ՀԱՅԿԱԿԱՆ ՍՍՌ ԳԻՏՈՒԹՅՈՒՆՆԵՐԻ ԱԿԱԴԵՄԻԱՅԻ ՏԵՂԵԿԱԳԻՐ
ИЗВЕСТИЯ АКАДЕМИИ НАУК АРМЯНСКОЙ ССР
Ֆիզիկա-մաթեմատ. գիտություններ XVI, № 4, 1963 Физико-математические науки

ТЕОРИЯ ПОЛЗУЧЕСТИ

М. А. Задоян

О задаче ползучести толстостенной цилиндрической трубы, подверженной внутреннему давлению и нейтронному облучению

В работе А. А. Ильюшина и П. М. Огибалова [1] по теории малых упруго-пластических деформаций дан способ расчета прочности толстостенной цилиндрической трубы, подвергнутой нейтронному облучению. В этом отношении, естественно, представляет интерес рассмотреть аналогичную задачу по теории ползучести с учетом неоднородности материала, вызванной облучением. Имеется много экспериментальных исследований упруго-пластических свойств облученных материалов. Этим вопросам посвящена обзорная статья В. С. Ленского [2]. Мало изучен характер влияния облучения на ползучесть материалов. Более того, имеющиеся данные, как отмечено в [2], часто противоречивы. Однако, в нижепоставленной задаче экспериментальные характеристики облученного материала будем считать данными.

Рассмотрим ползучесть длинной толстостенной цилиндрической трубы, на внутренней поверхности которой одновременно (с момента $t=0$) действуют радиальное давление и нейтронное облучение с постоянными интенсивностями.

Поток нейтрона (nv) на произвольной цилиндрической поверхности за единицу времени, по элементарным подсчетам [1], будет

$$I(r)=I_0\frac{a}{r}e^{-\mu(r-a)}, \tag{1}$$

где I_0—интенсивность потока нейтрона на внутренней поверхности трубы $\left[\frac{н}{см^2\,сек}\right]$, μ—макроскопическое эффективное сечение элемента $\left[\frac{1}{см}\right]$, a—радиус внутренней поверхности трубы. В течение времени t суммарный поток нейтронов, т. е. доза облучения (nvt) будет

$$\theta(r,t)=I_0t\frac{a}{r}e^{-\mu(r-a)}. \tag{2}$$

Соотношения Ю. Н. Работнова [3], применительно к рассматриваемой здесь задаче, возьмем в виде

$$\varphi(\theta)\,\varepsilon_i^m = \sigma_i + \int\limits_0^t \omega(\theta)\,K(t-\tau)\,\sigma_i\,d\tau, \tag{3}$$

$$\sigma_r - \sigma = \frac{2}{3}\frac{\sigma_i}{\varepsilon_i}(\varepsilon_r - \varepsilon), \quad \sigma_\theta - \sigma = \frac{2\sigma_i}{3\varepsilon_i}(\varepsilon_\theta - \varepsilon). \tag{4}$$

Здесь σ и ε, как обычно,—среднее нормальное напряжение и средняя деформация; σ_i и ε_i—интенсивности напряжений и деформаций

$$\sigma_i = \frac{\sqrt{3}}{2}\sqrt{(\sigma_r-\sigma_\theta)^2+\cdots}, \quad \varepsilon_i = \frac{\sqrt{2}}{3}\sqrt{(\varepsilon_r-\varepsilon_\theta)^2+\cdots}. \tag{5}$$

Функции $\varphi(\theta)$ и $\omega(\theta)$, вводимые для учета влияния облучения на ползучесть материала, определяются из эксперимента.

