

ТЕОРЕТИЧЕСКАЯ ФИЗИКА

А. Д. Газизян, Э. В. Сехосян, М. Л. Тер-Микаелян

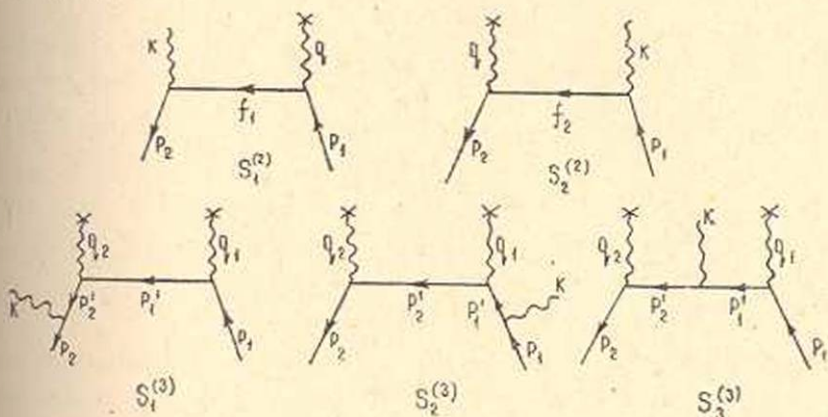
Тормозное излучение мягких квантов во
 втором борновском приближении

Этот вопрос рассматривался для излучения произвольных квантов в работе [1].

Полученные автором общие выражения для дифференциальных поперечников слишком громоздки. В области мягких квантов, как показано ниже, могут быть получены простые замкнутые выражения как для дифференциальных, так и для полных поперечников. Помимо вопросов, рассмотренных в работе [1], в данной статье исследуется также влияние диэлектрических свойств среды на излучение и рассматривается поляризация излучения.

§ 1. Излучение в вакууме

Графики, соответствующие процессу тормозного излучения электрона в поле ядра с учетом второго борновского приближения, изображены на фиг. 1. Через p_1 и p_2 мы обозначаем 4-х импульсы электрона до и после рассеяния, k — импульс фотона, q — импульс, переданный ядру. Остальные обозначения ясны из фиг. 1. Мы ограничиваемся приближением в матричных элементах до членов порядка $e^5 z^2$ и отбрасываем члены порядка $e^5 z$.



Фиг. 1.

Рассмотрим область малых частот

$$\omega \ll z_1, \quad \omega \ll z_2,$$

(1.1)

где ε_1 и ε_2 — соответственно энергии начального и рассеянного электронов. В этом случае матричные элементы, соответствующие приведенным графикам обращаются в (в § 1 мы полагаем $\hbar = c = 1$ и пользуемся единицами Хэнисайда заряда электрона):

$$S_1^{(2)} = -e(u_2 \hat{A}^{(e)}(p_2 - p_1) u_1) \frac{e}{p_2 k} \frac{e_0}{1 - 2\omega} p_{2k},$$

$$S_2^{(2)} = e(u_2 \hat{A}^{(e)}(p_2 - p_1) u_1) \frac{e}{p_1 k} \frac{e_0}{1 - 2\omega} p_{1k},$$

$$S_1^{(3)} = \frac{ee_0}{1 - 2\omega} \frac{p_{2k}}{p_2 k} \frac{ie^2}{(2\pi)^4} u_2 \left\{ \int \hat{A}^{(e)}(p_2 - p) \frac{i\hat{p} - m}{p^2 - m^2} \hat{A}^{(e)}(p_1 - p) d^4 p \right\} u_1 (1.2)$$

$$S_2^{(3)} = -\frac{ie^2}{(2\pi)^4} u_2 \left\{ \int \hat{A}^{(e)}(p_2 - p) \frac{i\hat{p} - m}{p^2 - m^2} \hat{A}^{(e)}(p_1 - p) d^4 p \right\} u_1 \times \\ \times \frac{ee_0}{1 - 2\omega} \frac{p_{1k}}{p_1 k}$$

Кулоновское поле ядра берется в виде $\varphi = \frac{ze}{4\pi r} e^{-\eta r}$, где величина η характеризует экранировку. Соответственно этому

$$\hat{A}^{(e)}(q) = -i\gamma_4 \frac{ze}{q^2 + \eta^2} 2\pi^4(q_0).$$

Мы пренебрегли матричным элементом $S_3^{(3)}$ ввиду его малости по сравнению с остальными при условии (1.1). Действительно, в знаменателях $S_1^{(2)}$, $S_2^{(2)}$, $S_1^{(3)}$, $S_2^{(3)}$ содержится скалярные произведения $p_1 k$ или $p_2 k$, вследствие чего при малых ω приведенные матричные элементы становятся значительно больше матричного элемента $S_3^{(3)}$.

