного материала $E_{\text{пр}}$ для четырех моментов времени t .

		$\sigma_2, \text{кг/см}^2$	$\sigma_4, \text{кг/см}^2$	$\sigma_5, \text{кг/см}^2$	ε_x в %	$E_{\text{пр}} \cdot 10^{-5}$ кг/см^2
	Нулевое прибл.	206,2	1022,1	153,6	0,204	2,542
I приближен.	$t_1 = 10$ дн.	184,2	1048,9	140,9	0,210	2,469
	$t_2 = 30$ дн.	172,1	1063,6	134,0	0,213	2,434
	$t_3 = 60$ дн.	161,1	1077,0	127,6	0,215	2,412
	$t_4 = 100$ дн.	150,9	1089,4	121,7	0,218	2,379
II приближен.	t_1	188,8	1044,0	142,4	0,208	2,493
	t_2	168,8	1069,9	128,6	0,214	2,423
	t_3	147,9	1097,4	113,4	0,219	2,368
	t_4	127,1	1125,5	97,4	0,225	2,305
III приближен.	t_1	187,9	1044,8	142,3	0,209	2,481
	t_2	168,5	1069,6	129,4	0,214	2,423
	t_3	150,4	1093,2	116,6	0,219	2,368
	t_4	134,4	1114,3	104,9	0,223	2,325
IV приближен.	t_1	188,1	1044,7	142,3	0,209	2,481
	t_2	168,8	1069,5	129,2	0,214	2,423
	t_3	150,2	1093,8	115,9	0,219	2,368
	t_4	132,8	1116,9	103,0	0,223	2,325
V приближен.	t_1	188,1	1044,7	142,3	0,209	2,481
	t_2	168,7	1069,5	129,3	0,214	2,423
	t_3	150,1	1093,8	116,1	0,219	2,368
	t_4	133,1	1116,4	103,5	0,223	2,325

* Модуль упругости приведенного материала определяется формулой $E_{\text{пр}} = \frac{\sigma_{\text{ср}}}{\varepsilon_x}$, где $\sigma_{\text{ср}}$ — среднее по толщине пластинки нормальное напряжение.

§ 2. Рассмотрим случай, когда в качестве уравнений ползучести связующего материала принимаются соотношения теории линейной наследственности [4]. Тогда условия совместности деформирования стекла и связующего материала и уравнения равновесия для всего пакета пластинки в целом примут вид

$$\sigma_2 - \nu_{cb}\sigma_2 - \int_{\tau_1}^t (\sigma_2 - \nu_{cb}\sigma_2) \frac{\partial C(t, \tau)}{\partial \tau} d\tau = \frac{E_{cb}}{E_a(1-n_y)} [\sigma_4 - \nu_a\sigma_4 - n_y(\sigma_2 - \nu_{cb}\sigma_2)],$$

$$\sigma_5 - \nu_{cb}\sigma_5 - \int_{\tau_1}^t (\sigma_5 - \nu_{cb}\sigma_5) \frac{\partial C(t, \tau)}{\partial \tau} d\tau = \frac{E_{cb}}{E_a} (\sigma_4 - \nu_a\sigma_5), \quad (2.1)$$

$$\sigma_3 - \nu_{cb}\sigma_3 - \int_{\tau_1}^t (\sigma_3 - \nu_{cb}\sigma_3) \frac{\partial C(t, \tau)}{\partial \tau} d\tau = \frac{E_{cb}}{E_a} (\sigma_1 - \nu_a\sigma_3),$$

$$\sigma_6 - \nu_{cb}\sigma_6 - \int_{\tau_1}^t (\sigma_6 - \nu_{cb}\sigma_6) \frac{\partial C(t, \tau)}{\partial \tau} d\tau = \frac{E_{cb}}{E_a(1-n_x)} [\sigma_1 - \nu_a\sigma_6 - n_x(\sigma_6 - \nu_{cb}\sigma_6)];$$

$$T_1 = \delta [m\sigma_2 + n [n_x\sigma_4 + (1-n_x)\sigma_5]],$$

$$T_2 = \varepsilon [n\sigma_6 + m [n_y\sigma_1 + (1-n_y)\sigma_2]], \quad (2.2)$$

где τ_1 — возраст, $C(t, \tau)$ — мера ползучести связующего материала.