Пренебрегая изменениями объема, вызванными радиационными эффектами и температурными воздействиями, и считая материал трубы несжимаемым

$$\varepsilon = 0 \tag{6}$$

при $\varepsilon_z = 0$, для радиального перемещения и интенсивности деформации будем иметь

$$u(r,t) = \frac{\sqrt{3}}{2}\frac{Q(t)}{r}, \qquad \varepsilon_i = \frac{Q(t)}{r^2}, \tag{7}$$

где $Q(t)$—неизвестная функция от t. Тогда из соотношений (4) следует

$$\sigma_r - \sigma_\theta = -\frac{2}{\sqrt{3}}\sigma_i. \tag{8}$$

Подставляя (8) в уравнение равновесия

$$\frac{d\sigma_r}{dr} + \frac{\sigma_r - \sigma_\theta}{r} = 0 \tag{9}$$

и интегрируя, находим

$$\sigma_r = -P + \frac{2}{\sqrt{3}}\int\limits_a^r \frac{\sigma_i}{r}\,dr. \tag{10}$$

Отсюда при $r = b$ будем иметь

$$P = \frac{2}{\sqrt{3}}\int\limits_a^b \frac{\sigma_i}{r}\,dr. \tag{11}$$

Учитывая (7) и вводя обозначения

$$\varphi(\theta) = \Phi(r,t), \quad \omega(\theta) = \Omega(r,t), \tag{12}$$

из (3) будем иметь

$$\frac{\Phi(r,t)}{r^{2m}}\,Q^m(t)=\sigma_i(r,t)+\int_0^t\Omega(r,\tau)\,K(t-\tau)\,\sigma_i(r,\tau)\,d\tau. \tag{13}$$

Если до некоторого значения дозы облучения функции φ и ω можно аппроксимировать линейными функциями, то

$$\begin{gathered}\Phi(r,t)=\varphi_0+\varphi_1 I_0 t\,\frac{a}{r}\,e^{-\mu(r-a)}\\ \qquad\qquad\qquad\qquad 0<\vartheta<\vartheta_0\\ \Omega(r,t)=\omega_0+\omega_1 I_0 t\,\frac{a}{r}\,e^{-\mu(r-a)}.\end{gathered} \tag{14}$$

Постоянные φ_0 и ω_0 положительны и представляют значения функций Φ и Ω для соответствующей необлученной трубы

$$\varphi_0=\varphi(0),\quad \omega_0=\omega(0). \tag{15}$$

Параметры φ_1 и ω_1 определяются из эксперимента над облученными трубами.

Для начального состояния из (11) и (13) легко определить

$$\sigma_i(r,0)=\frac{P}{J(0)}\,\frac{\Phi(r,0)}{r^{2m}}, \tag{16}$$

где

$$J(t)=\frac{2}{\sqrt{3}}\int_a^b\frac{\Phi(r,t)}{r^{2m+1}}\,dr. \tag{17}$$

Умножая обе стороны (13) на $\dfrac{2}{\sqrt{3}}\,\dfrac{1}{\Omega(r,t)\,r}$ и интегрируя, получим

$$Q(t)=\left\{\frac{2}{\sqrt{3}}\,\frac{1}{J_0(t)}\int_a^b\frac{\sigma_i(\xi,t)}{\Omega(\xi,t)\,\xi}\,d\xi+\frac{P}{J_0(t)}\int_0^t K(t-\tau)\,d\tau\right\}^{1/m}, \tag{18}$$

где

$$J_0(t)=\frac{2}{\sqrt{3}}\int_a^b\frac{\Phi(r,t)\,dr}{\Omega(r,t)\,r^{2m+1}}. \tag{19}$$

Подставляя $Q(t)$ из (18) в (13) и используя тождество

$$\frac{P}{J(t)}\,\frac{\Phi(r,t)}{r^{2m}}=\frac{2}{\sqrt{3}}\,\frac{1}{J(t)}\int_a^b\frac{\Phi(r,t)}{r^{2m}}\,\frac{\sigma_i(\xi,t)}{\xi}\,d\xi, \tag{20}$$

для определения σ_i получим интегральное уравнение [4]

$$\sigma_i(r,t)+\int_0^t N(r,t,\tau)\,\sigma_i(r,\tau)\,d\tau=F(r,t)+\int_a^b M(\xi,r,t)\,\sigma_i(\xi,t)\,d\xi, \tag{21}$$

