

ТЕОРИЯ УПРУГОСТИ

Л. А. Мовсисян, В. С. Саркисян

О решении задач свободных колебаний анизотропных пластинок

В настоящей работе предлагается метод определения собственных частот свободных колебаний анизотропных пластин, который позволяет определить собственные частоты с любой наперед заданной точностью в пределах классической теории изгиба пластин. Как частный пример рассмотрена задача свободных колебаний свободно опертой прямоугольной пластинки.

§ 1. Метод решения задачи

Уравнение свободных колебаний пластинки, изготовленной из анизотропного материала (материал пластинки в каждой точке имеет лишь одну плоскость упругой симметрии, параллельную срединной плоскости ее),\* имеет вид\*\*

$$\frac{\partial^2 w}{\partial t^2} + \frac{g}{h\gamma} \left[ D_{11} \frac{\partial^4 w}{\partial x^4} + 4D_{16} \frac{\partial^4 w}{\partial x^3 \partial y} + 2(D_{12} + 2D_{66}) \frac{\partial^4 w}{\partial x^2 \partial y^2} + 4D_{26} \frac{\partial^4 w}{\partial x \partial y^3} + D_{22} \frac{\partial^4 w}{\partial y^4} \right] = 0. \quad (1.1)$$

Для определения частот к уравнению (1.1) следует присоединить определенные однородные граничные условия.

Ищем решение уравнения (1.1) в виде

$$w = W(x, y) \sin \omega t, \quad (1.2)$$

где  $\omega$  — частота собственных колебаний, подлежащая определению.

Подставляя (1.2) в (1.1) и производя преобразования [2,3]

$$x = \sqrt[4]{D_{11}} \alpha, \quad y = \sqrt[4]{D_{22}} \beta \quad (1.3)$$

в полученном уравнении, находим

\* В частности, пластинка будет таковой, если ее материал ортотропен, но главные оси упругости не совпадают с координатными осями.

\*\* Здесь и в дальнейшем приняты обозначения С. Г. Лехницкого [1].

$$\frac{\partial^4 W}{\partial x^4} + 2k \frac{\partial^4 W}{\partial x^2 \partial \beta^2} + \frac{\partial^4 W}{\partial \beta^4} + 4\mu \left[ k_1 \frac{\partial^4 W}{\partial x^3 \partial \beta} + k_2 \frac{\partial^4 W}{\partial x \partial \beta^3} \right] - \frac{\omega^2 h_1}{g} W = 0, \quad (1.4)$$

где

$$k = \frac{D_{12} + 2D_{66}}{\sqrt{D_{11} D_{22}}}, \quad \mu = \frac{D_{16}}{\sqrt{D_{11} D_{66}}}, \quad k_1 = \frac{\sqrt{D_{66}}}{\sqrt{D_{11} D_{22}}}, \\ k_2 = \frac{D_{26} \sqrt{D_{66}} \cdot \sqrt{D_{11}}}{D_{16} \sqrt{D_{22}}}.$$

В работе [3] показано, что  $\mu$  меньше единицы. Для определения частот представляем прогиб и  $\omega^2$  в виде рядов по степеням  $\mu$

$$W = W_0 + \sum_{i=1}^{\infty} \mu^i W_i(x, \beta), \quad (1.5)$$

$$\omega^2 = \omega_0 + \sum_{i=1}^{\infty} \mu^i \omega_i^*.$$

Подставляя (1.5) в уравнение (1.4) и в соответственные граничные условия и приравнявая затем коэффициенты при одинаковых степенях  $\mu$ , получаем рекуррентные системы дифференциальных уравнений в частных производных с разделяющимися переменными. Причем нулевое приближение представляется в виде однородной краевой задачи, а последующие приближения определяются с помощью предыдущих приближений. Из условия разрешимости полученных неоднородных уравнений ( $i = 1, 2, \dots$ ) и условия ортогональности их решений с решением нулевого приближения [4] находятся  $\omega_i$  ( $i = 1, 2, \dots$ ) для данного приближения. Таким образом, получается процесс, где шаг за шагом улучшаются найденные значения собственных частот.