Исключая напряжения σ_1 , σ_2 , σ_3 и σ_4 из первого и последнего уравнений (2.1) с помощью (2.2) и второго и третьего уравнений (2.1), при этом имея в виду, что

$$\int_{\tau_1}^t \left[\int_{\tau_1}^{\tau} f(\xi) K_1(\tau, \xi) d\xi \right] K_1(t, \tau) d\tau = \int_{\tau_1}^t f(\tau) K_1(t, \tau) \left[\int_{\tau_1}^{\tau} K_1(\tau, \xi) d\xi \right] d\tau,$$

относительно напряжений σ_5 , σ_6 получим следующую систему двух линейных интегральных уравнений Вольтерра второго рода

$$a_1\sigma_5 + a_2\sigma_6 = f_1 + \int_{\tau_1}^t [\sigma_5 K_1(t, \tau) + \sigma_6 K_2(t, \tau)] d\tau$$

$$b_1\sigma_5 + b_2\sigma_6 = f_2 + \int_{\tau_1}^t [\sigma_5 K_3(t, \tau) + \sigma_6 K_4(t, \tau)] d\tau, \quad (2.3)$$

где введены обозначения

$$a_1 = - \frac{n(1-n_y)(E_a\nu_{cb} - E_{cb}\nu_a)}{E_a m(1-n_x)} \frac{E_a n_x + E_{cb}(1-n_x)}{E_a n_y + E_{cb}(1-n_y)} -$$

$$- \frac{E_a \nu_a n_x N + (1-n_x)(E_a m \nu_{cb} + E_{cb} n \nu_a)}{E_a m(1-n_x)},$$

$$\begin{aligned}
a_z = & \frac{1}{1} \left\{ n_x n_y (E_a(1-n_x) + mn_y E_a + mn_y E_a + \right. \\
& \left. + n E_{cb} - mn_x n_y (E_a - E_{cb}) + n_x n_y N (E_a - E_{cb}) - E_{cb} \right\} \\
b_1 = & \frac{mn_y (E_a - E_{cb})^2}{E_a n_x + E_{cb} (1-n_x)} - \frac{E_a E_{cb} m}{E_a n_y + E_{cb} (1-n_y)} \\
& \frac{E_a E_{cb} m (1-n_y)}{E_a E_{cb} m + n [E_a n_y + E_{cb} (1-n_x)]} \\
b_2 = & \frac{1}{E_a m (1-n_y) E_{cb}} \times \\
& \left\{ - \frac{n (1-n_y) [n_x n_y (E_a - E_{cb})^2 - E_{cb}^2] (E_a - E_{cb})}{E_a n_y + E_{cb} (1-n_y)} + \right. \\
& \left. + E_{cb} (E_a - E_{cb}) n + E_a E_{cb} m + mn_x (E_a - E_{cb}) - E_{cb} n_y + E_a (1-n_y) \right\} \\
f_1 = & A_1 T_1 + A_2 T_2 + \int_0^{\tau_1} [T_1 K_1(t, \tau) + T_2 K_2(t, \tau)] d\tau; \\
f_2 = & B_1 T_1 + B_2 T_2 + \int_0^{\tau_1} [T_1 K_1(t, \tau) + T_2 K_2(t, \tau)] d\tau; \\
K_1 = & - \frac{1}{\partial C(t, \tau)} \frac{m (1-n_x)}{\partial \tau} [mn_x n_y + mn_y (1-n_x) + mn_x n_y - \\
& \times \frac{m (1-n_x) [E_a n_y + E_{cb} (1-n_y)]^2}{m (1-n_y)} \\
& \times \left\{ -n_y (E_a - E_{cb}) [E_a n_x + E_{cb} (1-n_x)] R(t, \tau) + \right. \\
& \left. + [E_a n_y + E_{cb} (1-n_y) + E_a n_y] \int_0^{\tau} R(\tau, \xi) d\xi \right\} \times \\
& \times \frac{\partial C(t, \tau)}{\partial \tau} [n_x n_y + E_{cb} n_x + E_{cb} (1-n_x) + n_x (E_a - E_{cb}) - E_{cb} n_y] C(\tau, t) \Big|_0^{\tau_1} \\
K_2 = & \frac{1}{\partial C(t, \tau)} \frac{m (1-n_x)}{\partial \tau} [m (1-n_x) + n_x (1-n_x) + n_x n_y N - \\
& \times \frac{m (1-n_x) [E_a n_y + E_{cb} (1-n_y)]^2}{m (1-n_y)} \\
& \times \left\{ -n_y (E_a - E_{cb}) [E_a n_x + E_{cb} (1-n_x)] R(t, \tau) + \right. \\
& \left. + [E_a n_y + E_{cb} (1-n_y) + E_a n_y] \int_0^{\tau} R(\tau, \xi) d\xi \right\} \times \\
& \times \frac{\partial C(t, \tau)}{\partial \tau} [n_x n_y + E_{cb} n_x + E_{cb} (1-n_x) + n_x (E_a - E_{cb}) - E_{cb} n_y] C(\tau, t) \Big|_0^{\tau_1}
\end{aligned}$$

