

ТЕОРЕТИЧЕСКАЯ ФИЗИКА

И. И. ГОЛЬДМАН

ОБРАЗОВАНИЕ ЭЛЕКТРОННО-ПОЗИТРОННЫХ ПАР ФОТОНОМ
 В ИНТЕНСИВНОЙ ЭЛЕКТРОМАГНИТНОЙ ВОЛНЕ

Рождение пар при столкновении фотонов в теории возмущений описывается двумя диаграммами Фейнмана, различающимися перестановкой местами фотонов. При больших интенсивностях фотонов одного сорта теория возмущений в соответствующей вершине становится несправедливой подобно тому, как это имеет место в эффекте Комптона [1]. Как и там, параметр, инвариантно характеризующий плотность фотонов ξ , имеет вид $\xi^2 = \frac{4\pi\hbar N e^2}{m^2 c^2 \omega'}$ (ω' — частота интенсивной волны) и теория возмущений пригодна лишь в пределе $\xi \ll 1$. В противном случае в области взаимодействия $\sim \hbar/mc$ окажется много ($\sim 137 \xi^2$) фотонов и рождение пары будет происходить с заметной вероятностью ниже двухчастичного порога. Чтобы учесть влияние интенсивности, воспользуемся точным решением уравнения Дирака в поле плоской волны [2—4]. Теория возмущений применяется при таком подходе лишь в отношении фотонов слабого пучка.

Матричный элемент поглощения фотона частоты ω и рождения электрона ($\vec{p}'\lambda'$) и позитрона ($\vec{p}\lambda$) имеет вид ($\hbar = c = 1$):

$$\langle 0, \vec{p}'\lambda' | H_{int} | 1, \vec{p}\lambda \rangle = e \sqrt{\frac{2\pi}{\omega}} \int \psi^{+\vec{p}\lambda'} e^{i\vec{p}\cdot\vec{r}} \psi^{\vec{p}\lambda} e^{-i\omega\vec{r}} d\vec{r}, \quad (1)$$

где $\psi_{\vec{p}}^{\vec{r}}$ — волновые функции электрона в поле плоской волны. Система отсчета выбрана так, чтобы фотоны двигались навстречу плоской волне. Все векторы здесь и дальше двумерны и лежат в плоскости, перпендикулярной направлению движения фотонов; $\vec{e}$ — вектор поляризации фотона, $\vec{\alpha}$ — матрицы Дирака. Вычисление (1) дает

$$\langle H_{int} \rangle = 2e \sqrt{\frac{2\pi}{\omega}} c c' e^{-i(\lambda - \lambda' + 2\omega)t} \sum_{\vec{p}', \vec{p}} \psi^{+\vec{p}\lambda'} (B_0 + i\lambda B_z) v, \quad (2)$$

причем c, c' — нормировочные постоянные в ψ, ψ' ; v — двухкомпонентный спинор, α_s — матрицы Паули и, наконец,

$$\begin{aligned}
 B_0 &= (\lambda + \lambda') \vec{e} (\vec{p}l + m\vec{F}), \\
 B_1 &= me_y (\lambda - \lambda') l, \quad B_2 = -me_x (\lambda - \lambda') l, \\
 B_3 &= (\lambda - \lambda') [\vec{e}, \vec{p}l + m\vec{F}]_z.
 \end{aligned} \quad (3)$$

Входящие сюда интегралы выражаются через вектор-потенциал плоской волны $\vec{A}(z-t)$ следующим образом:

$$[l, \vec{F}] = \int e^{i[S - S' - \omega\tau]} \left\{ 1, -\frac{e}{m} \vec{A}(\tau) \right\} d\tau, \quad (4)$$

где $S(\tau)$ — слагаемое в классическом действии:

$$S(\tau) = \frac{1}{2\lambda} \int_0^\tau [p - e\vec{A}(\tau)]^2 + m^2 - \lambda^2 d\tau. \quad (5)$$

После суммирования по поляризациям в конечном состоянии получаем для вероятности образования пары с поперечным импульсом электрона p выражение:

$$dW = \frac{e^2 \sum_{s=0}^3 |B_s|^2 dp}{2\pi\omega [\lambda'^2 - \lambda^2] [p^2 + m^2 (1 + \xi^2)]}, \quad \xi^2 = \frac{e^2}{m^2} \vec{A}^2, \quad (6)$$

