

Э. Д. Газазян, О. С. Мергелян

Излучение Вавилова-Черенкова линейными зарядами и пучками конечных размеров в оптически активной среде

В работе рассмотрено излучение Вавилова—Черенкова линейными зарядами и пучками конечных размеров в изотропной оптически активной среде, получены выражения для полей и потерь энергии, исследованы спектр и поляризация возникающего излучения, рассмотрена связь между размерами заряда и спектром излучения. При $a \rightarrow 0$ результаты настоящей работы согласуются с результатами работы [1]. В работе рассмотрено также излучение бесконечной заряженной нити в оптически активной среде.

1. Пусть линейный заряд q длины $2a$, расположенный вдоль оси y , движется по направлению z со скоростью V . Тогда для плотности заряда и тока мы имеем [2]

$$\begin{aligned} \rho &= \frac{q}{2a} \delta(x) \delta(z - vt) \sigma(y), \\ \vec{j} &= \frac{qv}{2a} \delta(x) \delta(z - vt) \sigma(y), \end{aligned} \quad (1.1)$$

где

$$\sigma(y) = \begin{cases} 1 & |y| \leq a \\ 0 & |y| > a. \end{cases}$$

Уравнения поля в этом случае имеют вид

$$\begin{aligned} \text{rot } \vec{H} &= \frac{1}{c} \frac{\partial \vec{D}}{\partial t} + \frac{4\pi}{c} \frac{qv}{2a} \delta(x) \delta(z - vt) \sigma(y), \\ \text{rot } \vec{E} &= -\frac{1}{c} \frac{\partial \vec{B}}{\partial t}, \\ \text{div } \vec{B} &= 0, \\ \text{div } \vec{D} &= 4\pi \frac{q}{2a} \delta(x) \delta(z - vt) \sigma(y). \end{aligned} \quad (1.2)$$

Представив $\sigma(y)$ в виде

$$\sigma(y) = \int \sigma_0(k_y) e^{ik_y y} dk_y, \quad (1.3)$$

где

$$\sigma_0(k_y) = \frac{\sin(k_y a)}{\pi k_y},$$

запишем поля и токи в виде трехкратных интегралов Фурье

$$\vec{E}(\vec{r}, t) = \int \vec{E}(\vec{k}) e^{i(\vec{k} \cdot \vec{r} - \omega t)} d\vec{k}, \quad (1.4)$$

где $\omega = (\vec{k} \vec{v})$, $\vec{k} = \vec{k} \left(k_x, k_y, \frac{\omega}{v} \right)$, $d\vec{k} = dk_x dk_y \frac{d\omega}{v}$.

Уравнения поля для Фурье-компонент примут вид

$$\begin{aligned} i[\vec{k} \vec{H}(\vec{k})] &= -\frac{i\omega}{c} \vec{D}(\vec{k}) + \frac{q\vec{v}}{2\pi^2 a c} \frac{\sin(k_y a)}{k_y}, \\ i[\vec{k} \vec{E}(\vec{k})] &= \frac{i\omega}{c} \vec{B}(\vec{k}), \end{aligned} \quad (1.5)$$

$$(\vec{k} \vec{B}(\vec{k})) = 0,$$

$$i(\vec{k} \vec{D}(\vec{k})) = \frac{q}{2\pi^2} \frac{\sin(k_y a)}{k_y a}.$$

Материальные уравнения для Фурье-компонент полей в оптически активной среде имеют вид [3]

$$\vec{D}(\vec{k}) = \varepsilon \vec{E}(\vec{k}) + \frac{\gamma}{k} [\vec{k} \vec{E}(\vec{k})], \quad \vec{B}(\vec{k}) = \mu \vec{H}(\vec{k}).$$

Разложим поля на продольную и поперечную составляющие $\vec{E}^l(\vec{k}) \parallel \vec{k}$ и $\vec{E}^n(\vec{k}) \perp \vec{k}$.

