

АЭРОГИДРОМЕХАНИКА

Э. М. Нерсисян

Проникание конуса в сжимаемую жидкость и отражение ударной волны от его вершины

§ 1. Пусть достаточно тупой конус проникает в сжимаемую жидкость, занимающую все нижнее полупространство. Начало координат O возьмем в точке пересечения вершины конуса со свободной поверхностью жидкости. Выберем ось Ox в плоскости поверхности полупространства, ось Oy направим в глубь него. Скорость конуса предполагается постоянной, меньшей скорости звука в жидкости и направленной вертикально к горизонтальной свободной поверхности. Будем предполагать конус настолько тупым, что по мере его проникания в жидкость с малой скоростью kV_0 радиус окружности, являющейся линией пересечения конуса со свободной поверхностью, возрастает со скоростью W , большей скорости звука в жидкости.

Уравнение политропы для жидкости имеет вид [1]

$$P = A (\rho^n - \rho_0^n) = B \left[\left(\frac{\rho}{\rho_0} \right)^n - 1 \right]. \quad (1.1)$$

Здесь P — давление в жидкости, ρ — плотность, A, B — константы, n — показатель политропы.

Граничное условие записывается в виде

$$V = kV_0 \text{ на конусе.} \quad (1.2)$$

Введя автомодельные координаты

$$\xi = \frac{x}{t}, \quad \eta = \frac{y}{t}, \quad (1.3)$$

можно записать уравнения характеристик в виде:

$$V_y - \eta - \frac{d\eta}{d\xi} (V_x - \xi) = \mp c \sqrt{1 + \left(\frac{d\eta}{d\xi} \right)^2} = \mp \frac{c}{\cos \alpha} \quad (1.4)$$

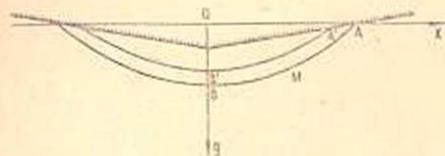
$$\rho c \frac{dV}{d\xi} + \frac{d\rho}{d\xi} + \frac{\cos \alpha V \rho c^2}{(V+c) \sin \alpha - \xi} \frac{d\alpha}{d\xi} + \frac{V \rho c^2 \sin \alpha}{(V+c) \sin \alpha - \xi} \frac{1}{\xi} = 0, \quad (1.5)$$

где $V = \sqrt{V_x^2 - V_y^2}$, α — угол наклона характеристики к оси Ox ,

$\frac{d\eta}{d\xi} = -\operatorname{tg} \alpha$ (фиг. 1).

В дальнейшем предполагается, что скорость движения жидкости направлена по нормали к характеристике, что выполняется для волн, догоняющих ударный фронт (фиг. 1).

Если положить $V_x = V \sin \alpha$, $V_y = V \cos \alpha$, то уравнение характеристик первого семейства (4) запишется в виде



Фиг. 1.

$$\frac{\eta - \xi \frac{d\eta}{d\xi}}{\sqrt{1 + \left(\frac{d\eta}{d\xi}\right)^2}} = c + V. \quad (1.6)$$

Из уравнения состояния (1.1)

для небольших $\frac{P}{Bn}$ имеем

$$\rho = \rho_0 \left(1 + \frac{P}{Bn}\right), \quad c = a_0 \left(1 + \frac{n-1}{2} \frac{P}{Bn}\right). \quad (1.7)$$

где ρ_0, a_0 — начальные параметры жидкости.