(2.5)

(2.4)

$$\begin{aligned}
& \times \frac{\partial C(t, \tau)}{\partial \tau} \left[E_a n_y + E_{cb} (1 - n_y) + E_a n_y \int_{\tau}^t R(\tau, \xi) d\xi \right] \times \\
& \times [-2(E_a \nu_{cb} - E_{cb} \nu_a) + E_a \nu_{cb} C(\tau, t)], \\
K_3 = & \left\{ -\frac{2nn_x [E_a - n_y (E_a - E_{cb})] + E_{cb} [n(1 - n_x - n_y) + m]}{mE_{cb} (1 - n_y)} + \right. \\
& + \frac{nn_y \nu_{cb} (E_a \nu_{cb} - E_{cb} \nu_a) [E_a n_x + E_{cb} (1 - n_x)]}{mE_{cb} [E_a n_y + E_{cb} (1 - n_y)]} \Big\} \times \\
& \times \frac{\partial C(t, \tau)}{\partial \tau} + \frac{nn_x E_a}{mE_{cb}} C(\tau, t) \frac{\partial C(t, \tau)}{\partial \tau} + \\
& + \frac{nn_y [E_a \nu_{cb} - E_{cb} \nu_a - E_a \nu_{cb} C(\tau, t)]}{mE_{cb} [E_a n_y + E_{cb} (1 - n_y)]^2} \times \\
& \times \left\{ -n_y (E_a \nu_{cb} - E_{cb} \nu_a) [E_a n_x + E_{cb} (1 - n_x)] R(t, \tau) + \right. \\
& + [E_a n_y + E_{cb} (1 - n_y) + E_a n_y \int_{\tau}^t R(\tau, \xi) d\xi] \times \\
& \times \frac{\partial C(t, \tau)}{\partial \tau} [E_a n_x \nu_{cb} + E_{cb} \nu_{cb} (1 - n_x) + n_x (E_a \nu_{cb} - E_{cb} \nu_a) - \\
& - E_a \nu_{cb} n_x C(\tau, t)] \Big\}, \\
K_4 = & \left\{ \frac{nn_x (1 - n_y) (2E_a \nu_{cb} - E_{cb} \nu_a) + E_{cb} \nu_{cb} (m + nn_x n_y)}{mE_{cb} (1 - n_y)} - \right. \\
& - \frac{n \nu_{cb} [(E_a \nu_{cb} - E_{cb} \nu_a)^2 n_x n_y - E_{cb}^2]}{mE_{cb} [E_a n_y + E_{cb} (1 - n_y)]} \Big\} \frac{\partial C(t, \tau)}{\partial \tau} - \\
& - \frac{nn_x E_a \nu_{cb}}{mE_{cb}} C(\tau, t) \frac{\partial C(t, \tau)}{\partial \tau} + \frac{nn_y [E_a \nu_{cb} - E_{cb} \nu_a - E_a \nu_{cb} C(\tau, t)]}{mE_{cb} [E_a n_y + E_{cb} (1 - n_y)]^2} \times \\
& \times \left\{ [n_x n_y (E_a \nu_{cb} - E_{cb} \nu_a)^2 - E_{cb}^2] R(t, \tau) + n_x \nu_{cb} \frac{\partial C(t, \tau)}{\partial \tau} \times \right. \\
& \times \left[E_a n_y + E_{cb} (1 - n_y) + E_a n_y \int_{\tau}^t R(\tau, \xi) d\xi \right] \times \\
& \times [-2(E_a \nu_{cb} - E_{cb} \nu_a) + E_a \nu_{cb} C(\tau, t)] \Big\}, \\
A_1 = & \frac{E_{cb} [n_y (\nu_{cb} - \nu_a) - \nu_{cb}]}{\delta m (1 - n_x) [E_a n_y + E_{cb} (1 - n_y)]}
\end{aligned} \tag{2.6}$$