Из уравнений (1.5) для $\vec{E}^l(\vec{k})$ и $\vec{E}^n(\vec{k})$ получим следующие выражения:

$$\begin{aligned} \vec{E}^l(\vec{k}) &= -\frac{i q \sin(k_y a)}{2\pi^2 \varepsilon k_y a} \frac{\vec{k}}{k^2}, \\ \vec{E}^n(\vec{k}) &= i q \frac{\sin(k_y a)}{2\pi^2 k_y a} \frac{\omega \mu}{c^2} \frac{\left(\frac{\omega^2}{c^2} \varepsilon \mu - k^2 \right) \left(\frac{\omega \vec{k}}{k^2} - \vec{v} \right) + i \frac{\gamma \mu}{k c^2} [\vec{k} \vec{v}]}{\left(k^2 - \frac{\omega^2}{c^2} n_1^2 \right) \left(k^2 - \frac{\omega^2}{c^2} n_2^2 \right)}, \end{aligned} \quad (1.6)$$

где $n_1^2 = \mu(\varepsilon + \gamma)$, $n_2^2 = \mu(\varepsilon - \gamma)$.

Поле $\vec{E}^l(\vec{k})$ описывает потери на поляризацию и вклад излучение не дает. Поэтому в дальнейшем под $\vec{E}(\vec{k})$ мы будем понимать $\vec{E}^n(\vec{k})$.

Поле излучения имеет вид

$$\vec{E}(\vec{r}, t) = \int \vec{E}(\vec{k}) e^{i(\vec{k} \cdot \vec{r} - \omega t)} d\vec{k}. \quad (1.7)$$

Для получения частотного спектра полей необходимо проинтегрировать выражение (1.7) по k_y и k_x .

Интеграл по k_y сводится к вычетам в точках

$$k_y = \sqrt{\frac{\omega^2}{v^2} S_1^2 - k_x^2} \quad \text{и} \quad k_y = -\sqrt{\frac{\omega^2}{v^2} S_2^2 - k_x^2},$$

$$\text{где } S_{1,2}^2 = \beta^2 n_{1,2}^2 - 1, \quad \beta = \frac{v}{c}.$$

Введем цилиндрическую систему координат

$$\begin{aligned} x &= \rho \sin \varphi, \\ y &= \rho \cos \varphi, \\ z &= z. \end{aligned} \quad (1.8)$$

Интегрирование по k_x произведем методом перевала (см., например, [4]), что дает нам выражения для полей при больших ρ

$$\rho \gg \frac{2\pi v}{\omega S_{1,2} \sin^2 \varphi}.$$

Для полей излучения таким образом получим

$$\begin{aligned} \vec{E}(\vec{r}, t) &= \vec{E}^{(1)}(\vec{r}, t) + \vec{E}^{(2)}(\vec{r}, t), \\ \vec{E}^{(1,2)}(\vec{r}, t) &= \vec{E}_{\text{tang}}^{(1,2)}(\vec{r}, t) + \vec{E}_{\perp}^{(1,2)}(\vec{r}, t), \end{aligned} \quad (1.9)$$

где $\vec{E}_{\text{tang}}^{(1,2)}$ — составляющая поля излучения в плоскости, перпендикулярной траектории частицы.

Введя направление φ единичным вектором $\vec{n}_{\varphi} = \frac{[\vec{\rho}, \vec{v}]}{\rho v}$, выражения для полей можно записать в следующем виде:

$$\begin{aligned} \vec{E}_{\text{tang}}^{(1)}(\vec{r}, t) &= \frac{q}{2\sqrt{2\pi\rho}av} \int_{-\infty}^{+\infty} \sqrt{-i \frac{\omega}{v} S_1} \frac{\sin\left(a \frac{|\omega|}{v} S_1 \cos \varphi\right)}{\frac{|\omega|}{v} S_1 \cos \varphi} \frac{\mu}{n_1} \times \\ &\times \left(\frac{1}{n_1} \frac{\vec{\rho}}{\rho} + i\beta \vec{n}_{\varphi} \right) e^{i\left(\frac{\omega}{v} S_1 \rho + \frac{\omega}{v} z - \omega t\right)} d\omega, \\ \vec{E}_{\perp}^{(1)} &= -\frac{q}{2\sqrt{2\pi\rho}av} \int_{-\infty}^{+\infty} \sqrt{-i \frac{\omega}{v} S_1} \frac{\sin\left(a \frac{|\omega|}{v} S_1 \cos \varphi\right)}{\frac{|\omega|}{v} S_1 \cos \varphi} \times \\ &\times \frac{\mu}{n_1^2} S_1 e^{i\left(\frac{\omega}{v} S_1 \rho + \frac{\omega}{v} z - \omega t\right)} d\omega. \end{aligned} \quad (1.10)$$

Поля (1.10) описывают поляризованные по кругу вправо излучения. Плоскость поляризации этого излучения (плоскость, проведенная через $\vec{E}$ и ось z) делает полный оборот на длине волны $\lambda_1 = \frac{2\pi c}{\omega n_1}$ в направлении от $\vec{\rho}$ к $-\vec{[\rho v]}$.