Легко показать, что малость $V = kV_0$ соответствует малости $\frac{P}{Bn}$. В самом деле, из условия на ударном фронте, с точностью до

малых $\frac{P}{Bn}$ второго порядка, имеем

$$V = \frac{1}{a_0 \rho_0} \left(\rho - \frac{n+1}{4} \frac{P^2}{Bn} \right) = a_0 \frac{P}{Bn} - a_0 \frac{n+1}{4} \left(\frac{P}{Bn} \right)^2 \quad (1.8)$$

или

$$dV = \frac{dP}{\rho c}. \quad (1.9)$$

Если ограничиться первой степенью $\frac{P}{Bn}$ в формуле (1.8), то для скорости звука c и плотности получим из (1.7)

$$c = a_0 + \frac{n-1}{2} V, \quad \rho = \rho_0 \left(1 + \frac{V}{a_0}\right). \quad (1.10)$$

С помощью (1.9) перепишем уравнение (1.5) в виде

$$2 \frac{dV}{d\xi} + \frac{Vc \cos \alpha}{(V+c) \sin \alpha - \xi} \frac{d\alpha}{d\xi} + \frac{Vc \sin \alpha}{(V+c) \sin \alpha - \xi} \frac{1}{\xi} = 0. \quad (1.11)$$

Пусть

$$V = kV_1 + k^2V_2, \quad \eta = \eta_1 + k\eta_2, \quad \alpha = \alpha_1 + k\alpha_2, \quad (1.12)$$

где $k = \frac{1}{Bn}$ — малая величина.

Подставляя эти значения в (1.6) и (1.11), приравнявая слагаемые с первой и второй степенями k , получим

$$2 \frac{dV_1}{d\xi} - \frac{a_0 \sin \alpha_1}{\xi (\xi - a_0 \sin \alpha_1)} V_1 = 0 \quad (1.13)$$

$$2 \frac{dV_2}{d\xi} + \frac{a_0 \cos^3 \alpha_1 V_1}{\xi - a_0 \sin \alpha_1} \frac{d^2 \tau_{12}}{d\xi^2} +$$

$$+ \frac{1}{\xi (\xi - a_0 \sin \alpha_1)} \left(a_0 \cos^3 \alpha_1 V_1 \frac{d\tau_{12}}{d\xi} - \frac{n-1}{2} \sin \alpha_1 V_1^2 - V_2 a_0 \sin \alpha_1 \right) -$$

$$- \frac{\sin \alpha_1}{\xi (\xi - a_0 \sin \alpha_1)^2} \left(\frac{n+1}{2} a_0 \sin \alpha_1 V_1^2 - a_0^2 \cos^3 \alpha_1 V_1 \frac{d\tau_{12}}{d\xi} \right) = 0 \quad (1.14)$$

$$\tau_{12} - (\xi - a_0 \sin \alpha_1) \frac{d\tau_{12}}{d\xi} = \frac{n+1}{2} \frac{V_1}{\cos \alpha_1} \quad (1.15)$$

где $V_1 = \text{const}$, причем $\sin \alpha_1 = \frac{a_0}{W}$.

V_1 соответствует линейной задаче. Интегрируя (1.13) при граничном условии $V_1 = \frac{V_0}{\cos \alpha_1}$ при $\xi = \xi'$, получаем вдоль $A'B'$ (фиг. 1) решение в виде

$$V_1 = \frac{V_0}{\cos \alpha_1} \sqrt{\frac{\xi'}{\xi' - a_0 \sin \alpha_1}} \sqrt{\frac{\xi - a_0 \sin \alpha_1}{\xi}}, \quad (1.16)$$

где ξ' соответствует граничной точке A' (фиг. 1).

Очевидно, в силу малости k из (1.8) на фронт будут влиять характеристики, отстоящие на расстоянии $\sim k$ от фронта ударной волны. Введем конечную величину ξ_1^* по формуле

$$\xi' = W - k\xi_1^* \quad (1.17)$$

Подставляя (1.17) в решение линейной задачи (1.16) и разлагая (1.16) в ряд Тейлора, имеем с точностью до малых второго порядка

$$V_1 = \frac{V_0}{\cos \alpha_1} \sqrt{\frac{\xi - a_0 \sin \alpha_1}{\xi}} \sqrt{\frac{W}{W - a_0 \sin \alpha_1}} +$$

$$+ \frac{V_0}{\cos \alpha_1} \sqrt{\frac{\xi - a_0 \sin \alpha_1}{\xi}} \sqrt{\frac{W}{W - a_0 \sin \alpha_1}} \times$$

$$\times \frac{1}{2} \left(\frac{1}{W - a_0 \sin \alpha_1} - \frac{1}{W} \right) k\xi_1^* \quad (1.18)$$

Первое слагаемое (1.18) дает решение линейной задачи в точке M (фиг. 1). Очевидно, в (1.15) достаточно ограничиться линейной частью V_1 из (1.18).

