ՀԱՅԿԱԿԱՆ ՍՍՌ ԳԻՏՈՒԹՅՈՒՆՆԵՐԻ ԱԿԱԴԵՄԻԱՅԻ ՏԵՂԵԿԱԳԻՐ
ИЗВЕСТИЯ АКАДЕМИИ НАУК АРМЯНСКОЙ ССР
Ֆիզիկա-մաթեմատ. գիտություններ XVI, № 3, 1963 Физико-математические науки

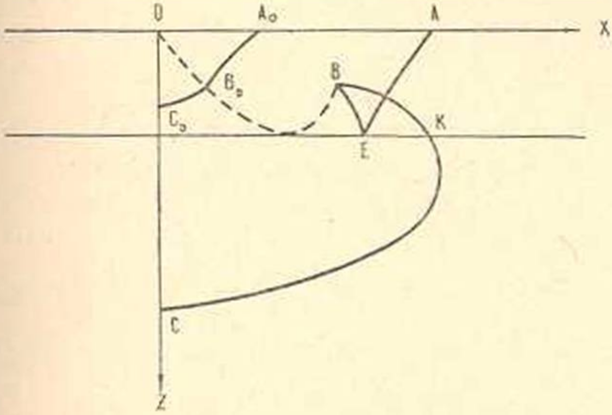
АЭРОГИДРОМЕХАНИКА

А. Г. Багдоев

Проникание давления в неоднородную сжимаемую жидкость

Рассмотрим задачу проникания давления в неоднородную сжимаемую жидкость. Скорость давления по поверхности $R'(t) = V$ предположим постоянной. Пусть скорость звука a с глубиной—возрастающая функция, причем на поверхности $a < V$. Направим ось Ox по поверхности жидкости, Oz — в глубь жидкости.

Рассмотрим картину фронтов, фиг. 1. Пусть при некотором z_1 имеем $a(z_1) = V$. Для моментов времени, при которых фронт не успевает дойти до линии $z = z_1$, имеем обычную форму фронта A_0B_0 [1].



Фиг. 1.

Точка соприкосновения элементарной волны B_0C_0 с огибающей фронтов A_0B_0 определяется из

$$\frac{\sin\vartheta_1}{a(0)} = \frac{1}{V},$$

где ϑ — угол с Oz выхода луча к поверхности жидкости [1].

Уравнение B_0C_0 имеет вид

$$x = \frac{\sin \vartheta}{a(0)} \int_0^z \frac{dz}{\sqrt{\frac{1}{a^2(z)} - \frac{\sin^2 \vartheta}{a^2(0)}}},$$

$$t = \int_0^z \frac{dz}{a^2(z)\sqrt{\frac{1}{a^2(z)} - \frac{\sin^2 \vartheta}{a^2(0)}}}. \tag{1}$$

Угол поворота фронта B_0C_0 определяется условием [2]

$$\frac{\sin \vartheta_2}{a(0)} = \frac{1}{a(z)}.$$

Уравнение линии A_0B_0 имеет вид

$$x - R(t_0) = \frac{1}{V} \int_0^z \frac{dz}{\sqrt{\frac{1}{a^2(z)} - \frac{1}{V^2}}},$$

$$t - t_0 = \int_0^z \frac{dz}{a^2(z)\sqrt{\frac{1}{a^2(z)} - \frac{1}{V^2}}}. \tag{2}$$

При $z < z_1$ имеем $a(z) < V$ и $\vartheta_1 < \vartheta_2$, то-есть точка поворота лежит ниже точки касания.

При $a(z) = V$ точка касания совпадает с линией $z = z_1$, фиг. 1. Тогда $\vartheta_1 = \vartheta_2$ и точка поворота фронта B_0C_0 лежит на $a(z) = V$.

При $a(z) > V$ и $z > z_1$ линия фронта загибается.

В точке $z = z_1$ линия AB имеет угловую точку, соответствующую, согласно (2), повороту фронта. Линия BC имеет точку поворота, соответствующую условию $\frac{\sin \vartheta_2}{a(0)} = \frac{1}{a(z)}$, причем, поскольку $a(z) > V$ и $\vartheta_2 < \vartheta_1$, эта точка поворота линии BC лежит выше точки касания.

Точка касания, лежащая на луче $\frac{\sin \vartheta_1}{a(0)} = \frac{1}{V}$, находится уже на нисходящей ветви луча.

Скорость точки E: $\frac{dx}{dt} = V$. Скорость точки K: $\frac{dx}{dt} = \frac{a(z_1)}{\cos \alpha}$, где α — угол наклона нормали к фронту с Ox,

$$\operatorname{ctg} \alpha = -\frac{\sin \vartheta}{a(0)} \frac{1}{\sqrt{\frac{1}{a^2(z_1)} - \frac{\sin^2 \vartheta}{a^2(0)}}}.$$

Отсюда $\frac{dx}{dt} = \frac{a(0)}{\sin \vartheta} > V$, поскольку $\sin \vartheta < \frac{a(0)}{V}$.

Решение на основной части фронта до поворота дано в [1].

На участке BE, проходящем через точку на каустической кривой $z=z_1$, имеем согласно работе [2] распределение давления

$$\frac{P}{P_1}=\sqrt[4]{\frac{\frac{1}{a^2(0)}-\frac{1}{V^2}}{\frac{1}{a^2(z)}-\frac{1}{V^2}}}\ln(t-t_0^{'}), \tag{3}$$

где $t=t_0^{'}$ — уравнение фронта BE.

Институт математики и механики
АН Армянской ССР

Поступила 18 VII 1962

Ա. Գ. Բագդոև

ՃՆՇՄԱՆ ԹԱՓԱՆՑՈՒՄԸ ՈՉ ՀԱՄԱՍԵՌ ՍԵՂՄԵԼԻ ՀԵՂՈՒԿՈՒՄ

Ա Մ Փ Ո Փ Ո Ւ Մ

Դիտարկվում է ոչ համասեռ սեղմելի հեղուկում հարվածի ալիքի տարածման խնդիրը։

Ենթադրվում է, որ ճնշման տարածման արագությունը հեղուկի մակերևույթի վրա գերձայնային է, իսկ հեղուկի մեջ հետո դառնում է մինչձայնային։

Որոշվում է գրգռված շարժման պատկերը (գծ. 1), որը որակապես տարբերվում է ճնշման գերձայնային արագությամբ հեղուկի մեջ թափանցման խնդրից։

ЛИТЕРАТУРА

1. *Багдоев А. Г.* Распространение давления в неоднородной жидкости. Известия АН АрмССР, серия физ.-мат. наук, **13**, № 1, 1960.
2. *Бабич.* О вычислении интенсивностей фронтов. Ученые записки ЛГУ, № 32, 1958.