$$\begin{aligned}
A_2 &= \frac{E_{cb}}{\partial m (1-n_x) [E_a n_y + E_{cb} (1-n_y)]}, \\
B_1 &= \frac{1}{E_a \partial m} \left[\frac{n_y (E_a \gamma_{cb} - E_{cb} \gamma_a)^2}{E_a n_y + E_{cb} (1-n_y)} - \frac{E_a (1-n_y) + E_{cb} n_y}{1-n_y} \right], \\
B_2 &= \frac{E_{cb}}{E_a \partial m} \left[\frac{\gamma_a}{1-n_y} + \frac{E_a \gamma_{cb} - E_{cb} \gamma_a}{E_a n_y + E_{cb} (1-n_y)} \right], \\
K_5 &= \frac{E_{cb} (1-n_y)}{\partial m (1-n_x) [E_a n_y + E_{cb} (1-n_y)]^2} \left\{ [E_a n_y + E_{cb} (1-n_y) + \right. \\
&\quad \left. + E_a n_y \int_{\tau}^t R(\tau, \xi) d\xi \right] \gamma_{cb} \frac{\partial C(t, \tau)}{\partial \tau} - n_y (E_a \gamma_{cb} - E_{cb} \gamma_a) R(t, \tau) \Big\}, \\
K_6 &= - \frac{E_{cb}^2 (1-n_y)}{\partial m (1-n_x) [E_a n_y + E_{cb} (1-n_y)]^2} R(t, \tau), \\
K_7 &= \frac{1}{\partial m E_{cb} [E_a n_y + E_{cb} (1-n_y)]} \left\{ E_{cb} [E_a n_y + E_{cb} (1-n_y) - \right. \\
&\quad \left. - 2n_y \gamma_{cb} (E_a \gamma_{cb} - E_{cb} \gamma_a)] \frac{\partial C(t, \tau)}{\partial \tau} + \frac{E_{cb} n_y^2 (E_a \gamma_{cb} - E_{cb} \gamma_a)^2}{E_a n_y + E_{cb} (1-n_y)} R(t, \tau) - \right. \\
&\quad \left. - \frac{E_a E_{cb} \gamma_{cb} n_y^2 (E_a \gamma_{cb} - E_{cb} \gamma_a)}{E_a n_y + E_{cb} (1-n_y)} \frac{\partial C(t, \tau)}{\partial \tau} \int_{\tau}^t R(\tau, \xi) d\xi + E_a E_{cb}^2 \gamma_{cb}^2 n_y \times \right. \\
&\quad \times \frac{\partial C(t, \tau)}{\partial \tau} C(\tau, t) - \frac{E_a E_{cb} n_y^2 \gamma_{cb} (E_a \gamma_{cb} - E_{cb} \gamma_a) R(t, \tau) C(\tau, t)}{E_a n_y + E_{cb} (1-n_y)} + \\
&\quad \left. + \frac{E_a^2 E_{cb} n_y^2 \gamma_{cb}^2}{E_a n_y + E_{cb} (1-n_y)} \frac{\partial C(t, \tau)}{\partial \tau} C(\tau, t) \int_{\tau}^t R(\tau, \xi) d\xi \right\}, \\
K_8 &= \frac{1}{\partial m [E_a n_y + E_{cb} (1-n_y)]} \left\{ E_{cb} n_y (E_a \gamma_{cb} - E_{cb} \gamma_a) R(t, \tau) - \right. \\
&\quad \left. - E_{cb} \gamma_{cb} \frac{\partial C(t, \tau)}{\partial \tau} - \frac{E_a E_{cb} n_y \gamma_{cb}}{E_a n_y + E_{cb} (1-n_y)} R(t, \tau) C(\tau, t) \right\} \\
&\quad \left(R(t, \tau) - \text{резольвента ядра } \frac{\partial C(t, \tau)}{\partial \tau}, \text{ то есть ядра релаксации} \right)
\end{aligned}$$