Дифференциальный поперечник, после суммирования по поляризациям фотона, выглядит так:

$$d\sigma = \frac{e^2 d\omega d\Omega}{2\omega (2\pi)^2} \left[\left(\frac{\vec{v}_2}{1 - \vec{n} \cdot \vec{v}_2} - \frac{\vec{v}_1}{1 - \vec{n} \cdot \vec{v}_1} \right)^2 - \left(\frac{\vec{n} \cdot \vec{v}_2}{1 - \vec{n} \cdot \vec{v}_2} - \frac{\vec{n} \cdot \vec{v}_1}{1 - \vec{n} \cdot \vec{v}_1} \right)^2 \right] d\sigma_{\text{расс}} \quad (1.3)$$

Здесь $\vec{v}_1$, $\vec{v}_2$ — скорости движения начального и рассеянного электронов, $\vec{n}$ — единичный вектор по направлению излучения кванта, $d\sigma_{\text{расс}}$ — дифференциальный поперечник рассеяния электрона в поле ядра во втором борновском приближении [2] [3]. Коэффициент при $d\sigma_{\text{расс}}$ дает число излученных квантов при заданном рассеянии.

§ 2. Излучение в среде

Для того, чтобы учесть влияние диэлектрических свойств среды на излучение мягких квантов, вычислим излучение при заданном рассеянии электрона на ядре с учетом среды. Вычисление легко провести методами классической электродинамики, что приводит к следующему выражению для числа квантов (предполагается, что поглощение квантов в среде пренебрежимо мало).

* Здесь и в дальнейшем под $\hbar$ понимается пересчитанное $\hbar$.

$$\begin{aligned}
 dn = & \frac{V \varepsilon \mu^2 e^2}{4hc^2 \pi^2} \omega d\omega \left\{ \frac{\sin^2 \frac{(\omega - \vec{k} \vec{v}_1) T}{2}}{[\vec{n} \vec{v}_1]^2} + \right. \\
 & + \frac{\sin^2 \frac{(\omega - \vec{k} \vec{v}_2) T}{2}}{[\vec{n} \vec{v}_2]^2} + \\
 & + 2 [\vec{n} \vec{v}_1] [\vec{n} \vec{v}_2] \frac{\sin \frac{(\omega - \vec{k} \vec{v}_1) T}{2}}{\frac{\omega - \vec{k} \vec{v}_1}{2}} \frac{\sin \frac{(\omega - \vec{k} \vec{v}_2) T}{2}}{\frac{\omega - \vec{k} \vec{v}_2}{2}} \times \\
 & \left. \times \cos \frac{[(\omega - \vec{k} \vec{v}_1) + (\omega - \vec{k} \vec{v}_2)] T}{2} \right\} d\Omega. \quad (2.1)
 \end{aligned}$$

Здесь $\vec{k} = \frac{\omega}{c} \sqrt{\varepsilon \mu} \vec{n}$, а $2T$ — время пролета частицы в среде.

Разберем частные случаи.

а) Пусть $1 - \frac{v}{c} \sqrt{\varepsilon \mu} > 0$, т. е. отсутствует излучение Черенкова.

Тогда, при $T \rightarrow \infty$

$$(\omega - \vec{k} \vec{v}_{1,2}) T = \omega \left(1 - \frac{v_1}{c} \sqrt{\varepsilon \mu} \cos \theta_{1,2} \right) T \rightarrow \infty.$$