причем, как это следует из (3), усредненное по $\vec{e}$ выражение для $\sum |B_s|^2$ имеет вид

$$\overline{\sum |B_s|^2} = (\lambda - \lambda')^2 m^2 l^2 + (\lambda^2 + \lambda'^2) |\vec{p}l + m\vec{F}|^2. \quad (7)$$

Подчеркнем, что в отношении интенсивного пучка до сих пор не делалось никаких предположений ни в отношении монохроматичности, ни поляризации. Теперь мы остановимся подробнее на случае монохроматической волны и возьмем вектор-потенциал в виде

$$\begin{aligned}
 eA_x &= \sqrt{2} \xi m \sin \alpha \cos \omega' \tau, \\
 eA_y &= \sqrt{2} \xi m \cos \alpha \cos (\omega' \tau + \beta),
 \end{aligned} \quad (8)$$

предполагающем произвольную (эллиптическую) поляризацию. Теперь подинтегральные выражения в (4) представляют собой произведение двух периодических функций от τ : одной с периодом $2\pi/\omega'$ и другой, имеющей вид $e^{i\Delta}$, где

$$\Delta = \left[\frac{p^2 + m^2 (1 + \xi^2) - \lambda^2}{2\lambda} - \frac{p^2 + m^2 (1 + \xi^2) - \lambda'^2}{2\lambda'} - \omega \right] \tau. \quad (9)$$

Легко убедиться, что $l, \vec{F}$ будут объемно малы, если между обоими периодами не выполняется соотношение

$$\Delta = -n\omega'\xi, \quad n - \text{целое число.} \quad (10)$$

Из вида зависимости от t матричного элемента (2) следует закон сохранения

$$\lambda' - \lambda = 2\omega. \quad (11)$$

Вспомня, что $\lambda < 0$, $\lambda' > 0$, находим, что целое

$$n = \frac{p^2 + m^2(1 + \xi^2)}{2\omega'} \left(\frac{1}{\lambda'} - \frac{1}{\lambda} \right) - \text{положительно.} \quad (12)$$

Введем теперь удобные для дальнейшего обозначения*

$$v = \sqrt{1 - \frac{m^2(1 + \xi^2)}{n\omega'\omega}}, \quad p = \frac{m^*v}{\sqrt{1 - v^2}} \sin \theta. \quad (13)$$

Выразим через новые переменные λ и λ' :

$$\lambda' = \omega(1 + v \cos \theta), \quad \lambda = -\omega(1 - v \cos \theta), \quad (14)$$

и также фазовый объем

$$d\vec{p} = \frac{m^{*2}v^2}{1 - v^2} \cos \theta d\Omega. \quad (15)$$

Интегралы I, F в системе координат, определяемой требованием $F_z = 0$, имеют вид

$$[I, F_x, F_y] =$$

$$= \frac{1}{2\pi} \int_{-\pi}^{\pi} e^{-i(n\alpha - p \sin \alpha + q \sin 2\alpha + r \cos 2\alpha)} \{1, \sqrt{2}\xi \sin \alpha \cos \alpha, \sqrt{2}\xi \cos \alpha \cos(\alpha + \beta)\} d\alpha, \quad (16)$$

затходящие в них параметры равны

$$s = \frac{n\xi\sqrt{2} \sin \alpha}{\sqrt{1 + \xi^2}} \frac{2v\sqrt{1 - v^2} \sin \theta}{1 - v^2 \cos^2 \theta}, \quad n = \frac{m^2(1 + \xi^2)}{\omega'\omega(1 - v^2)},$$

$$|r| = \frac{n\xi^2(1 - v^2)}{2(1 + \xi^2)(1 - v^2 \cos^2 \theta)} \{ \sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha \cos 2\beta; \cos^2 \alpha \sin 2\beta \}. \quad (17)$$

Вводя плотность потока $\xi^2 m^* \omega' / 2\pi e^2$ в выражение для вероятности, найдем дифференциальное сечение образования пары

$$d\sigma = \frac{r_0^2 v \Sigma |B|^2 d\Omega}{4\xi^2 \omega' \omega^3 (1 - v^2 \cos^2 \theta)}. \quad (18)$$

* В поле плоской волны электрон становится "тяжелее" [4]: его эффективная масса равна $m^* = m\sqrt{1 + \xi^2}$. Такая интерпретация соответствует порогу рождения, производяемому из условия $n\omega'\omega = m^2(1 + \xi^2)$. Введенные обозначения теперь приобретают следующий смысл: v — это скорость, а θ — угол вылета "позитрона" в системе центра, где $n\omega' = \omega$. В случае малых ξ эти величины близки к физическим значениям скорости и угла в системе Ц. И.