Разрешая систему (2.3), для напряжений σ_5, σ_6 получим

$$\begin{aligned}
\sigma_5 &= \frac{b_2}{D} f_1 - \frac{a_2}{D} f_2 + \int_{\tau}^t [f_1 K_9(t, \tau) + f_2 K_{10}(t, \tau)] d\tau, \\
\sigma_6 &= - \frac{b_1}{D} f_1 + \frac{a_1}{D} f_2 + \int_{\tau}^t [f_1 K_{11}(t, \tau) + f_2 K_{12}(t, \tau)] d\tau,
\end{aligned}$$

где

$$D = a_1 b_2 - a_2 b_1 \neq 0,$$

$$K_9 = \frac{D b_2 R_{13} - b_1 (b_2 K_2 - a_2 K_4)}{D^2} +$$

$$+ \frac{1}{D^2} \int_{\tau_1}^t (b_2 K_2 - a_2 K_4) \left[D K_{11} \left(1 + \int_{\xi}^{\tau} R_{13}(\xi, \eta) d\eta \right) - b_1 R_{13} \right] d\xi,$$

$$K_{10} = \frac{a_1 (b_2 K_2 - a_2 K_4) - D a_2 R_{13}}{D^2} +$$

$$+ \frac{1}{D^2} \int_{\tau_1}^t (b_2 K_2 - a_2 K_4) \left[D K_{12} \left(1 + \int_{\xi}^{\tau} R_{13}(\xi, \eta) d\eta \right) + a_1 R_{13} \right] d\xi, \quad (2.10)$$

$$K_{11} = \frac{b_2 K_1 - a_1 b_2 R_{13}}{a_2 D} - \frac{b_1 R_{14}}{D} +$$

$$+ \frac{b_2}{a_2 D} \int_{\tau_1}^t \left\{ K_1 \left[R_{14} + R_{13} \left(1 + \int_{\xi}^{\tau} R_{14}(\xi, \eta) d\eta \right) \right] - a_1 R_{13} R_{14} \right\} d\xi,$$

$$K_{12} = \frac{a_1 R_{13} - K_1 + a_1 R_{14}}{D} -$$

$$- \frac{1}{D} \int_{\tau_1}^t \left\{ K_1 \left[R_{13} + R_{13} \left(1 + \int_{\xi}^{\tau} R_{14}(\xi, \eta) d\eta \right) \right] - a_1 R_{13} R_{14} \right\} d\xi,$$

$$K_{13} = \frac{b_2 K_1 - a_2 K_3}{D}, \quad (2.11)$$

$$K_{14} = \frac{1}{a_2} \left[K_2 - \frac{b_2 K_2 - a_2 K_4}{D} \left(1 + \int_{\tau_1}^t R_{13}(\tau, \xi) d\xi \right) \left(a_1 - \int_{\tau_1}^t K_1(\tau, \xi) d\xi \right) \right] -$$

Через R_i обозначена резольвента ядра K_i .

С помощью третьего уравнения (1.3) для напряжения σ_4 в нашем случае получим

$$\sigma_4 = \frac{E_a}{E_{cs}} \sigma_5 - \frac{E_a \gamma_{cs} - E_{cs} \gamma_a}{E_{cs}} \sigma_6 - \frac{E_a}{E_{cs}} \int_{\tau_1}^t (\sigma_5 - \sigma_6 \gamma_{cs}) \frac{\partial C(t, \tau)}{\partial \tau} d\tau. \quad (2.12)$$

Нетрудно заметить, что для напряжений σ_1 , σ_2 и σ_3 справедливы следующие выражения:

$$\sigma_1 = \bar{\sigma}_4, \quad \sigma_2 = \bar{\sigma}_5, \quad \sigma_3 = \bar{\sigma}_6. \quad (2.13)$$