Для $\vec{E}^{(2)}(\vec{r}, t)$ имеем

$$\begin{aligned} \vec{E}_{\text{изг}}^{(2)}(\vec{r}, t) &= \frac{q}{2\sqrt{2\pi\rho av}} \int_{-\infty}^{+\infty} \sqrt{-i\frac{\omega}{v} S_2} \frac{\sin\left(a\frac{|\omega|}{v} S_2 \cos\varphi\right)}{\frac{|\omega|}{v} S_2 \cos\varphi} \frac{\mu}{n_2} \times \\ &\quad \times \left(\frac{1}{n_2} \frac{\vec{\rho}}{\rho} - i\vec{\rho} n_2\right) e^{i\left(\frac{\omega}{v} S_2 \rho + \frac{\omega}{v} z - \omega t\right)} d\omega, \\ \vec{E}_{\vec{v}}^{(2)}(\vec{r}, t) &= -\frac{q}{2\sqrt{2\pi\rho av}} \int_{-\infty}^{+\infty} \sqrt{-\frac{\omega}{v} S_2} \frac{\sin\left(a\frac{|\omega|}{v} S_2 \cos\varphi\right)}{\frac{|\omega|}{v} S_2 \cos\varphi} \times \\ &\quad \times \frac{\mu}{n_2^2} S_2 e^{i\left(\frac{\omega}{v} S_2 \rho + \frac{\omega}{v} z - \omega t\right)} d\omega. \end{aligned} \quad (1.11)$$

Поля (1.11) описывают поляризованное по кругу влево излучение. Плоскость поляризации вращается в направлении $\vec{\rho} \rightarrow \vec{[\rho v]}$ и делает полный оборот на длине волны левополяризованного излучения $\lambda_2 = \frac{2\pi c}{\omega n_2}$.

Из уравнений поля с помощью выражений (1.10)–(1.11) нетрудно получить выражения для магнитных полей

$$\vec{H}^{(1,2)}(\vec{r}, t) = H_{\vec{\rho}} \frac{\vec{\rho}}{\rho} + H_{\vec{v}}^{(1,2)} \vec{n}_{\vec{v}} + H_{\vec{v}}^{(1,2)} \frac{\vec{v}}{v}. \quad (1.12)$$

Энергия, излученная зарядом на единице пути, дается вектором Пойнтинга

$$-\frac{d\omega}{dz} = \frac{c}{4\pi} \int_0^{2\pi} \int_{-\infty}^{+\infty} [\vec{E}\vec{H}]_{\vec{\rho}} \rho d\varphi dt, \quad (1.13)$$

что после интегрирования по t дает

$$-\frac{d\omega}{dz} = \frac{q^2}{4\pi c^2} \int_0^{2\pi} \left(\int_{\lambda_1 > 1}^{\lambda_2} \mu \left(1 - \frac{1}{\beta^2 n_1^2}\right) \frac{\sin^2\left(a\frac{|\omega|}{v} S_1 \cos\varphi\right)}{\left(a\frac{|\omega|}{v} S_1 \cos\varphi\right)^2} d\omega + \right.$$

$$+ \int_{\beta n_2 > 1} \mu \omega \left(1 - \frac{1}{\beta^2 n_2^2} \right) \frac{\sin^2 \left(a \frac{\omega}{v} S_2 \cos \varphi \right)}{\left(a \frac{\omega}{v} S_2 \cos \varphi \right)^2} d\omega \right) d\varphi. \quad (1.14)$$

Первый член в формуле (1.14) описывает правополяризованное излучение, а второй член есть интенсивность левополяризованного излучения. Как видно из формулы (1.14), частоты

$$\frac{|\omega|}{v} S_{1,2} a \cos \varphi = \pi k, \quad (1.15)$$

где k — целое число, под углом φ не наблюдаются.