Интегрируя (1.15) при граничном условии $\tau_{12} = 0$ при $\xi = \xi'$, имеем

$$\tau_{12} = \frac{V_0(n+1)}{a_0 \sin \alpha_1 \cos^2 \alpha_1} \sqrt{\frac{\xi'}{\xi' - a_0 \sin \alpha_1}} (\xi - a_0 \sin \alpha_1) \times$$

$$\sqrt{\frac{\xi}{\xi - a_0 \sin \alpha_1}} - \sqrt{\frac{\xi'}{\xi' - a_0 \sin \alpha_1}}, \quad (1.19)$$

причем в (1.19) можно считать

$$\xi' = W.$$

В линейном приближении решение уравнения (1.6) имеет вид

$$\eta_1 = \frac{W - \xi}{\sqrt{\frac{W^2}{a^2} - 1}}. \quad (1.20)$$

Очевидно, $k\eta_2$ представляет нелинейный добавок.

Для определения скорости и давления на фронте ударной волны нужно решить уравнение (1.6), где вместо V нужно подставить линейный член V_1 . Решение уравнения (6) при граничном условии $\eta_2 = 0$ при $\xi = \xi'$ имеет вид

$$\eta = \frac{\xi' - \xi}{\sqrt{\frac{\xi'^2}{a_0^2} - 1}} + k\eta_2, \quad (1.21)$$

где η_2 найдется из (1.20), куда нужно подставить $\xi' = W$. Разлагая (1.21) по степеням ξ'_1 , получим приближенно

$$\eta = \frac{W - \xi}{\sqrt{\frac{W^2}{a_0^2} - 1}} + k\eta_2 + k\xi'_1 \cdot b(\xi), \quad (1.22)$$

где

$$b(\xi) = -\frac{1}{\sqrt{\frac{W^2}{a_0^2} - 1}} + \frac{W - \xi}{\left(\frac{W^2}{a_0^2} - 1\right)^{3/2}} \cdot \frac{W}{a_0^2}. \quad (1.23)$$

Вдоль ударного фронта имеет место формула [2]

$$D = \frac{\eta - \xi \frac{d\eta}{d\xi}}{\sqrt{1 + \left(\frac{d\eta}{d\xi}\right)^2}} = \frac{c + V + a_0}{2}, \quad (1.24)$$

где D — скорость ударной волны.

Характеристики (1.22) $\eta = \eta(\xi, \xi')$ нагоняют ударный фронт и взаимодействуют с ударным фронтом. Вдоль ударного фронта η является функцией только ξ , и, в силу (1.22), ξ' также есть функция ξ . Из (1.22) и (1.24) получим уравнение для ξ'_1 в функции ξ вдоль AB (фиг. 1).

Решение этого уравнения при граничном условии $\xi'_1 = 0$ при $\xi = W$ имеет вид

$$\xi_1 = -\frac{n+1}{2b(\xi)} \frac{V_0}{a_0 \cos^2 \alpha_1 \sin \alpha_1} \sqrt{\frac{W}{W - a_0 \sin \alpha_1}} (\xi - a_0 \sin \alpha_1) \times \\ \times \left(\sqrt{\frac{\xi}{\xi - a_0 \sin \alpha_1}} - \sqrt{\frac{W}{W - a_0 \sin \alpha_1}} \right). \quad (1.25)$$

Таким образом, вдоль ударной волны имеем с точностью до малых второго порядка

$$V = kV_0 \frac{1}{\cos \alpha_1} \sqrt{\frac{\xi - a_0 \sin \alpha_1}{\xi}} \sqrt{\frac{W}{W - a_0 \sin \alpha_1}} + \\ + k^2 \frac{V_0}{\cos \alpha_1} \sqrt{\frac{\xi - a_0 \sin \alpha_1}{\xi}} \sqrt{\frac{W}{W - a_0 \sin \alpha_1}} \times \\ \times \frac{1}{2} \left(\frac{1}{W - a_0 \sin \alpha_1} - \frac{1}{W} \right) \xi_1 + k^2 V_2. \quad (1.26)$$