В этом случае формула (2.1), после замены быстроосциллирующих выражений их средними значениями, принимает вид

$$\begin{aligned}
 dn = & \frac{e^2}{hc} \frac{\mu \sqrt{\varepsilon \mu}}{4\pi^2} \frac{\omega}{c^2} d\omega d\Omega \left(\frac{[\vec{n} \vec{v}_1]}{\omega - \vec{k} \vec{v}_1} - \frac{[\vec{n} \vec{v}_2]}{\omega - \vec{k} \vec{v}_2} \right)^2 + \\
 & + \frac{e^2}{hc} \frac{\mu \sqrt{\varepsilon \mu}}{4\pi^2} \frac{\omega}{c^2} d\omega d\Omega \left(\frac{[\vec{n} \vec{v}_1]^2}{(\omega - \vec{k} \vec{v}_1)^2} + \frac{[\vec{n} \vec{v}_2]^2}{(\omega - \vec{k} \vec{v}_2)^2} \right).
 \end{aligned}$$

Первая часть формулы есть выражение для тормозного излучения, вторая же часть представляет собой излучение при „остановках“, не исчезающее при $\vec{v}_1 = \vec{v}_2$, поскольку введение времени $T \rightarrow \infty$ предполагает начало и конец движения.

Обозначая соответствующие числа квантов через $dn_{\text{торм}}$ и $dn_{\text{ост.}}$, можем написать

$$\begin{aligned}
 dn_{\text{торм.}} &= \frac{e^2}{hc} \frac{\mu}{4\pi^2 c^2} \frac{1}{\omega} \frac{d\omega}{\omega} d\Omega \times \\
 &\times \left[\left(\frac{\vec{v}_2}{1 - \frac{n \cdot \vec{v}_2}{c} \sqrt{\varepsilon_\mu}} - \frac{\vec{v}_1}{1 - \frac{n \cdot \vec{v}_1}{c} \sqrt{\varepsilon_\mu}} \right)^2 - \left(\frac{n \vec{v}_2}{1 - \frac{n \cdot \vec{v}_2}{c} \sqrt{\varepsilon_\mu}} - \frac{n \vec{v}_1}{1 - \frac{n \cdot \vec{v}_1}{c} \sqrt{\varepsilon_\mu}} \right)^2 \right] \quad (2.2) \\
 dn_{\text{ост.}} &= \frac{e^2}{hc} \frac{\mu}{4\pi^2 c^2} \frac{1}{\omega} \frac{d\omega}{\omega} d\Omega \left[\frac{|\vec{n} \cdot \vec{v}_1|^2}{\left(1 - \frac{n \cdot \vec{v}_1}{c} \sqrt{\varepsilon_\mu}\right)^2} + \frac{|\vec{n} \cdot \vec{v}_2|^2}{\left(1 - \frac{n \cdot \vec{v}_2}{c} \sqrt{\varepsilon_\mu}\right)^2} \right] \quad (2.3)
 \end{aligned}$$

б) Пусть

$$1 - \frac{\vec{v}}{c} \sqrt{\varepsilon_\mu} < 0.$$

Тогда для некоторого интервала частот могут выполняться следующие условия:

$$\omega \left(1 - \frac{v_{1,2}}{c} \sqrt{\varepsilon_\mu} \cos \theta_{1,2} \right) T \ll 1.$$

В этом случае появляются члены, пропорциональные T , и формула (2.1) сводится к выражению для излучения Черенкова-Вавилова, описывающего независимо на двух участках траектории. [После интегрирования по углам излучения кванта, мы приходим к известной формуле Франка-Тамма [4]

$$dn = \frac{e^2}{hc} \frac{2vT}{c} \mu(\omega) \left(1 - \frac{c^2}{v^2 \varepsilon_\mu} \right) d\omega. \quad (2.4)$$

Выпишем выражение для дифференциального сечения тормозного излучения (случай а) при заданном рассеянии

$$\begin{aligned}
 d\tau_{\text{торм.}} &= dz_{\text{расс.}} dn_{\text{торм.}} = dz_{\text{расс.}} \frac{e^2}{hc} \frac{\mu}{4\pi^2 c^2} \frac{1}{\omega} \frac{d\omega}{\omega} d\Omega_i d\Omega_e \left[\left(\frac{\vec{v}_2}{1 - \frac{n \cdot \vec{v}_2}{c} \sqrt{\varepsilon_\mu}} - \frac{\vec{v}_1}{1 - \frac{n \cdot \vec{v}_1}{c} \sqrt{\varepsilon_\mu}} \right)^2 - \right. \\
 &\left. - \left(\frac{n \vec{v}_2}{1 - \frac{n \cdot \vec{v}_2}{c} \sqrt{\varepsilon_\mu}} - \frac{n \vec{v}_1}{1 - \frac{n \cdot \vec{v}_1}{c} \sqrt{\varepsilon_\mu}} \right)^2 \right] \frac{d\omega}{\omega} \quad (2.5)
 \end{aligned}$$

Рассмотрим границы применимости этой формулы.