где свободный член

$$F(r,t)=\frac{P}{J(t)}\frac{\Phi(r,t)}{r^{2m}}\left[1+\lambda(t)\int_0^t K(t-\tau)\,d\tau\right],\quad \lambda(t)=\frac{J(t)}{J_0(t)}, \tag{22}$$

а

$$M(\xi,r,t)=\frac{2}{\sqrt{3}}\frac{1}{J(t)}\frac{\Phi(r,t)}{r^{2m}}\frac{1}{\xi}\left[\frac{\lambda(t)}{\Omega(\xi,t)}-1\right], \tag{23}$$

$$N(r,t,\tau)=\Omega(r,t)\,K(t-\tau)$$

— ядра уравнения.

Полученное уравнение в операторном виде можно писать

$$\sigma=F+(M-N)\,\sigma. \tag{21$'$}$$

Используя метод последовательных приближений аналогично [4], для решения уравнения (21) при условии

$$\int_a^b |M(\xi,r,t)|\,d\xi+\int_0^t|N(r,t,\tau)|\,d\tau<1 \tag{24}$$

получим

$$\sigma_i=F+\sum_{k=1}^{\infty}(M-N)^k F, \tag{25}$$

причем бесконечная сумма (25) имеет смысл, подобный ряду Неймана.

Замечая, что

$$MF=\int_a^b M(\xi,r,t)\,F(\xi,t)\,d\xi=0$$

и ограничиваясь первым членом суммы, для значения $\sigma_i(r,t)$ получим

$$\sigma_i(r,t)\approx\frac{P}{J(t)}\frac{\Phi(r,t)}{r^{2m}}\chi(t)-\frac{P}{J(t)}\frac{\Omega(r,t)}{r^{2m}}\int_0^t\Phi(r,\tau)\,K(t-\tau)\,\chi(\tau)\,d\tau, \tag{26}$$

где

$$\chi(t)=1+\lambda(t)\int_0^t K(t-\tau)\,d\tau.$$

При

$$K(t-\tau)=(t-\tau)^{-\alpha},\quad 0<\alpha<1$$

имеем

$$\chi(t) = 1 + \frac{\lambda(t)}{1-\alpha} t^{1-\alpha}. \tag{27}$$

Используя формулы (14), из (26) будем иметь

$$\sigma_i \approx \frac{P}{J(t)} \frac{\Phi(r,t)}{r^{2m}} \chi(t) - \frac{P}{J(t)} \frac{\Omega(r,t)}{r^{2m}} H_0(t) -$$

$$- \frac{P}{J(t)} \frac{\Omega(r,t)}{r^{2m+1}} e^{-\mu(r-a)} H_1(t), \tag{28}$$

где

$$H_0(t) = \varphi_0 \int_0^t \chi(\tau) K(t-\tau)\, d\tau,$$

$$H_1(t) = \varphi_1 \int_0^t \chi(\tau) K(t-\tau)\, \tau d\tau. \tag{29}$$

Подставив (28) в (10) и произведя интегрирование, получим

$$\sigma_r(r,t) \approx -P + \frac{2}{\sqrt{3}} \frac{1}{J(t)} \left\{ \left[\frac{\varphi_0}{2m} \left(\frac{1}{a^{2m}} - \frac{1}{r^{2m}} \right) + \Phi_1 t E(\mu r) \right] \chi(t) - \right.$$

$$- \left[\frac{\omega_0}{2m} \left(\frac{1}{a^{2m}} - \frac{1}{r^{2m}} \right) + \Omega_1 t E(\mu r) \right] H_0(t) -$$

$$- [\omega_0 E(\mu r) + \Omega_2 t E_1(\mu r)] H_1(t). \tag{30}$$

Здесь введены следующие обозначения

$$\Phi_1 = \varphi_1 I_0 a e^{\mu a} \mu^{2m+1}, \qquad E(x) = \int_{\mu a}^{x} \frac{e^{-z}\, dz}{z^{2m+2}},$$

$$\Omega_1 = \omega_1 I_0 a e^{\mu a} \mu^{2m+1},$$

$$\Omega_2 = \omega_1 I_0 a e^{\mu a} (2\mu)^{2m+2}, \qquad E_1(x) = \int_{\mu a}^{x} \frac{e^{-z}\, dz}{z^{2m+3}}. \tag{31}$$

Из рассмотренной задачи следует, что при учете воздействия облучения (неоднородность материала) свойство ползучести оказывает влияние не только на деформацию, как в случае однородной трубы [3], но и на величину напряжения.