2. Пусть теперь линейный заряд q перемещается вдоль оси y , т. е. плотность тока имеет вид

$$\vec{j} = \rho \vec{v} = \frac{q \vec{v}}{2a} \delta(x) \sigma(y - vt) \delta(z), \quad (2.1)$$

где

$$\sigma(y - vt) = \begin{cases} 1 & |y - vt| \leq a \\ 0 & |y - vt| > a. \end{cases}$$

Тогда для потерь энергии такого пучка в оптически активной среде имеем

$$\begin{aligned} -\frac{dw}{dy} = \frac{q^2}{2a^2 c^2} & \left\{ \int_{\beta n_1 > 1} \frac{\sin^2 \left(\frac{\omega}{v} a \right)}{\left(\frac{\omega}{v} \right)^2} \left(1 - \frac{1}{\beta^2 n_1^2} \right) \mu \omega d\omega + \right. \\ & \left. + \int_{\beta n_2 > 1} \frac{\sin^2 \left(\frac{\omega}{v} a \right)}{\left(\frac{\omega}{v} \right)^2} \left(1 - \frac{1}{\beta^2 n_2^2} \right) \mu \omega d\omega \right\}. \quad (2.2) \end{aligned}$$

Из формулы (2.2) видно, что частоты $\frac{\omega}{v} a = \pi k$ в спектре излучения отсутствуют.

При $a \rightarrow 0$ формулы (1.14) и (2.2) переходят в соответствующие формулы для точечного заряда [1]. В формуле (1.14) линейный заряд можно считать точечным, если

$$a \ll \frac{\lambda}{2\pi \sqrt{1 - \frac{1}{\beta^2 n_{1,2}^2}}}. \quad (2.3)$$

В формуле (2.2) заряд можно считать точечным, если

$$a \ll \beta n_{1,2} \frac{\lambda}{2\pi}. \quad (2.4)$$

3. Если имеем сгусток заряженных частиц в форме прямоугольного параллелепипеда со сторонами $2a$, $2b$ и $2d$, то плотность тока имеет вид

$$\vec{j} = \vec{\rho} \vec{v} = \frac{q}{8abd} \sigma(x) \sigma(y) \sigma(z - vt), \quad (3.1)$$

где

$$\sigma(x) = \begin{cases} 1 & |x| \leq b \\ 0 & |x| > b, \end{cases}$$

$$\sigma(y) = \begin{cases} 1 & |y| \leq a \\ 0 & |y| > a, \end{cases}$$

$$\sigma(z - vt) = \begin{cases} 1 & |z - vt| \leq d \\ 0 & |z - vt| > d. \end{cases}$$

Тогда для потерь энергии имеем следующую формулу:

$$\begin{aligned} -\frac{d\omega}{dz} = & \frac{q^2}{4\pi c^2} \int_0^{\pi/2} \left| \int_{\beta n_1 > 1} \frac{\sin^2\left(\frac{|\omega|}{v} S_1 b \sin \varphi\right)}{\left(\frac{|\omega|}{v} S_1 b \sin \varphi\right)^2} \frac{\sin^2\left(\frac{|\omega|}{v} S_1 a \cos \varphi\right)}{\left(\frac{|\omega|}{v} S_1 a \cos \varphi\right)^2} \times \right. \\ & \times \frac{\sin^2\left(\frac{|\omega|}{v} d\right)}{\frac{\omega^2}{v^2} d^2} \left(1 - \frac{1}{\beta^2 n_1^2}\right)^{\mu \omega d} + \int_{\beta n_2 > 1} \frac{\sin^2\left(\frac{|\omega|}{v} S_2 b \sin \varphi\right)}{\left(\frac{|\omega|}{v} S_2 b \sin \varphi\right)^2} \times \\ & \times \left. \frac{\sin^2\left(\frac{|\omega|}{v} S_2 a \cos \varphi\right)}{\left(\frac{|\omega|}{v} S_2 a \cos \varphi\right)^2} \frac{\sin^2\left(\frac{|\omega|}{v} d\right)}{\frac{\omega^2}{v^2} d^2} \left(1 - \frac{1}{\beta^2 n_2^2}\right)^{\mu \omega d} \right| d\varphi. \quad (3.2) \end{aligned}$$

4. Рассмотрим излучение бесконечной заряженной нити. Для этого в уравнениях поля (1.1) надо положить $a \rightarrow \infty$. В этом случае $\sigma(y) = 1$ и вместо $\frac{q}{2a}$ мы будем писать q_0 — линейную плотность заряда. Тогда для Фурье-компонент поля излучения имеем

$$\begin{aligned} \vec{E}(\vec{k}) = & \frac{i q_0}{\pi} \frac{\omega \mu}{c^2} \frac{\left(\frac{\omega^2}{c^2} \varepsilon \mu - k^2\right) \left(\frac{\omega \vec{k}}{k^2} - \vec{v}\right) + \frac{i \gamma \mu \omega^2}{c^2 k} [\vec{k} \vec{v}]}{\left(k^2 - \frac{\omega^2}{c^2} n_1^2\right) \left(k^2 - \frac{\omega^2}{c^2} n_2^2\right)} \\ \vec{k} = & \vec{k}(k_x, k_z), \quad \omega = k_z v, \quad d\vec{k} = dk_x \frac{d\omega}{v}. \quad (4.1) \end{aligned}$$