В наших выражениях (в $dz_{\text{расс.}}$) в знаменателе стоит $4p^2 \sin^2 \frac{\theta}{2} + \left(\frac{\hbar}{R} \right)^2$, тогда как в формуле Бете-Гайтлера знаменатель содержит выражение типа $q_1^2 + q_2^2 + \left(\frac{\hbar}{R} \right)^2$, где $\vec{q} = \vec{p}_1 - \vec{p}_2 - \vec{k}$, а q_1 и q_2 — пер-

перпендикулярная и параллельная компоненты вектора $\vec{q}$ по отношению к вектору $\vec{p}_1$. Если выполняется неравенство $q_{\perp} \approx \frac{h}{R} \ll mc$, что соответствует условию полной экранировки, то приведенные выражения совпадают.

Выписанное условие принимает в предельных случаях следующий вид:

$$\hbar\omega \ll \frac{p_{1,z}c}{mc^2} \frac{\hbar c}{R}, \quad \text{когда } p_{1,z}c \ll mc^2,$$

$$\hbar\omega \ll \frac{2p_{1,z}}{(mc^2)^2} \frac{\hbar c}{R}, \quad \text{когда } p_{1,z}c \gg mc^2,$$

Здесь $R = R_0 z^{-1/3}$ (по модели Томаса-Ферми) и $R_0 = \frac{\hbar^2}{mc^2} = 5,29 \cdot 10^{-9} \text{ см}$ — эффективный радиус атома водорода.

§ 3. Поляризация тормозного излучения

Для исследования поляризации излучения выпишем в явном виде Фурье-компоненту вектора $\vec{H}$ поля

$$\vec{H}(\vec{R}, \omega) = \frac{e \sqrt{z_1}}{2\pi c^2 R} e^{\frac{i\omega R}{c} - i\pi} \left[\frac{[\vec{n}\vec{v}_1]}{1 - \frac{\vec{n}\vec{v}_1}{c} \sqrt{z_1}} - \frac{[\vec{n}\vec{v}_2]}{1 - \frac{\vec{n}\vec{v}_2}{c} \sqrt{z_1}} \right], \quad (3.1)$$

Поляризацию мы будем определять относительно плоскости излучения $(\vec{n}, \vec{v}_1)$.

Разложим вектор $\vec{H}(\vec{R}, \omega)$ на две компоненты: в плоскости $(\vec{n}, \vec{v}_1)$ и перпендикулярно этой плоскости. Учитывая, что $\vec{H} \perp \vec{n}$, мы получим выражения для компонент вектора $\vec{H}(\vec{R}, \omega)$ в виде

$$H_{\parallel}(\vec{R}, \omega) = -\frac{e}{2\pi c^2 R} \sqrt{z_1} e^{\frac{i\omega R}{c} - i\pi} \frac{|\vec{n}\vec{v}_2|}{1 - \frac{\vec{n}\vec{v}_2}{c} \sqrt{z_1}} \sin \varphi, \quad (3.2)$$

$$H_{\perp}(\vec{R}, \omega) = \frac{e}{2\pi c^2 R} \sqrt{z_1} e^{\frac{i\omega R}{c} - i\pi} \left(\frac{|\vec{n}\vec{v}_1|}{1 - \frac{\vec{n}\vec{v}_1}{c} \sqrt{z_1}} - \frac{|\vec{n}\vec{v}_2| \cos \varphi}{1 - \frac{\vec{n}\vec{v}_2}{c} \sqrt{z_1}} \right), \quad (3.3)$$