Здесь ξ_1 дается формулой (1.25), а V_2 находится интегрированием уравнения (1.14) при граничном условии при $\xi = W$

$$V_2 = \frac{(n+1) \sin \alpha_1 V_0^2}{2 \cos^2 \alpha_1} \frac{1}{W - a_0 \sin \alpha_1},$$

получаем из (1.2) и (1.12).

Окончательно имеем

$$V = kV_0 \frac{1}{\cos \alpha_1} \sqrt{\frac{\xi - a_0 \sin \alpha_1}{\xi}} \sqrt{\frac{W}{W - a_0 \sin \alpha_1}} + k^2 V_2^0 \varphi(\xi), \quad (1.27)$$

где

$$\varphi(\xi) = \frac{W}{W - a_0 \sin \alpha_1} \left\{ -\frac{(n+1)(\xi - a_0 \sin \alpha_1)}{4a_0 \sin \alpha_1 \cos^3 \alpha_1 b(\xi)} \left(\frac{1}{W - a_0 \sin \alpha_1} - \frac{1}{W} \right) \times \right. \\ \times \left(1 - \sqrt{\frac{W}{W - a_0 \sin \alpha_1}} \sqrt{\frac{\xi - a_0 \sin \alpha_1}{\xi}} \right) + \\ + \frac{(5+n) \cos^2 \alpha_1 - 4}{4a_0 \sin^2 \alpha_1 \cos^2 \alpha_1} \frac{\xi - a_0 \sin \alpha_1}{\xi} + \frac{n+1}{12a_0 \sin^2 \alpha_1} \frac{\xi}{\xi - a_0 \sin \alpha_1} - \\ - \frac{n+1}{2 \sin \alpha_1} \sqrt{\frac{W}{W - a_0 \sin \alpha_1}} \sqrt{\frac{1}{\xi(\xi - a_0 \sin \alpha_1)}} + \frac{(n+1)(3 \cos^2 \alpha_1 - 1)}{2a_0 \sin^2 \alpha_1 \cos^2 \alpha_1} + \\ + \sqrt{\frac{\xi - a_0 \sin \alpha_1}{\xi}} \sqrt{\frac{W}{W - a_0 \sin \alpha_1}} \left[\frac{(n+1) \sin \alpha_1}{2 \cos^2 \alpha_1} - \right. \\ \left. - \frac{(5+n) \cos^2 \alpha_1 - 4}{4a_0 \sin^2 \alpha_1 \cos^2 \alpha_1} \frac{W - a_0 \sin \alpha_1}{W} - \frac{n+1}{12a_0 \sin^2 \alpha_1} \frac{W}{W - a_0 \sin \alpha_1} + \right. \\ \left. + \frac{n+1}{2 \sin \alpha_1} \frac{1}{W - a_0 \sin \alpha_1} - \frac{(n+1)(3 \cos^2 \alpha_1 - 1)}{2a_0 \sin^2 \alpha_1 \cos^2 \alpha_1} \right] \Bigg\}. \quad (1.28)$$

Теперь найдем давление P вдоль ударной волны

$$P = \int p(V) c(V) dV = a_0 \rho_0 \int \left(1 + \frac{n+1}{2a_0} V \right) dV = a_0 \rho_0 V + \frac{n+1}{4} \rho_0 V^2.$$

Окончательно получаем

$$P = P_1 + P_2 = k V_0 \frac{a_0 \rho_0}{\cos^2 \alpha_1} \sqrt{\frac{W}{W - a_0 \sin \alpha_1}} \sqrt{\frac{\xi - a_0 \sin \alpha_1}{\xi}} + \\ + k^2 V_0^2 \left[\frac{n+1}{4} \frac{\rho_0}{\cos^2 \alpha_1} \frac{W}{W - a_0 \sin \alpha_1} \frac{\xi - a_0 \sin \alpha_1}{\xi} + a_0 \rho_0 \varphi(\xi) \right]. \quad (1.29)$$

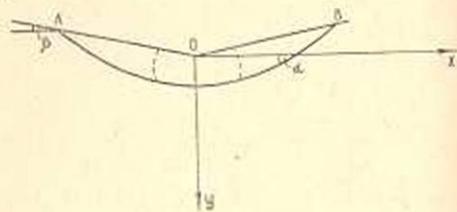
где $\varphi(\xi)$ определяется формулой (1.28).