Для средних значений полных деформаций ε_x и ε_y с учетом (2.9), (2.13) и (2.5) из (1.3) получим

$$\begin{aligned}\varepsilon_x &= A_{11}T_1 + A_{12}T_2 + \int_{\tau_1}^t (T_1 K_{17} + T_2 K_{18}) d\tau, \\ \varepsilon_y &= A_{21}T_1 + A_{22}T_2 + \int_{\tau_1}^t (T_1 K_{19} + T_2 K_{20}) d\tau,\end{aligned}\quad (2.14)$$

где

$$\begin{aligned}A_{11} &= \frac{1}{DE_{cu}} [A_1(b_2 + \nu_{cu}b_1) - B_1(a_2 + \nu_{cu}a_1)], \\ A_{12} &= \frac{1}{DE_{cu}} [A_2(b_2 + \nu_{cu}b_1) - B_2(a_2 + \nu_{cu}a_1)], \\ K_{17} &= \frac{b_2 + \nu_{cu}b_1}{DE_{cu}} K_5 - \frac{a_2 + \nu_{cu}a_1}{DE_{cu}} K_7 + A_1 K_{15} + B_1 K_{16} + \\ &+ \int_{\tau_1}^t [K_5(t, \tau) K_{15}(\tau, \xi) + K_7(t, \tau) K_{16}(\tau, \xi)] d\tau, \\ K_{18} &= \frac{b_2 + \nu_{cu}b_1}{DE_{cu}} K_6 - \frac{a_2 + \nu_{cu}a_1}{DE_{cu}} K_8 + A_2 K_{15} + B_2 K_{16} + \\ &+ \int_{\tau_1}^t [K_6(t, \tau) K_{15}(\tau, \xi) + K_8(t, \tau) K_{16}(\tau, \xi)] d\tau, \\ A_{21} &= \bar{A}_{12}, \quad A_{22} = \bar{A}_{11}, \quad K_{19} = \bar{K}_{18}, \quad K_{20} = \bar{K}_{17}, \\ K_{15} &= \frac{1}{DE_{cu}} \left\{ D[1 - C(\tau, t)] [K_9(t, \tau) - \nu_{cu} K_{14}(t, \tau)] - (b_2 + \nu_{cu}b_1) \frac{\partial C(t, \tau)}{\partial \tau} \right\}, \\ K_{16} &= \frac{1}{DE_{cu}} \left\{ D[1 - C(\tau, t)] [K_{10}(t, \tau) - \nu_{cu} K_{12}(t, \tau)] + \right. \\ &\quad \left. + (a_2 + \nu_{cu}a_1) \frac{\partial C(t, \tau)}{\partial \tau} \right\}.\end{aligned}\quad (2.15)$$

Уравнения (2.14) и уравнения ортотропной линейной наследственности [1]

$$\varepsilon_x = E_1^{-1} (T_1 - \nu_1^* T_2), \quad \varepsilon_y = E_2^{-1} (T_2 - \nu_2^* T_1), \quad (2.17)$$

где E_i и ν_i^* — операторы вида

$$Ef(t) = E^0 f(t) - E^0 \int_{\tau_1}^t E(t, \tau) f(\tau) d\tau, \quad (2.18)$$

эквивалентны. В самом деле, из (2.17) с учетом (2.18) имеем

$$\varepsilon_x = \frac{T_1}{E_1} - \frac{\nu_1^* T_2}{E_1} + \frac{1}{E_1} \int_{\tau_1}^t H_1(t, \tau) T_1(\tau) d\tau +$$

$$\begin{aligned}
& + \frac{\gamma_1}{E_1} \int_0^t \left[\left(1 + \int_0^\tau H_1(\tau, \xi) d\xi \right) \gamma_1(t, \tau) - H_1(t, \tau) \right] T_2(\tau) d\tau, \\
\epsilon_y = & - \frac{\gamma_2 T_1}{E_2} + \frac{T_2}{E_2} + \frac{1}{E_2} \int_0^t H_2(t, \tau) T_2(\tau) d\tau + \\
& + \frac{\gamma_2}{E_2} \int_0^t \left[\left(1 + \int_0^\tau H_2(\tau, \xi) d\xi \right) \gamma_2(t, \tau) - H_2(t, \tau) \right] T_1(\tau) d\tau.
\end{aligned}$$

Здесь $H_1(t, \tau)$ и $H_2(t, \tau)$ — резольвенты ядер $E_1(t, \tau)$ и $E_2(t, \tau)$.