В частном случае плоско-поляризованной волны получается результат работы [3]. Однако, наиболее прост случай циркулярной поляризации ($q=r=0$, $\alpha=\frac{\pi}{4}$), когда интегралы сводятся к функциям Бесселя

$$I=J_n(s), \quad F_x=\frac{n\xi}{s}J_n(s), \quad F_y=i\xi J'_n(s), \quad (19)$$

и для неполяризованных фотонов ω находим сечение

$$d\sigma=\frac{r_0^2 n v (1-v^2)}{2(1+\xi^2)} \left\{ \frac{1+v^2 \cos^2 \theta}{1-v^2 \cos^2 \theta} \left[J_n'^2 + \left(\frac{n^2}{s^2} - 1 \right) J_n^2 \right] + \xi^{-2} J_n^2 \right\} d\Omega. \quad (20)$$

Если можно ограничиться первым членом разложения $J_n(s)$ по аргументу (то есть при условии $s \ll \sqrt{n}$)

$$d\sigma = \frac{r_0^2 n v (1-v^2)}{2(1+\xi^2)(n-1)!^2} \left(\frac{s}{2} \right)^{2(n-1)} \times \\ \times \frac{1-v^4 \cos^4 \theta + 2v^2(1-v^2)(1+\xi^2)^{-1} \sin^2 \theta}{(1-v^2 \cos^2 \theta)^2} d\Omega. \quad (21)$$

Полагая здесь $n=1$, $\xi \ll 1$, получаем формулу Брейта и Уилера, описывающую образование пар при столкновении двух фотонов [5, 6]. Формулы (20) и (21) показывают, что при $n > 1$ возможно образование пар ниже двухчастичного порога, определяемого равенством $\omega'\omega = m^2$. В качестве примера рассмотрим столкновение γ -квантов с энергией 10 Бэв с пучком рубинового лазера $\omega' \approx 1,78$ эв, интенсивность которого соответствует $\xi \approx 1$. У порога процесса образования пар в акте взаимодействия поглощается сразу 30 фотонов, но сечение (21) достигает максимума при $n \sim 50$ и составляет $\sim 10^{-32}$ см².

Физический институт ГКАЭ

г. Ереван

Поступила 25 III 1964

Ի. Ի. ԳՈԼԴՄԱՆ

ԷԼԵԿՏՐՈՆ-ՊՈԳՆՏՐՈՆ ԶՈՒՅԳԻ ԱՌԱՋԱՅՈՒՄԸ ՖՈՏՈՆԻ ԿՈՂՄԵՑ
ԻՆՏԵՆՍԻՎ, ԷԼԵԿՏՐԱՄԱԳՆԻՍՏԱԿԱՆ ԱԼԻԲՈՒՄ

Ա. Գ. ՓԻՆՓԻՆ և Ժ.

Հոդվածում տրվում է ֆոտոնի հանգիստման ժամանակ էլեկտրոն-պոզիտրոն զույգի ծնվելու հախնականության հաշվումը, առանց օգտագործելու զրգաման տեսությանը ինտենսիվ էլեկտրամագնիսական ալիքի նկատմամբ։ Ուսումնասիրվել է առաջացած էլեկտրոնի և պոզիտրոնի անկյունային բաշխումը։ Բացի էլեկտրամագնիսական ալիքի կամավոր զույգի ընդհանուր դեպքից, ուսումնասիրված է նաև մոնոլորամատիկ ալիքի դեպքը։

Դնմարվում է բաղաձայնության պրոցեսների կլանման հարցը։

Л И Т Е Р А Т У Р А

1. *Goldman I. I.* Intensity effects in compton scattering. *Physics letters*, **8**, 103, 1964.
2. *Wolkow D. M.* Eine neue Lösung der diracsche Gleichung. *Zeits. Phys.*, **94**, 250, 1935.
3. *Reiss H. R.* Absorption of light by light. *Journ. Math. Physics*, **3**, 59, 1962.
4. *Гольдман И. И.* Дираковский электрон в поле плоской электромагнитной плоской волны. *Изв. АН АрмССР, серия физ.-мат. наук*, **17**, № 6, 1964.
5. *Jauch J. M., Rohrlich F.* The theory of photons and electrons. *Massachusetts*, 1955, 300.
6. *Ахиезер А. И., Берестецкий В. Б.* Квантовая электродинамика. *Гостехиздат, М.*, 1959.