По формуле (1.29) проделаны расчеты, результаты которых приведены в таблице 1. Расчеты сделаны для $W = \frac{k V_0}{\beta} = 2000 \frac{\text{м}}{\text{сек}}$.

§ 2. Пусть фронт ударной волны, представляющий собой бесконечную плоскость, падает на вершину конуса в направлении его оси с произвольной постоянной скоростью D_0 (фиг. 2). В момент соприкосновения с вершиной конуса произойдет дифракция падающей волны, а в дальнейшем она будет отражаться от поверхности конуса. Предполагается, что конус достаточно тупой и отражение происходит без отрыва от его поверхности. Очевидно, линия, по которой происходит отражение падающей ударной волны от конуса, представляет собой окружность радиуса $\frac{D_0}{\text{tg } \beta} t$ с центром на оси конуса, где β — угол,

образованный падающей ударной волной с образующей конуса, t — время, отсчитываемое с момента соприкосновения волны с вершиной конуса.

Так как задача имеет осевую симметрию, ограничимся в дальнейшем рассмотрением течения за отраженной волной в меридианной плоскости. В этой плоскости отражение падающей волны от точек A и B на образующих конуса (фиг. 2) будет происходить по закону отражения косої ударной волны от твердой стенки. Но здесь течение не коническое, и поэтому даже в областях, где не сказывается влияние вершины конуса, фронт отраженной ударной волны не будет прямолинейным.



Фиг. 2.

Обозначим составляющие скоростей по осям x и y через \bar{V}_x и \bar{V}_y .

В автономных координатах $\bar{\xi} = \frac{x}{t}$, $\bar{\eta} = \frac{y}{t}$ уравнения движения и неразрывности запишутся в виде

Таблица 1

ξ	$P_1 \frac{\kappa^2}{\text{с.м}^2}$	$P_2 \frac{\kappa^2}{\text{с.м}^2}$	P_2/P_1
-------	-------------------------------------	-------------------------------------	-----------

$$kV_0 = 30 \frac{\mu}{\text{сек}}$$

1900	$6,958 \cdot 10^6$	$1,499 \cdot 10^6$	0,215
1800	$6,630 \cdot 10^6$	$1,225 \cdot 10^6$	0,185
1700	$6,241 \cdot 10^6$	$0,894 \cdot 10^6$	0,143
1600	$5,774 \cdot 10^6$	$0,480 \cdot 10^6$	0,083

$$kV_0 = 40 \frac{\mu}{\text{сек}}$$

1900	$9,277 \cdot 10^6$	$2,664 \cdot 10^6$	0,28
1800	$8,840 \cdot 10^6$	$2,178 \cdot 10^6$	0,24
1700	$8,322 \cdot 10^6$	$1,589 \cdot 10^6$	0,19
1600	$7,699 \cdot 10^6$	$1,589 \cdot 10^6$	0,11

$$kV_0 = 50 \frac{\mu}{\text{сек}}$$

1900	$11,596 \cdot 10^6$	$4,163 \cdot 10^6$	0,36
1800	$11,05 \cdot 10^6$	$3,403 \cdot 10^6$	0,31
1700	$10,402 \cdot 10^6$	$2,483 \cdot 10^6$	0,24
1600	$9,624 \cdot 10^6$	$1,33 \cdot 10^6$	0,14

$$kV_0 = 100 \frac{\mu}{\text{сек}}$$

1900	$23,192 \cdot 10^6$	$16,652 \cdot 10^6$	0,72
1800	$22,099 \cdot 10^6$	$13,612 \cdot 10^6$	0,62
1700	$20,81 \cdot 10^6$	$9,93 \cdot 10^6$	0,48
1600	$19,247 \cdot 10^6$	$5,336 \cdot 10^6$	0,28