Для иллюстрации предложенного метода рассмотрим конкретную задачу.

## § 2. Свободные колебания свободно опертой пластинки

Пусть прямоугольная пластинка с размерами  $a \times b$  оперта по всем четырем сторонам

$$w = 0, \quad M_x = -D_{11} \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} - D_{12} \frac{\partial^2 w}{\partial y^2} - 2D_{16} \frac{\partial^2 w}{\partial x \partial y} = 0 \quad \text{при } x=0, x=a \quad (2.1)$$

$$w = 0, \quad M_y = -D_{12} \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} - D_{22} \frac{\partial^2 w}{\partial y^2} - 2D_{26} \frac{\partial^2 w}{\partial x \partial y} = 0 \quad \text{при } y=0, y=b$$

Подставляя (1.5) в (1.4) и (2.1) (заранее надо произвести преобразование (1.3)), находим

\* На доказательстве сходимости рядов (1.5) здесь не будем останавливаться.

$$\frac{\partial^4 W_0}{\partial x^4} + 2k \frac{\partial^4 W_0}{\partial x^2 \partial \beta^2} + \frac{\partial^4 W_0}{\partial \beta^4} - \frac{h\gamma}{g} \omega_0 W_0 = 0, \quad (2.2)$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial^4 W_1}{\partial x^4} + 2k \frac{\partial^4 W_1}{\partial x^2 \partial \beta^2} + \frac{\partial^4 W_1}{\partial \beta^4} - \frac{h\gamma}{g} \omega_0 W_1 = \\ = -4 \left[ k_1 \frac{\partial^4 W_0}{\partial x^3 \partial \beta} + k_2 \frac{\partial^4 W_0}{\partial x \partial \beta^3} \right] + \frac{h\gamma}{g} \omega_1 W_0, \end{aligned} \quad (2.3)$$

$$\begin{aligned} \dots \dots \dots \frac{\partial^4 W_i}{\partial x^4} + 2k \frac{\partial^4 W_i}{\partial x^2 \partial \beta^2} + \frac{\partial^4 W_i}{\partial \beta^4} - \frac{h\gamma}{g} \omega_0 W_i = \\ = -4 \left[ k_1 \frac{\partial^4 W_{i-1}}{\partial x^3 \partial \beta} + k_2 \frac{\partial^4 W_{i-1}}{\partial x \partial \beta^3} \right] + \frac{h\gamma}{g} [\omega_1 W_{i-1} + \dots + \omega_i W_0], \end{aligned} \quad (2.4)$$

$$\begin{aligned} W_i = 0 \quad (i = 0, 1, 2, \dots), \quad \frac{\partial^2 W_0}{\partial x^2} = 0, \quad \frac{\partial^2 W_i}{\partial x^2} = -2k_1 \frac{\partial^2 W_{i-1}}{\partial x \partial \beta} \\ (i = 1, 2, \dots) \quad \text{при } \alpha = 0 \quad \text{и } \alpha = a_1, \end{aligned} \quad (2.5)$$

$$\begin{aligned} W_i = 0 \quad (i = 0, 1, 2, \dots), \quad \frac{\partial^2 W_0}{\partial \beta^2} = 0, \quad \frac{\partial^2 W_i}{\partial \beta^2} = -2k_2 \frac{\partial^2 W_{i-1}}{\partial x \partial \beta} \\ (i = 1, 2, \dots) \quad \text{при } \beta = 0 \quad \text{и } \beta = b_1, \end{aligned} \quad (2.6)$$

где

$$a_1 = \frac{a}{\sqrt[4]{D_{11}}} \quad \text{и} \quad b_1 = \frac{b}{\sqrt[4]{D_{22}}}.$$

Собственные частоты в нулевом приближении определяются из (2.2) при условиях (2.5) и (2.6), когда  $i=0$ .