Институт математики и механики
АН Армянской ССР

Поступила 26 V 1962

Մ. Ա. Զադոյան

ԳԼԱՆԱՅԻՆ ԽՈՂՈՎԱԿԻ ՍՈՂՔԸ ՆԵՐՔԻՆ ՃՆՇՄԱՆ ԵՎ ՆԵՅՏՐՈՆԱՅԻՆ ՃԱՌԱԳԱՅԹՄԱՆ ՀԱՄԱՏԵՂ ԱԶԴԵՑՈՒԹՅԱՆ ԺԱՄԱՆԱԿ

ԱՄՓՈՓՈՒՄ

Աշխատության մեջ ուսումնասիրվում է մնացորդ անվերջ երկար սնամեջ գլանի սողքը՝ ներքին հավասարաչափ նորմալ ճնշման և նեյտրոնային ճառագայթման միաժամանակյա ազդեցության դեպքում։ Ենթադրվում է, որ ճառագայթման աղբյուրը համընկնում է գլանի առանցքի հետ և ճառագայթման սաստկությունը գլանի լայնական հատվածքում կախված չէ անկյունից։ Օգտագործելով Յու. Ն. Ռաբոտնովի կողմից առաջարկված սողքի տեսության առնչությունները, ընդունվում է, որ այն հաստատունները, որոնք բնորոշում են նյութը, կախված են ճառագայթման սաստկությունից և տևողությունից։ Գլանում կլանված նեյտրոնների քանակը փոփոխվում է ըստ գլանի հաստության, ուստի, վերջին հաշվով այդ պարամետրերը կախված կլինեն r-ից և t-ից։ Ընդունելով նյութը անսեղմելի և օգտվելով հավասարակշռության հավասարումից, սահմանային պայմաններից, լարումների բաղադրիչները արտահայտված են լարումների սաստկության (σ_i) միջոցով։ Վերջինիս որոշման համար ստացվում է ինտեգրալ հավասարում՝

$$\sigma_i(r, t) + \int_0^t N(r, t-\tau)\,\sigma_i(r, \tau)\,d\tau = F(r, t) + \int_a^b M(\xi, r, t)\,\sigma_i(\xi, t)\,d\xi,$$

որը բնորոշվում է երկու կորիզներով՝ մեկը վոլտերյան, մյուսը ֆրեդհոլմյան։ Այդ ինտեգրալ հավասարման լուծումը տրվում է

$$\sigma_i(r, t) = F(r, t) + \sum_{k=1}^{\infty} (M-N)^k F$$

տեսքով, որտեղ վերջին շարքը հավաքվում է նորմանի իմաստով։

ЛИТЕРАТУРА

1. *Ильюшин А. А.* и *Огибалов П. Н.* О прочности оболочек толстостенного цилиндра и полого шара, подвергнутых облучению. Инженерный сборник, **28**, 1960.
2. *Ленский В. С.* Влияние радиоактивных облучений на механические свойства твердых тел. Инженерный сборник, **28**, 1960.
3. *Работнов Ю. Н.* Некоторые вопросы теории ползучести. Вестник МГУ, № 10, 1948.
4. *Задоян М. А.* О задаче ползучести облученного стержня. Известия АН АрмССР, серия физ.-мат. наук, **14**, № 4, 1961.
5. *Задоян М. А.* Ползучесть при кручении круглого конического стержня, материал которого обладает свойством нестационарной неоднородности. ДАН АрмССР, **36**, № 3, 1963.