$$kV_0 = 200 \frac{\mu}{\text{сек}}$$

1900	$46,385 \cdot 10^6$	$66,608 \cdot 10^6$	1,44
1800	$44,20 \cdot 10^6$	$54,45 \cdot 10^6$	1,23
1700	$41,61 \cdot 10^6$	$39,72 \cdot 10^6$	0,96
1600	$38,494 \cdot 10^6$	$21,344 \cdot 20^6$	0,55

$$\left. \begin{aligned} \frac{\partial \bar{V}_x}{\partial \xi} - (\bar{V}_x - \bar{\xi}) + \frac{\partial \bar{V}_x}{\partial \eta} (\bar{V}_y - \bar{\eta}) + \frac{1}{\rho} \frac{\partial P}{\partial \xi} &= 0 \\ \frac{\partial \bar{V}_y}{\partial \xi} (\bar{V}_x - \bar{\xi}) + \frac{\partial \bar{V}_y}{\partial \eta} (\bar{V}_y - \bar{\eta}) + \frac{1}{\rho} \frac{\partial P}{\partial \eta} &= 0 \\ \frac{\partial P}{\partial \xi} (\bar{V}_x - \bar{\xi}) + \frac{\partial P}{\partial \eta} (\bar{V}_y - \bar{\eta}) + \rho c^2 \left(\frac{\partial \bar{V}_x}{\partial \xi} + \frac{\partial \bar{V}_y}{\partial \eta} + \frac{\bar{V}_x}{\xi} \right) &= 0. \end{aligned} \right\} \quad (2.1)$$

Параметры жидкости за ударной волной будут

$$\left. \begin{aligned} \bar{V}_x &= 0 \\ \bar{V}_y &= -kV_0 \\ D &= D_0. \end{aligned} \right\} \quad (2.2)$$

Будем искать \bar{V}_x и \bar{V}_y в виде

$$\left. \begin{aligned} \bar{V}_x &= kV_x \\ \bar{V}_y &= kV_y - kV_0 \end{aligned} \right\} \quad (2.3)$$

и введем новые переменные

$$\xi = \bar{\xi}, \quad \eta = \bar{\eta} + kV_0.$$

Тогда уравнения (2.1) перепишутся в виде

$$\left. \begin{aligned} \frac{\partial (kV_x)}{\partial \xi} (kV_x - \xi) + \frac{\partial (kV_x)}{\partial \eta} (kV_y - \eta) + \frac{1}{\rho} \frac{\partial P}{\partial \xi} &= 0 \\ \frac{\partial (kV_y)}{\partial \xi} (kV_x - \xi) + \frac{\partial (kV_y)}{\partial \eta} (kV_y - \eta) + \frac{1}{\rho} \frac{\partial P}{\partial \eta} &= 0 \\ \frac{\partial P}{\partial \xi} (kV_x - \xi) + \frac{\partial P}{\partial \eta} (kV_y - \eta) + \\ + \rho c^2 \left[\frac{\partial (kV_x)}{\partial \xi} + \frac{\partial (kV_y)}{\partial \eta} + \frac{kV_x}{\xi} \right] &= 0. \end{aligned} \right\} \quad (2.4)$$

Таким образом, для скоростей kV_x и kV_y мы получили те же уравнения, что и в задаче проникания тупого конуса.

Скорость звука в жидкости, движущейся с постоянной скоростью kV_0 , также постоянна и равна

$$a_1 = a_0 \left(1 + \frac{n-1}{2} \frac{kV_0}{a_0} \right), \quad (2.5)$$

где a_0 — скорость звука в неподвижной жидкости.