Очевидно, что граничные условия удовлетворяются, если принять

$$W_0 = A_{mn} \sin \frac{m\pi x}{a_1} \sin \frac{n\pi \beta}{b_1}. \quad (2.7)$$

Тогда из (2.2) получим

$$\omega_0(m, n) = \frac{g}{h\gamma} \left[ \left( \frac{m\pi}{a_1} \right)^4 + 2k \left( \frac{m\pi}{a_1} \right)^2 \left( \frac{n\pi}{b_1} \right)^2 + \left( \frac{n\pi}{b_1} \right)^4 \right]. \quad (2.8)$$

Теперь приступим к нахождению первого приближения. С этой целью подставляем (2.7) в (2.3) и в условия (2.5)–(2.6) при  $i=1$ .

$$\begin{aligned} \frac{\partial^4 W_1}{\partial x^4} + 2k \frac{\partial^4 W_1}{\partial x^2 \partial \beta^2} + \frac{\partial^4 W_1}{\partial \beta^4} - \frac{h\gamma}{g} \omega_0 W_1 = \\ = a_{nn} \cos \frac{m\pi x}{a_1} \cos \frac{n\pi \beta}{b_1} + \omega_1 b_{mn} \sin \frac{m\pi x}{a_1} \sin \frac{n\pi \beta}{b_1}, \end{aligned} \quad (2.9)$$

$$\left. \begin{aligned} W_1 = 0, \quad \frac{\partial^2 W_1}{\partial x^2} = -f(\beta) \quad \text{при } \alpha = 0, \\ W_1 = 0, \quad \frac{\partial^2 W_1}{\partial x^2} = f(\beta) \quad \text{при } \alpha = a_1; \end{aligned} \right\} \quad (2.10)$$

$$\left. \begin{aligned} W_1 = 0, \quad \frac{\partial^2 W_1}{\partial \beta^2} = -\varphi(\alpha) \quad \text{при } \beta = 0, \\ W_1 = 0, \quad \frac{\partial^2 W_1}{\partial \beta^2} = \varphi(\alpha) \quad \text{при } \beta = b_1, \end{aligned} \right\} \quad (2.11)$$

где

$$a_{mn} = A_{mn} \frac{4\pi^2 mn}{a_1 b_1} \left( \frac{k_1 m^2}{a_1^2} + \frac{k_2 n^2}{b_1^2} \right), \quad b_{mn} = \frac{h_1}{g} A_{mn}, \quad (2.12)$$

$$f(\beta) = 2k_1 A_{mn} \frac{\pi^2}{a_1 b_1} \cos \frac{n\pi\beta}{b_1}, \quad \varphi(\alpha) = 2k_2 A_{mn} \frac{\pi^2}{a_1 b_1} \cos \frac{m\pi\alpha}{a_1}.$$

Решение (2.9) при условиях (2.10) и (2.11) будет

$$\begin{aligned} W_1 = \sum_{p=1}^{\infty} \left\{ \left[ A_p \operatorname{ch} \frac{p\pi s_1 \alpha}{b_1} + B_p \operatorname{sh} \frac{p\pi s_1 \alpha}{b_1} + C_p \operatorname{ch} \frac{p\pi s_2 \alpha}{b_1} + \right. \right. \\ \left. \left. + D_p \operatorname{sh} \frac{p\pi s_2 \alpha}{b_1} + U_p(\alpha) \right] \sin \frac{p\pi\beta}{b_1} + \left[ \bar{A}_p \operatorname{ch} \frac{p\pi r_1 \beta}{a_1} + \right. \right. \\ \left. \left. + \bar{B}_p \operatorname{sh} \frac{p\pi r_1 \beta}{a_1} + \bar{C}_p \operatorname{ch} \frac{p\pi r_2 \beta}{a_1} + \bar{D}_p \operatorname{sh} \frac{p\pi r_2 \beta}{a_1} + V_p(\beta) \right] \sin \frac{p\pi\alpha}{a_1} \right\}, \quad (2.13) \end{aligned}$$