где φ — угол между плоскостями $(\vec{n}, \vec{v}_1)$ и $(\vec{n}, \vec{v}_2)$. Исходя из этих выражений, для эффективных поперечных сечений получим соответственно следующие выражения:

$$dz_{11} = \frac{e^2}{hc} \frac{\beta}{4\pi^2 \hbar \omega c^2} \left| \frac{[\vec{n}\vec{v}_1]}{1 - \frac{|\vec{n}\vec{v}_1|}{c}} \frac{[\vec{n}\vec{v}_2]}{1 - \frac{|\vec{n}\vec{v}_2|}{c}} \sin \varphi \right|^2 dz_{\text{расc}}, d\Omega,$$

$$dz = \frac{e^2}{hc} \frac{\beta \sqrt{\varepsilon \mu} d\omega}{4\pi^2 \hbar \omega c^2} \left| \frac{[\vec{n}\vec{v}_1]}{1 - \frac{|\vec{n}\vec{v}_1|}{c}} \frac{[\vec{n}\vec{v}_2]}{1 - \frac{|\vec{n}\vec{v}_2|}{c}} \cos \varphi \right|^2 dz_{\text{расc}}, d\Omega. \quad (3.4)$$

Поляризация излучения определяется так

$$\rho = \frac{dz_{11} - dz}{dz_{11} + dz}.$$

§ 4. Интегральные сечения

Прежде всего, не останавливаясь на довольно громоздких вычислениях, приведем выражение, полученное после интегрирования поперечника тормозного излучения (2.5) по углам излученных фотонов; для случая $|\vec{v}_1| = |\vec{v}_2|$. Оно имеет вид

$$dz = dz_{\text{расc}}, \frac{e^2}{hc\pi} \left| \sqrt{\frac{\beta}{\varepsilon}} \frac{d\omega}{\omega} [2\Phi \operatorname{cth} 2\Phi - 1] \right|. \quad (4.1)$$

Φ определяется из соотношения

$$\operatorname{sh} \Phi = \frac{\frac{v}{c} \sqrt{\varepsilon \mu} \sin \frac{\theta}{2}}{\left| 1 - \frac{v^2}{c^2} \varepsilon \mu \right|}. \quad (4.2)$$

где θ — угол рассеяния электрона.

Для интегрирования сечения излучения по углам вылета вторичных электронов с фиксированным угловым распределением квантов представим поперечник (2.5) в виде

$$dz = dz_{\text{расc}}, \frac{e^2}{hc} \frac{\beta}{4\pi^2} \frac{\sqrt{\varepsilon \mu}}{c^2} \frac{v^2 d\omega}{\omega} \times$$

$$\times \left\{ \frac{\sin^2 \theta_1}{\left(1 - \frac{v}{c} \sqrt{\varepsilon \mu} \cos \theta_1\right)^2} + \frac{\sin^2 \theta_2}{\left(1 - \frac{v}{c} \sqrt{\varepsilon \mu} \cos \theta_2\right)^2} - \right.$$

$$\left. - 2 \frac{\sin \theta_1 \sin \theta_2 \cos \varphi}{\left(1 - \frac{v}{c} \sqrt{\varepsilon \mu} \cos \theta_1\right) \left(1 - \frac{v}{c} \sqrt{\varepsilon \mu} \cos \theta_2\right)} \right\} d\Omega_1 d\Omega_2. \quad (4.3)$$

Здесь за $dz_{\text{расc}}$ мы примем поперечник рассеяния в первом борновском приближении для экранированного кулоновского поля

$$dz_{\text{повс.}} = \left(\frac{ze^2}{2pv} \right)^2 \frac{1 - \beta^2 \sin^2 \frac{\theta}{2}}{\left(x^2 + \sin^2 \frac{\theta}{2} \right)^{\frac{3}{2}}} d\Omega_e, \quad (4.4)$$

где

$$x = \frac{\gamma \hbar}{2p}, \quad \beta = \frac{v}{c}.$$

Нетрудно видеть, что интегрирование сводится к следующим трем интегралам

$$J_1 = \int \frac{1 - \beta^2 \sin^2 \frac{\theta}{2}}{\left(x^2 + \sin^2 \frac{\theta}{2} \right)^{\frac{3}{2}}} d\Omega_e,$$

$$J_2 = \int \frac{\sin^2 \theta_2}{(1 - \gamma \cos \theta_2)^2} \frac{1 - \beta^2 \sin^2 \frac{\theta}{2}}{\left(x^2 + \sin^2 \frac{\theta}{2} \right)^{\frac{3}{2}}} d\Omega_e,$$

$$J_3 = \int \frac{\sin \theta_2 \cos \varphi}{1 - \gamma \cos \theta_2} \frac{1 - \beta^2 \sin^2 \frac{\theta}{2}}{\left(x^2 + \sin^2 \frac{\theta}{2} \right)^{\frac{3}{2}}} d\Omega_e,$$