Плотность жидкости, движущейся со скоростью kV_0 , будет равна

$$\rho_1 = \rho_0 \left(1 + \frac{kV_0}{a_0} \right). \quad (2.6)$$

В возмущенной жидкости скорость звука будет равна

$$c = a_1 \left(1 + \frac{n-1}{2} \frac{k \sqrt{V_x^2 + V_y^2}}{a_1} \right). \quad (2.7)$$

Обозначим

$$kV_x = V \sin \alpha, \quad kV_y = V \cos \alpha$$

и представим скорость V в виде

$$V = kV_1 + k^2V_2. \quad (2.8)$$

Таким образом, задача об отражении ударной волны от тупого конуса сводится к задаче предыдущего параграфа о проникании тупого конуса в жидкость, поскольку исходные уравнения для возмущенных параметров совпадают. Приводим окончательную формулу для давления

$$p = kV_0 \frac{a_1 \rho_1}{\cos \alpha_1} \sqrt{\frac{U}{U - a_1 \sin \alpha_1}} \sqrt{\frac{\xi - a_1 \sin \alpha_1}{\xi}} + \\ + k^2 V_0^2 \left[\frac{(n+1) \rho_1}{4 \cos^2 \alpha_1} \frac{U}{U - a_1 \sin \alpha_1} \frac{\xi - a_1 \sin \alpha_1}{\xi} + a_1 \rho_1 \varphi(\xi) \right]. \quad (2.9)$$

Здесь $U = \frac{D}{\beta}$ — скорость ударной волны по поверхности конуса, a_1 и ρ_1 даются соответственно формулами (2.5) и (2.6).

$$\varphi(\xi) = \frac{U}{U - a_1 \sin \alpha_1} \left\{ - \frac{(n+1)(\xi - a_1 \sin \alpha_1)}{4a_1 \sin \alpha_1 \cos^2 \alpha_1 b(\xi)} \left(\frac{1}{U - a_1 \sin \alpha_1} - \frac{1}{U} \right) \times \right. \\ \times \left(1 - \sqrt{\frac{U}{U - a_1 \sin \alpha_1}} \sqrt{\frac{\xi - a_1 \sin \alpha_1}{\xi}} \right) + \\ + \frac{(5+n) \cos^2 \alpha_1 - 4}{4a_1 \sin^2 \alpha_1 \cos^2 \alpha_1} \frac{\xi - a_1 \sin \alpha_1}{\xi} + \frac{n+1}{12a_1 \sin^2 \alpha_1} \frac{\xi}{\xi - a_1 \sin \alpha_1} - \\ - \frac{n+1}{2 \sin \alpha_1} \sqrt{\frac{U}{U - a_1 \sin \alpha_1}} \frac{1}{\sqrt{\xi(\xi - a_1 \sin \alpha_1)}} + \frac{(n+1)(3 \cos^2 \alpha_1 - 1)}{2a_1 \sin^2 \alpha_1 \cos^2 \alpha_1} + \\ + \sqrt{\frac{\xi - a_1 \sin \alpha_1}{\xi}} \sqrt{\frac{U}{U - a_1 \sin \alpha_1}} \left[\frac{(n+1) \sin \alpha_1}{2 \cos^2 \alpha_1} \frac{1}{U} - \right. \\ \left. - \frac{(5+n) \cos^2 \alpha_1 - 4}{4a_1 \sin^2 \alpha_1 \cos^2 \alpha_1} \frac{U - a_1 \sin \alpha_1}{U} - \frac{n+1}{12a_1 \sin^2 \alpha_1} \frac{U}{U - a_1 \sin^2 \alpha_1} + \right. \\ \left. + \frac{n+1}{2 \sin \alpha_1} \frac{1}{U - a_1 \sin \alpha_1} - \frac{(n+1)(3 \cos^2 \alpha_1 - 1)}{2a_1 \sin^2 \alpha_1 \cos^2 \alpha_1} \right] \Bigg\}, \\ b(\xi) = - \frac{1}{\sqrt{\left(\frac{U}{a_1}\right)^2 - 1}} + \frac{U - \xi}{\left(\frac{U^2}{a_1^2} - 1\right)^{3/2}} \frac{U}{a_1^2} + \frac{\xi(kV_0 - D)}{U^2}.$$

По формуле (2.9) для значений $D = 1600$, $\xi = \frac{1}{10}$, $kV_0 = 100 \frac{\mu}{\text{сек}}$ проделаны вычисления, результаты которых приведены в таблице 2.