Обозначая

$$\begin{aligned}
\frac{1}{E_1} = A_{11}, \quad -\frac{\gamma_1}{E_1} = A_{12}, \quad \frac{H_1(t, \tau)}{E_1} = K_{11}, \\
\frac{\gamma_1}{E_1} \left[\left(1 + \int_0^\tau H_1(\tau, \xi) d\xi \right) \gamma_1(t, \tau) - H_1(t, \tau) \right] = K_{12}, \\
-\frac{\gamma_2}{E_2} = A_{21}, \quad \frac{\gamma_2}{E_2} = A_{22}, \quad \frac{H_2(t, \tau)}{E_2} = K_{20}, \\
\frac{\gamma_2}{E_2} \left[\left(1 + \int_0^\tau H_2(\tau, \xi) d\xi \right) \gamma_2(t, \tau) - H_2(t, \tau) \right] = K_{21},
\end{aligned}$$

из (2.17) получим уравнения (2.14).

Таким образом, расчеты полосы из стеклопластика на двухосное растяжение сводились к расчетам полосы из некоторого приведенного ортотропного материала, для которого соотношения между деформациями и усилиями имеют вид (2.17). Тем самым оправдывается предположение, принятое в работе [1], об использовании соотношений анизотропной наследственной линейной ползучести для описания ползучести армированных пластиков.

§ 3. Рассмотрим оболочку вращения, изготовленную из листа стеклопласта постоянной толщины $h = \delta(m + n) = \delta N$, m рядов которой армированы по направлению образующих, а n — по параллели срединной поверхности оболочки. Положение какого-либо параллельного круга срединной поверхности оболочки будем определять меридиональной дугой s , отсчитываемой от некоторого параллельного круга $s_0 = 0$. Пусть рассматриваемая оболочка свободна от поверхностных нагрузок, один конец ее ($s = s_0$) зашпечен (в безмоментном смысле), а другой конец ($s = l$) растягивается (сжимается) по направлению меридиана на величину $u = u_0(t)$.

Для тангенциальных усилий и перемещений оболочки имеем [7]

$$T_1(s, t) = \frac{F(t)}{r_2 \cos^2 \theta}, \quad T_2(s, t) = -\frac{F(t)}{r_1 \cos^2 \theta}. \quad (3.1)$$

$$u(s, t) = \cos \vartheta \int_0^s \frac{1}{\cos \vartheta} \left(\varepsilon_1 - \frac{r_2}{r_1} \varepsilon_2 \right) ds, \quad w(s, t) = r_1 \varepsilon_1 - r_1 \frac{\partial u}{\partial s}, \quad (3.2)$$

где $F(t)$ — неизвестная функция интегрирования, $r_1(s)$ и $r_2(s)$ — радиусы кривизны, ϑ — угол между касательной к меридиану и осью вращения срединной поверхности оболочки.

Удовлетворяя краевому условию $u(l, t) = u_0(t)$, с учетом (2.14), (2.15), (2.5) и (3.1), относительно функции $F(t)$ получим следующее интегральное уравнение Вольтерра второго рода:

$$F(t) = \frac{u_0(t)}{M_1 \cos \vartheta_1} - \int_{\tau_1}^t K_{21}(t, \tau) F(\tau) d\tau, \quad (3.3)$$

где

$$\vartheta_1 = \vartheta(l) \neq \frac{\pi}{2},$$

$$M_1 = \int_0^l \frac{1}{r_1 \cos \vartheta} (M_2 - r_2 \bar{M}_2) ds,$$

$$M_2 = \frac{1}{DE_{cn} \cos^2 \vartheta} \left[\frac{A_1(b_2 + \nu_{cn} b_1) - B_1(a_2 + \nu_{cn} a_1)}{r_2} + \right. \\ \left. + \frac{B_2(a_2 + \nu_{cn} a_1) - A_2(b_2 + \nu_{cn} b_1)}{r_1} \right],$$

$$K_{21}(t, \tau) = \frac{1}{M_1} \int_0^l \frac{1}{r_1 \cos \vartheta} [r_1 \Phi(s, t, \tau) - r_2 \bar{\Phi}(s, t, \tau)] ds,$$