где

$$\gamma = \beta \sqrt{1 - \beta^2}.$$

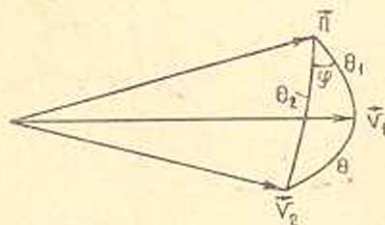
Дифференциальный поперечник, выраженный через эти интегралы, имеет вид

$$dz = \left(\frac{ze^2}{2pv} \right)^2 \frac{e^2}{\hbar c} \frac{1 - \beta^2}{4\pi^2} \frac{v^2}{c^2} \frac{d\omega}{\omega} d\Omega_e \times \\ \times \left(\frac{\sin^2 \theta_1}{(1 - \gamma \cos \theta_1)^2} J_1 + J_2 - \frac{2 \sin \theta_1}{1 - \gamma \cos \theta_1} J_3 \right). \quad (4.5)$$

Интеграл J_1 легко берется, если выбрать ось интегрирования по направлению движения начального электрона и приводится к выражению

$$\frac{1}{4\pi} J_1 = \frac{1 + x^2 \beta^2}{x^2 (x^2 + 1)} - \beta^2 \ln \left(1 + \frac{1}{x^2} \right).$$

Для интегрирования следующих двух интегралов ось интегрирования удобно выбрать по направлению движения излученного кванта. В таком случае из сферического треугольника из фиг. 2 мы имеем



Фиг. 2.

$$\cos \theta = \cos \theta_1 \cos \theta_2 + \sin \theta_1 \sin \theta_2 \cos \varphi,$$

$$d\Omega_r = \sin \theta_2 d\theta_2 d\varphi.$$

Вводя в интегралы J_1 и J_2 углы θ_2 и φ вместо θ и фиксируя угол θ_1 , мы проведем интегрирование по φ и по θ_2 .

Интегрирование по φ можно произвести, воспользовавшись заменой $e^{i\varphi} = z$. Последующее интегрирование по θ_2 чрезвычайно громоздко. Оно приводит к следующим результатам:

$$\begin{aligned} \frac{1}{4\pi} J_2 = & \frac{1}{2} (1 + x^2 \gamma^2) \left[\frac{1}{\gamma P^2} \left(1 - \frac{1}{\gamma^2} \right) \left(x^2 + \frac{1}{2} \left(1 - \frac{1}{\gamma} \cos \theta_1 \right) \right) \times \right. \\ & \times \left[\frac{1}{\Delta} \left(\frac{1}{1 - \gamma} \frac{\Delta \cdot P - \frac{2}{\gamma} \sqrt{P - \Delta} (3\Delta - P) (1 - \gamma) + \frac{1}{2\gamma^2} (3\Delta - 2P) (1 - \gamma)^2}{x^2 + \sin^2 \frac{\theta_1}{2}} \right. \right. \\ & \left. \left. - \frac{1}{1 + \gamma} \frac{\Delta \cdot P - \frac{2}{\gamma} \sqrt{P - \Delta} (3\Delta - P) (1 + \gamma) + \frac{1}{2\gamma^2} (3\Delta - 2P) (1 + \gamma)^2}{x^2 + \cos^2 \frac{\theta_1}{2}} \right) \right] + \\ & + \frac{2}{\gamma^2 \Delta \cdot P} \left[\frac{2}{\gamma} \left(x^2 + \frac{1}{2} \left(1 - \frac{1}{\gamma} \cos \theta_1 \right) \right) + \frac{1}{2} \left(1 - \frac{1}{\gamma} \right) \cos \theta_1 \right] \times \\ & \times \left(\frac{\frac{P}{2} - \Delta + \frac{1}{4} \sqrt{P - \Delta} \left(1 - \frac{1}{\gamma} \right)}{x^2 + \sin^2 \frac{\theta_1}{2}} - \frac{\frac{P}{2} - \Delta - \frac{1}{4} \sqrt{P - \Delta} \left(1 + \frac{1}{\gamma} \right)}{x^2 + \cos^2 \frac{\theta_1}{2}} \right) \\ & - \frac{1}{\gamma^2 \Delta} \left(x^2 + \frac{1}{2} - \frac{1}{\gamma} \cos \theta_1 \right) \left(\frac{1 - 2 \left(x^2 + \frac{1}{2} \right) \cos \theta_1}{x^2 + \sin^2 \frac{\theta_1}{2}} + \right. \\ & \left. - \frac{1 + 2 \left(x^2 + \frac{1}{2} \right) \cos \theta_1}{x^2 + \cos^2 \frac{\theta_1}{2}} \right) - \\ & - \frac{\cos \theta_1}{\gamma^2 \Delta} \left(\frac{2x^2 (x^2 + 1) + \frac{1}{2} \cos^2 \theta_1 - \left(x^2 + \frac{1}{2} \right) \cos \theta_1}{x^2 + \sin^2 \frac{\theta_1}{2}} - \right. \\ & \left. - \frac{2x^2 (x^2 + 1) + \frac{1}{2} \cos^2 \theta_1 + \left(x^2 + \frac{1}{2} \right) \cos \theta_1}{x^2 + \cos^2 \frac{\theta_1}{2}} \right) \Bigg] + \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& + \frac{\beta^2}{\gamma} \left[\frac{1}{\gamma} \ln \left(1 + \frac{1}{x^2} \right) - \frac{1}{2\rho} \left(1 - \frac{1}{\gamma^2} \right) \left(\frac{x^2 + \sin^2 \frac{\theta_1}{2}}{1 - \gamma} - \frac{x^2 + \cos^2 \frac{\theta_1}{2}}{1 + \gamma} \right) \right] + \\
& + \frac{1}{\gamma^2 \sqrt{\rho}} \left\{ \frac{1}{\rho} (1 + x^2 \gamma^2) \left[\left(\frac{3}{4} \frac{1}{\rho} \left(1 - \frac{1}{\gamma^2} \right) \sqrt{\rho - \Delta} + \frac{1}{\gamma} \right) \times \right. \right. \\
& \times \left(x^2 + \frac{1}{2} \left(1 - \frac{1}{\gamma} \cos \theta_1 \right) \right) + \frac{1}{4} \left(1 - \frac{1}{\gamma^2} \right) \cos \theta_1 \Big] - \\
& \left. - \beta^2 \left(\frac{1}{4\rho} \left(1 - \frac{1}{\gamma^2} \right) \sqrt{\rho - \Delta} + \frac{1}{\gamma} \right) \right\} \times \\
& \times \ln \frac{\sqrt{\rho} \left(x^2 + \sin^2 \frac{\theta_1}{2} \right) + \rho + \frac{1}{2} \sqrt{\rho - \Delta} \left(1 - \frac{1}{\gamma} \right) (1 + \gamma)}{\sqrt{\rho} \left(x^2 + \cos^2 \frac{\theta_1}{2} \right) + \rho - \frac{1}{2} \sqrt{\rho - \Delta} \left(1 - \frac{1}{\gamma} \right) (1 + \gamma)}; \\
\frac{1}{2\pi} J_3 = & \frac{1}{\gamma} \left(1 - \frac{1}{\gamma^2} \right) \frac{\sin \theta_1}{\Delta \cdot \rho} (1 + x^2 \gamma^2) \left(\frac{\frac{\rho}{2} - \Delta + \frac{1}{4} \sqrt{\rho - \Delta} \left(1 - \frac{1}{\gamma} \right)}{x^2 + \sin^2 \frac{\theta_1}{2}} - \right. \\
& \left. - \frac{\frac{\rho}{2} - \Delta - \frac{1}{4} \sqrt{\rho - \Delta} \left(1 + \frac{1}{\gamma} \right)}{x^2 + \cos^2 \frac{\theta_1}{2}} \right) + \\
& + \frac{1}{2\gamma^2} \frac{\sin \theta_1}{\Delta} (1 + x^2 \gamma^2) \left(\frac{1 - 2 \left(x^2 + \frac{1}{2} \right) \cos \theta_1}{x^2 + \sin^2 \frac{\theta_1}{2}} + \right. \\
& \left. + \frac{1 + 2 \left(x^2 + \frac{1}{2} \right) \cos \theta_1}{x^2 + \cos^2 \frac{\theta_1}{2}} \right) - \\
& - \frac{1}{\gamma} \frac{\sin \theta_1}{\Delta} (1 + x^2 \gamma^2) \left(\frac{2x^2 (x^2 + 1) + \frac{1}{2} \cos^2 \theta_1 - \left(x^2 + \frac{1}{2} \right) \cos \theta_1}{x^2 + \sin^2 \frac{\theta_1}{2}} - \right. \\
& \left. - \frac{2x^2 (x^2 + 1) + \frac{1}{2} \cos^2 \theta_1 + \left(x^2 + \frac{1}{2} \right) \cos \theta_1}{x^2 + \cos^2 \frac{\theta_1}{2}} \right) +
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& + \frac{1}{\gamma + 1} \frac{1}{P} \left[\frac{1}{2P} (1 + x^2 \gamma^2) \left(1 - \frac{1}{\gamma^2} \right) \sin \theta_1 - \right. \\
& \quad \left. - \frac{2\gamma^2}{\sin \theta_1} \left(x^2 + \frac{1}{2} \left(1 - \frac{1}{\gamma} \cos \theta_1 \right) \right) \right] \times \\
& \times \ln \frac{1}{1} \frac{P \left(x^2 + \sin^2 \frac{\theta_1}{2} \right) + P + \frac{1}{2} \sqrt{P - \Delta} \left(1 - \frac{1}{\gamma} \right) \frac{1 + \gamma}{1 - \gamma} +}{P \left(x^2 + \cos^2 \frac{\theta_1}{2} \right) + P - \frac{1}{2} \sqrt{P - \Delta} \left(1 + \frac{1}{\gamma} \right) \frac{1 - \gamma}{1 + \gamma} +} \\
& \quad + \frac{2\gamma^2}{\gamma \sin \theta_1} \left(\ln \frac{1 + \gamma}{1 - \gamma} - \cos \theta_1 \ln \left(1 + \frac{1}{x^2} \right) \right).
\end{aligned}$$