Таблица 2

ξ	$P_1 \frac{\kappa z}{\text{с.м}^2}$	$P_2 \frac{\kappa z}{\text{с.м}^2}$	P_2/P_1
14000	$19,70792 \cdot 10^6$	$2,23021 \cdot 10^6$	0,113
12000	$19,68272 \cdot 10^6$	$2,21446 \cdot 10^6$	0,1125
10000	$19,64733 \cdot 10^6$	$2,19423 \cdot 10^6$	0,1117
8000	$19,59417 \cdot 10^6$	$2,16287 \cdot 10^6$	0,1104
6000	$19,50524 \cdot 10^6$	$2,11032 \cdot 10^6$	0,1082

Институт математики и механики
АН Армянской ССР

Поступила 22.X.1962

Է. Մ. Ներսիսյան

ԿՈՆԻ ՔԱՓԱՆՑՈՒՄԸ ՍԵՂՍԵԼԻ ՀԵՂՈՒԿԻ ՄԵՋ ԵՎ ՀԱՐՎԱԾՈՂ ԱԼԻՔԻ ԱՆԴՐԱԴԱՐՁՈՒՄԸ ՆՐԱ ԳԱԳԱՔԻՑ

Աշխատության առաջին մասում գիտարկվում է բավականաչափ բուժ կոնի թափանցումը սեղմելի հեղուկի մեջ, երբ հեղուկը գրավում է ամբողջ ներքին կիսատարածությունը: Որպես կորզինատների O սկզբնակետ վերցված է կոնի գագաթի և հեղուկի ազատ մակերևույթի հասման կետը: Կոնի ներթափանցման արագությունը հեղուկի մեջ ենթադրվում է հաստատուն, ծայրի արագությունից փոքր և ուղղված ուղղահայաց հեղուկի հորիզոնական ազատ մակերևույթին: Կոնն բնդունվում է այնքան բուժ, որ նրա փոքր արագությամբ թափանցմանը զուգընթաց, կոնի և հեղուկի հասման շրջանագծի շառավիղը մեծանում է գերծայնային արագությամբ: Այսպիսով, առաջանում է հարվածող ալիք, որն անջատում է հեղուկի զրգռված տիրույթը հանգիստ տիրույթից: Ենթադրվում է նաև, որ հարվածող ալիքը չի անջատվում կոնի և հեղուկի ազատ մակերևույթի հասման գծից: Հարվածող ալիքի ճակատը իրենից ներկայացնում է առանցքասիմետրիկ մակերևույթ: Խնդիրը լուծված է ոչ-գծային ֆակտորների հաշիվառմամբ: Ստացված են բանաձևեր արագության և ճնշման համար: Ճնշման համար կատարված են հաշվումներ, որոնք բերված են աղյուսակ 1-ում:

Աշխատության երկրորդ մասում գիտարկվում է հարվածող ալիքի անդրադարձման խնդիրը բուժ կոնից: Այդ խնդիրը բերվում է նախորդ խնդրին, բանի որ ելակետային սպարամետրները համընկնում են: Ստացված է բանաձև ճնշման համար, կատարված են հաշվումներ, որոնց արդյունքները բերված են աղյուսակ 2-ում:

Л И Т Е Р А Т У Р А

1. *Станюкович К. П.* Неустойчивые движения сплошной среды. Гостехиздат, М., 1954.
2. *Курант Г. и Фридрихс К.* Сверхзвуковое течение и ударные волны. ИЛ, М., 1950.
3. *Багдоев А. Г., Нерсисян Э. М.* Осесимметричная изэнтропическая задача проникания давления в идеальную сжимаемую жидкость. Известия АН СССР, ОТН, Механика и машиностроение, № 2, 1962.
4. *Сагомонян А. Я.* Отражение ударной волны от вершины конуса и задача о проникании его в сжимаемую жидкость. Вестник МГУ, серия физ.-мат. и ест. наук, № 3, 1956.