где

$$\begin{aligned} A_p &= \frac{1}{\Omega_p} \left[ F_p^{(1)} - U_p'(0) - U_p'(0) \left( \frac{p\pi s_2}{b_1} \right)^2 \right], \\ B_p &= \frac{1}{\Omega_p \operatorname{sh} \frac{p\pi s_1 a_1}{b_1}} \left\{ U_p'(0) \operatorname{ch} \frac{p\pi s_1 a_1}{b_1} - U_p'(a_1) + F_p^{(2)} - \right. \\ &\quad \left. - F_p^{(1)} \operatorname{ch} \frac{p\pi s_1 a_1}{b_1} + \left( \frac{p\pi}{b_1} \right)^2 s_2^2 \left[ U_p(a_1) + U_p(0) \operatorname{ch} \frac{p\pi s_1 a_1}{b_1} \right] \right\}, \quad (2.14) \\ C_p &= \frac{1}{\Omega_p} \left[ U_p'(0) + U_p'(0) (2s_2^2 - s_1^2) \frac{p^2 \pi^2}{b_1^2} - F_p^{(1)} \right], \\ D_p &= \frac{1}{\Omega_p \operatorname{sh} \frac{p\pi s_2 a_1}{b_1}} \left\{ U_p'(a_1) - U_p'(0) \operatorname{ch} \frac{p\pi s_2 a_1}{b_1} - F_p^{(2)} + \right. \\ &\quad \left. + F_p^{(1)} \operatorname{ch} \frac{p\pi s_2 a_1}{b_1} + \left( \frac{p\pi}{b_1} \right)^2 \left[ s_1^2 U_p(a_1) + (2s_2^2 - s_1^2) U_p(0) \operatorname{ch} \frac{p\pi s_2 a_1}{b_1} \right] \right\}, \\ F_p^{(1)} &= \frac{4k_1 p\pi}{a_1 b_1} mn A_{mn} \frac{1 - (-1)^{n+p}}{n^2 - p^2}, \quad \Omega_p = \frac{b_1^2}{p^2 \pi^2 (s_1^2 - s_2^2)} \\ F_p^{(2)} &= \frac{4k_1 p\pi}{a_1 b_1} mn A_{mn} \frac{[1 - (-1)^{n+p}] (-1)^m}{n^2 - p^2}, \\ \bar{A}_p &= \frac{1}{\Omega_p} \left[ G_p^{(1)} - V_p'(0) - V_p'(0) \left( \frac{p\pi r_2}{a_1} \right)^2 \right], \end{aligned} \quad (2.15)$$

$$\begin{aligned}\bar{B}_p &= \frac{1}{\bar{\Omega}_p \operatorname{sh} \frac{p\pi r_1 b_1}{a_1}} \left\{ V_p^*(0) \operatorname{ch} \frac{p\pi r_1 b_1}{a_1} - V_p^*(b_1) + G_p^{(2)} - \right. \\ &- G_p^{(1)} \operatorname{ch} \frac{p\pi r_1 b_1}{a_1} + \left( \frac{p\pi}{a_1} \right)^2 r_2^2 \left[ V_p(b_1) + V_p(0) \operatorname{ch} \frac{p\pi r_1 b_1}{a_1} \right] \Big\}, \\ \bar{C}_p &= \frac{1}{\bar{\Omega}_p} \left[ V_p^*(0) + V_p(0) (2r_2^2 - r_1^2) \frac{p^2 \pi^2}{a_1^2} - G_p^{(1)} \right],\end{aligned}\quad (2.16)$$