$$\Phi(s, t, \tau) = \frac{1}{r_1 r_2 \cos^2 \vartheta} \left\{ [r_1 K_5(t, \tau) - r_2 K_6(t, \tau)] \left[\frac{b_2 + \nu_{cn} b_1}{DE_{cn}} + \right. \right. \quad (3.4)$$

$$\left. + \int_{\tau}^t K_{15}(\tau, \xi) d\xi \right] - [r_1 K_7(t, \tau) - r_2 K_8(t, \tau)] \left[\frac{a_2 + \nu_{cn} a_1}{DE_{cn}} - \right.$$

$$\left. - \int_{\tau}^t K_{16}(\tau, \xi) d\xi \right] + (A_1 r_1 - A_2 r_2) K_{15}(t, \tau) + (B_1 r_1 - B_2 r_2) K_{16}(t, \tau) \}.$$

Решая уравнение (2.3), получим

$$F(t) = \frac{1}{M_1 \cos \vartheta_1} \left[u_0(t) - \int_{\tau_1}^t R_{21}(t, \tau) u_0(\tau) d\tau \right].$$

В случае, когда

$$u_0(t) = u_0^* = \text{const},$$

получится задача о релаксации напряжений.

Институт математики и механики
АН Армянской ССР

Поступила 21 V 1964

Н. В. ГИРЯНОВСКИЙ

ԱՊԱԿԵՊԼԱՍՏԻ ԵՐԿԱՌԱՆՅՔԻ ԶԳՎՈՂ ՇՆՔՏԻ ՍՈՂՔԻ ՄԱՍԻՆ

Ա մ փ ո փ ու մ

Աշխատության մեջ դիտարկվում է ապակեպլաստի դեֆորմացիաների որոշման և նրա առանձին շերտերի ապակու և կապակցող նյութի միջև լարումների վերաբաշխման խնդիրը, երբ ապակեպլաստի շերտը ենթարկվում է երկառանգք ձգման (կամ սեղմման): Ընդունվում է, որ ապակին մաքուր առանցքային է, իսկ կապակցող նյութը օժտված է սողքի զգալի հատկություններով: Ընդհանուր դեպքում հիմնական հալասարումներն ստանալուց հետո ուսումնասիրությունները շարունակվում են ըստ սողքի գծային ժառանգականության տեսության [4]: Ցույց է տրվում, որ ապակեպլաստի սողքը կարելի է նկարագրել օրթոռոպ գծային ժառանգականության հալասարումներով, որի առանցքային հաստատունները և սողքի չափերը առաջադրվում են ապակեպլաստի բաղադրիչների առանցքային հաստատունների և կապակցող նյութի սողքի չափի միջոցով: Դրանով իսկ տեսականորեն հիմնավորվում է [1] աշխատության մեջ կատարած ընդունելությունը, համաձայն որի ապակեպլաստները կարելի է դիտել որպես գծայնորեն սողքի ենթարկվող անկողնորոպ մարմիններ:

Օգտվելով դեֆորմացիաների համար ստացած արտահայտություններից, թաղանթների անժամկետ տեսության հիման վրա արվում է պատման թաղանթների առանցքախիմերիկ սողքի և լարումների սկզբնական խնդրի լուծումը: Բերվում է թվային ցուցադրական օրինակ:

ЛИТЕРАТУРА

1. Брызгалов Г. И. К расчету на ползучесть пластинок из стеклопластиков. ПМТФ, № 4, 1963.
2. Малинин Н. И. Ползучесть армированного слоя при двухосном растяжении. ПМТФ, № 6, 1962.
3. Огибалов П. М., Биккенина Ю. В. О расчете прочности армированных пластинок. Вестник МГУ, «матем., механ.», № 3, 1962.
4. Работнов Ю. Н. Равновесие упругой среды с последствием. ПММ, 12, № 1, 1948.
5. Загускин В. Л. Справочник по численным методам решения уравнений. Физматгиз, М., 1960.
6. Фандли Б. Ползучесть и релаксация напряжений в пластиках. Сб. «Пробл. высоких температур в авиационных конструкциях». ИЛ, М., 1961, 207—232.
7. Каракосян Р. М. Релаксационная задача безмоментных оболочек вращения. Известия АН АрмССР, серия физ.-мат. наук, 15, № 3, 1962.