Здесь

$$P = \left(\frac{1}{2\gamma} - \left(x^2 + \frac{1}{2} \right) \cos \theta_1 \right)^2 - \Delta, \quad \Delta = x^2 (x^2 + 1) \sin^2 \theta_1.$$

Подставляя выражения для J_1 , J_2 и J_3 в (4.5), мы получаем иско-
мый поперечник.

Ереванский государственный университет
Физический институт ГКАЭ

Поступила 30 IX 1962

Ա. Դ. Գազազյան, Է. Վ. Սեհոսյան, Մ. Ա. Տեր-Միքայելյան

ՓԱՓՈՒԿ ՔՎԱՆՏՆԵՐԻ ԱՐԳԵԼԱԿՄԱՆ ՃԱՌԱԳԱՅՅՈՒՄԸ ԲՈՐՆԻ ԵՐԿՐՈՐԴ ՄՈՏԱՎՈՐՈՒՅՑԱՄԸ

Ա Մ Փ Ո Փ Ո Ւ Մ

Հորիզոնական մոտամոտարկում է արգելաբան հաստադրվածը Բորնի երկրորդ մոտամոտարկումը: Հաշվումները չափազանց բարդ լինելու պատճառով, դիտարկվում է փափուկ բյուրեղների հաստադրված զեղքը: Հաշվի են առնվում միջառնային դիֆրակցիոն և մագնիսական հաստատունները և առաջվում է բանաձև դիֆերենցիալ էֆեկտի կարգավոր համար: Ուսումնասիրվում է նաև հաստադրված քվանտի քիստոսիտը: Վերջում բերվում են էֆեկտի կարգավորների արաճաճությունները՝ լեռնագրված անանձին-անանձին բազմադրված ֆազոնի և բազմադրված էլեկտրոնի մարմնային անկյունների:

ЛИТЕРАТУРА

1. Urban P. Bremsstrahlung in Born'scher Näherung. „Acta phys. Austriaca“, 13, № 4, 1960.
2. Ахмедзер А. Н., Берестецкий В. Б. Квантовая электродинамика. Физматгиз, М., 1959.
3. Dalitz R. H. On higher born approximations in potential scattering. Proc. Roy. Soc. A 208, 509, 1951.
4. Tamm I. G. Radiation emitted by uniformly moving electrons. Journal of phys. A № 5-6, 439, 1939.