$$\begin{aligned}\bar{D}_p &= \frac{1}{\bar{\Omega}_p \operatorname{sh} \frac{p\pi r_2 b_1}{a_1}} \left\{ V_p^*(b_1) - V_p^*(0) \operatorname{ch} \frac{p\pi r_2 b_1}{a_1} - G_p^{(2)} + \right. \\ &+ G_p^{(2)} \operatorname{ch} \frac{p\pi r_2 b_1}{a_1} - \left( \frac{p\pi}{a_1} \right)^2 \left[ r_1^2 V_p(b_1) + V_p(0) \operatorname{ch} \frac{p\pi r_2 b_1}{a_1} (2r_2^2 - r_1^2) \right] \Big\}, \\ G_p^{(1)} &= \frac{4k_2 p \pi m n}{a_1 b_1} A_{mn} \frac{1 - (-1)^{m+p}}{m^2 - p^2} \cdot \bar{\Omega}_p = \frac{a_1^2}{\pi^2 p^2 (r_1^2 - r_2^2)} \Bigg\} \\ G_p^{(2)} &= \frac{4k_2 p \pi m n}{a_1 b_1} A_{mn} \frac{(-1)^n [1 - (-1)^{m+p}]}{m^2 - p^2} \Bigg\},\end{aligned}\quad (2.17)$$

$$\begin{aligned}U_p(\alpha) &= \frac{1}{2\pi} \frac{p}{p^2 - m^2} a_{mn} \frac{[1 - (-1)^{p+n}] \cos \frac{m\pi\alpha}{a_1}}{\left(\frac{m\pi}{a_1}\right)^4 + 2k \left(\frac{m\pi}{a_1}\right)^2 \left(\frac{p\pi}{b_1}\right)^2 + \left(\frac{p\pi}{b_1}\right)^4} + \\ &+ \frac{1}{2} \omega_1(m, n) \frac{b_{mn} \sin \frac{m\pi\alpha}{a_1}}{\left(\frac{m\pi}{a_1}\right)^4 + 2k \left(\frac{m\pi}{a_1}\right)^2 \left(\frac{p\pi}{b_1}\right)^2 + \left(\frac{p\pi}{b_1}\right)^4},\end{aligned}\quad (2.18)$$

$$\begin{aligned}V_p(\beta) &= \frac{1}{2\pi} \frac{p}{p^2 - n^2} a_{mn} \frac{[1 - (-1)^{p+n}] \cos \frac{n\pi\beta}{b_1}}{\left(\frac{n\pi}{b_1}\right)^4 + 2k \left(\frac{n\pi}{b_1}\right)^2 \left(\frac{p\pi}{a_1}\right)^2 + \left(\frac{p\pi}{a_1}\right)^4} + \\ &+ \frac{1}{2} \omega_1(m, n) \frac{b_{mn} \sin \frac{n\pi\beta}{b_1}}{\left(\frac{n\pi}{b_1}\right)^4 + 2k \left(\frac{n\pi}{b_1}\right)^2 \left(\frac{p\pi}{a_1}\right)^2 + \left(\frac{p\pi}{a_1}\right)^4},\end{aligned}\quad (2.19)$$

а  $s_i$  и  $r_i$  ( $i=1, 2, \dots$ ) -- корни уравнений

$$s^4 - 2ks^2 + \left[ 1 - \frac{h\gamma\omega_0(m, n)}{g} \left( \frac{b_1}{p\pi} \right)^2 \right] = 0, \quad (2.20)$$

$$r^4 - 2kr^2 + \left[ 1 - \frac{h\gamma\omega_0(m, n)}{g} \left( \frac{a_1}{p\pi} \right)^2 \right] = 0. \quad (2.21)$$

Решение (2.13) имеет место в случае, когда корни уравнений (2.20) и (2.21) вещественные и различные. Не представляют трудности другие случаи, которые для краткости изложения здесь опущены.