Интегрируя выражение

$$\vec{E}(\vec{r}, t) = \int \vec{E}(\vec{k}) e^{i(\vec{k} \cdot \vec{r} - \omega t)} d\vec{k}$$

с Фурье-компонентой (4.1) по k_x , получим

$$\vec{E}(\vec{r}, t) = \vec{E}^{(1)}(\vec{r}, t) + \vec{E}^{(2)}(\vec{r}, t), \quad (4.2)$$

где

$$E_x^{(1,2)}(\vec{r}, t) = \frac{q_0}{2v} \int \frac{\mu}{n_{1,2}^2} e^{i\left(\frac{\omega}{v} S_{1,2} x + \frac{\omega}{v} z - \omega t\right)} d\omega,$$

$$E_y^{(1,2)}(\vec{r}, t) = \pm i \frac{q_0}{2c} \int \frac{\mu}{n_{1,2}} e^{i\left(\frac{\omega}{v} S_{1,2} x + \frac{\omega}{v} z - \omega t\right)} d\omega,$$

$$E_z^{(1,2)}(\vec{r}, t) = -\frac{q_0}{2v} \int \frac{\mu}{n_{1,2}^2} S_{1,2} e^{i\left(\frac{\omega}{v} S_{1,2} x + \frac{\omega}{v} z - \omega t\right)} d\omega.$$

Индексы 1, 2 соответствуют правой и левой поляризации излучения.

Плоскость поляризации правополяризованного излучения вращается в направлении $x \rightarrow y$ и делает полный оборот на длине волны. Аналогично плоскость поляризации левополяризованного излучения вращается в направлении $x \rightarrow -y$.

Потери энергии единицей длины нити на единице пути даются формулой

$$-\frac{d\omega}{dz} = \frac{q_0^2}{v} \left(\int_{\beta n_1 > 1} \frac{\mu S_1}{n_1^2} d\omega + \int_{\beta n_2 > 1} \frac{\mu S_2}{n_2^2} d\omega \right). \quad (4.3)$$

Поступила 20 V 1963.

Է. Գ. Գազարյան, Լ. Ս. Մեղեկյան

ԳԾԱՅԻՆ ԼԻՑԻԱՅԻՆ ԵՎ ՎԵՐՋԱՎՈՐ ԶԱՓՍԵՐԻ ԽՏԻԼՆԵՐԻ
ԶԵՐԵՆԿՈՎՅԱՆ ՀԱՌԱԳԱՅԹՈՒՄԸ ՕՊՏԻԿՈՐԵՆ ԱԿՏԻՎ ՄԻՋԱՎԱՅՐՈՒՄ

Ա Մ Փ Ո Փ Ո Ւ Մ

Աշխատության մեջ դիտարկված է Վավիլովի-Չերենկովի ճառագայթումը իզոտրոպ, օպտիկորեն ակտիվ միջավայրերում: Ստացված են արտահայտություններ դաշտերի և ինտենսիվությանների համար, ուսումնասիրված են ծագող ճառագայթման սպեկտրն ու րենտգենումը, գիտարկված է լիցքի չափերի ու ճառագայթման սպեկտրի միջև գոյություն ունեցող կապը:

Աշխատության մեջ դիտարկված է նաև անիլերը մեծ լիցքավորված թիվի ճառագայթումը օպտիկորեն ակտիվ միջավայրում:

Л И Т Е Р А Т У Р А

1. Болотовский Б. М., Мержелян О. С. Теория излучения Вавилова—Черенкова в изотропной оптически активной среде. Оптика и спектроскопия, **14**, 3, 1963.
2. Амадуни А. Ц. Переходное излучение периодически следующих друг за другом сгустков заряженных частиц. Известия АН АрмССР, серия физ.-мат. наук, **15**, 1, 1962.
3. Ландау Л. Д., Лифшиц Е. М. Электродинамика сплошных сред. Физматгиз, М., 1959.
4. Гарибян Г. М. К теории переходного излучения. ЖЭТФ, **33**, 1403, 1957.