В выражение  $W_1$  (2.13) входят неизвестные  $A_{mn}$  и  $\omega_1(m, n)$ . Для определения  $\omega_1(m, n)$  воспользуемся условием ортогональности  $W_0$  и  $W_1$ :

$$(W_0, W_1) = \int_0^{a_1} \int_0^{b_1} W_0 W_1 dx dz = 0. \quad (2.22)$$

Подставляя значения  $W_0$  и  $W_1$  из (2.7) и (2.13) в (2.22), находим (заметим, что коэффициент  $A_{mn}$  входит в (2.13) как множитель)

$$\begin{aligned} \omega_1(m, n) = & \frac{4g}{h\gamma} \left[ \left( \frac{m\pi}{a_1} \right)^4 + 2k \left( \frac{m\pi}{a_1} \right)^2 \left( \frac{n\pi}{b_1} \right)^2 + \left( \frac{n\pi}{b_1} \right)^4 \right] \times \\ & \times \left[ \frac{1}{\left( \frac{m\pi}{a_1} \right)^2 + \left( \frac{n\pi s_1}{b_1} \right)^2} \left( A'_n \left[ (-1)^m \operatorname{ch} \frac{n\pi s_1 a_1}{b_1} - 1 \right] + \right. \right. \\ & \left. \left. + (-1)^m B'_n \operatorname{sh} \frac{n\pi s_1 a_1}{b_1} \right) + \right. \\ & \left. + \frac{1}{\left( \frac{m\pi}{a_1} \right)^2 + \left( \frac{n\pi s_2}{b_1} \right)^2} \left( C'_n \left[ (-1)^m \operatorname{ch} \frac{n\pi s_2 a_1}{b_1} - 1 \right] + \right. \right. \\ & \left. \left. + (-1)^m D'_n \operatorname{sh} \frac{n\pi s_2 a_1}{b_1} \right) \right] \times \\ & \times \frac{m\pi b_1}{2a_1} + \left[ \frac{1}{\left( \frac{n\pi}{b_1} \right)^2 + \left( \frac{m\pi r_1}{a_1} \right)^2} \left( \bar{A}'_m \left[ (-1)^n \operatorname{ch} \frac{m\pi r_1 b_1}{a_1} - 1 \right] + \right. \right. \\ & \left. \left. + (-1)^n \bar{B}'_m \operatorname{sh} \frac{m\pi r_1 b_1}{a_1} \right) + \right. \\ & \left. + \frac{1}{\left( \frac{n\pi}{b_1} \right)^2 + \left( \frac{m\pi r_2}{a_1} \right)^2} \left( \bar{C}'_m \left[ (-1)^n \operatorname{ch} \frac{m\pi r_2 b_1}{a_1} - 1 \right] + \right. \right. \\ & \left. \left. + (-1)^n \bar{D}'_m \operatorname{sh} \frac{m\pi r_2 b_1}{a_1} \right) \right] \frac{n\pi a_1}{2b_1}, \quad (2.23) \end{aligned}$$

где  $A'_n, \dots, \bar{D}'_m$  — значения  $A_n, \dots, \bar{D}_m$  из (2.14) и (2.16), деленные на  $A_{mn}$ .

Следующие приближения находятся аналогичным образом.

Если довольствоваться первыми двумя приближениями, то значения собственных частот свободных колебаний определяются формулой

$$\omega_{mn}^2 = \omega_0(m, n) + \mu \omega_1(m, n). \quad (2.24)$$

В конце отметим следующее свойство анизотропных пластинок. Поскольку упругие свойства материала пластинки различны в разных направлениях, то значения собственных частот будут зависеть от тех направлений, которые мы выбрали в качестве координатных. Таким образом, собственные частоты можно менять, а это даст возможность избежать резонирующих колебаний [5].

Изменение частоты в зависимости от ориентации упругих осей анизотропии, для простоты, приведем на примере удлиненной пластинки, длинные стороны которой оперты.

Из ранее полученных формул легко найти, что

$$\omega_m^2 = \frac{g}{h\gamma} \left( \frac{m\pi}{a} \right)^4 D_{11}. \quad (2.25)$$

Если принять, что материал пластинки ортотропен и обозначить через  $D'_{ij}$  жесткости пластинки в случае, когда главные оси упругости совпадают с координатными осями, то между  $D_{11}$  и  $D'_{ij}$  будет существовать зависимость [1]

$$D_{11} = D'_{11} \cos^4 \varphi + 2(D'_{12} + 2D'_{66}) \sin^2 \varphi \cos^2 \varphi + D'_{22} \sin^4 \varphi. \quad (2.26)$$

Подставляя (2.26) в (2.25), можно получить изменение частоты в зависимости от угла поворота  $\varphi$ .

В табл. 1 приведено относительное изменение  $R(\varphi) = \frac{\omega_m^2(\varphi)}{\omega_m^2(0)}$  для стеклотекстолита КАСТ-В со следующими упругими постоянными

$$E_1 = 2,15 \cdot 10^5 \frac{\text{кг}}{\text{см}^2}, \quad E_2 = 1,23 \cdot 10^5 \frac{\text{кг}}{\text{см}^2},$$

$$G = 0,207 \cdot 10^5 \frac{\text{кг}}{\text{см}^2}, \quad \nu_1 = 0,19; \quad \nu_2 = 0,11.$$

Таблица 1

| $\varphi$    | 0 | 7°30' | 15°   | 22°30' | 30°   | 37°30' | 45°   | 52°30' | 60°   | 67°30' | 75°   | 82°30' | 90°   |
|--------------|---|-------|-------|--------|-------|--------|-------|--------|-------|--------|-------|--------|-------|
| $R(\varphi)$ | 1 | 0,977 | 0,910 | 0,815  | 0,710 | 0,613  | 0,542 | 0,503  | 0,496 | 0,513  | 0,540 | 0,563  | 0,572 |

Լ. Ս. Մոփսոսյան, Վ. Ս. Մարգարյան

ԱՆԻՋՈՏՐՈՊ ՍԱԼԵՐԻ ՍԵՓԱԿԱՆ ՏԱՏԱՆՈՒՄՆԵՐԻ ԽՆԴԻՐՆԵՐԻ  
ԼՈՒԾՄԱՆ ՄԱՍԻՆ

Ա Մ Փ Ո Փ Ո Ւ Մ

Հոդվածում տրվում է անիզոտրոպ սալերի սկիական հաճախականության թվումների որոշման մեթոդ: Սալի ճկվածքը և սկիական հաճախականությունը ներկայացվում են շարքերի տեսքով ըստ փոքր պարամետրի: Ստացված դիֆերենցիալ հավասարումների սկիզբին ախտահարված թույլ է առկա հաջորդաբար դառնել տատանման ձևը և հաճախականությունը՝ նախօրոք տրված ճշտությամբ:

Որպես կոնկրետ օրինակ դիտարկվում են ազատ ճնշված սալի սկիական տատանումները:

## Л И Т Е Р А Т У Р А

1. Лехницкий С. Г. Анизотропные пластинки. Гостехиздат, М., 1957.
2. Саркисян В. С. К решению задачи изгиба анизотропных (неортоотропных) пластин. ДАН АрмССР, **37**, № 3, 1963.
3. Саркисян В. С. К решению задачи изгиба анизотропных (неортоотропных) пластин на упругом основании. Известия АН АрмССР, **17**, № 2, 1964.
4. Маделунг Э. Математический аппарат физики. Физматгиз, М., 1961.
5. Мовсисян Л. А. Об осесимметрично нагруженной анизотропной цилиндрической оболочке. Известия АН АрмССР, серия физ.-мат. наук, **15**, № 2, 1962.