

А. Г. Багдоев

Проникание давления с переходом через скорость звука

Пусть некоторое давление движется ударной волной по поверхности сжимаемой жидкости, занимающей нижнее полупространство.

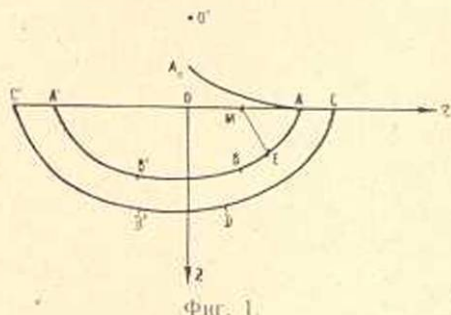
Обозначим через O точку возникновения давления, ось Ox выберем по поверхности жидкости, ось Oz направим внутрь жидкости (фиг. 1). Пусть давление получено от сферической ударной волны, которая образовалась в точке O' (фиг. 1) на расстоянии $z = -h$ над поверхностью жидкости и движется со скоростью D_0 . В момент $t = \frac{h}{D_0}$ ударная волна начинает проникать в жидкость, создавая на поверхности жидкости переменный фронт.

Радиус давления на поверхности

$$R(t) = \sqrt{D_0^2 t^2 - h^2} \quad (1)$$

Скорость фронта по поверхности

$$R'(t) = \frac{D_0^2 t}{\sqrt{D_0^2 t^2 - h^2}} \quad (2)$$



Фиг. 1.

Из выражения (2) легко заключить, что в момент начала проникания давления скорость $R'(t)$ бесконечно большая и, следовательно, сверхзвуковая по отношению к жидкости; $R'(t) > a$, где a — скорость звука в жидкости. В дальнейшем отсчет времени будем вести с момента начала проникания. Скорость $R'(t)$ при больших t стремится к D_0 . Пусть $D_0 < a$. Тогда скорость движения фронта давления по поверхности в некоторый момент времени $t = \tilde{t}$ становится равной a .

Картина возмущенного движения в момент $\tilde{t}$ дается [1] линией $ABB'A'$ (фиг. 1)

$$\begin{aligned} r_0 &= R(t_0) + a(t - t_0) \cos \theta, \\ z &= a(t - t_0) \sin \theta, \end{aligned} \quad (3)$$

где

$$\cos \theta = \frac{a}{R'(t_0)};$$

(3) является также уравнением луча, причем при $t = \tilde{t}$ в точке $z=0$ имеем $t_0 = \tilde{t}$, $\sin \theta = 0$. В этой точке угол фронта с Ox равен $\frac{\pi}{2}$. Для определения дальнейшего хода фронта заметим, что каждая точка фронта движется вдоль луча.

Лучи ME при $z \rightarrow 0$ идут все более полого к оси Ox и в точке A в момент $t = \tilde{t}$ луч совпадает с осью Ox . Далее движение $ABB'A'$ происходит вдоль лучей, причем координата точки A будет из (3):

$$r = R(\tilde{t}) + a(t - \tilde{t}).$$

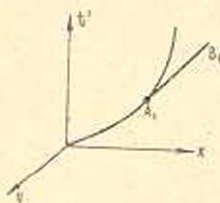
Давление на $CDD'C'$ дается по лучевому методу [1] формулой:

$$P_M = \frac{\left| \frac{R'^3(t_0) \sin^2 \theta}{R''(t_0) a^2} \right| \sqrt{\frac{R(t_0)}{r_0}}}{\left| \sqrt{t - t_0 - \frac{R'^3(t_0) \sin^2 \theta}{R''(t_0) a^2}} \right|} P_1(x_0, t_0), \quad (4)$$

где $P_1(r, t)$ — распределение давления на поверхности $x_0 = R(t_0)$.

Очевидно, что $t_0 \leq \tilde{t}$. В точке C давление $P = 0$. Точка A лежит на каустике A_0A , эволюте кривой $ABB'A'$:

$$\begin{aligned} \xi &= R(t_0) + \frac{R'^3(t_0)}{R''(t_0)} \frac{\sin^2 \theta \cos \theta}{a^2}, \\ \eta &= \frac{R'^3(t_0)}{R''(t_0)} \frac{\sin^2 \theta}{a^2}, \end{aligned} \quad (5)$$



Фиг. 2.

причем при $\sin \theta = 0$ $\eta = 0$ и $\xi = R'(t_0)$.

Рассмотрим теперь область интегрирования для решения [1] в пространстве t', x, y $x = r \cos \psi$, $y = r \sin \psi$, Фиг. 2.

Поверхность $r = R(t')$ в точке A_1 , Фиг. 2, имеет наклон к оси t $R'(t) = a$. Уравнение поверхности A_1B_1

$$r = R(\tilde{t}) + a(t' - \tilde{t}). \quad (6)$$

Если взять точку $r = r_0$, $t' = t$ на поверхности (6) и провести через нее гиперболоид

$$t' = t - \frac{1}{a} \sqrt{r_0^2 + r^2 - 2r_0 r \cos \psi + z^2},$$

который на $A'B'$ ($z = 0$) превращается в асимптотический конус, точкой пересечения этого конуса и $r = R(t')$ будет $t' = \tilde{t}$.

На фронте $CDD'C'$ будет $t' < \tilde{t}$, что следует из вышесказанного. Таким образом, на всем фронте $CDD'C'$ давление отлично от

нуля, за исключением особенностей в точках C и D . Если $\tilde{t} \ll t$, фронт $CDD'C'$ стремится к сфере и давление на нем будет мало.

Таким образом, картина дозвукового проникания имеет место только для давления, возникшего на самой поверхности.

Институт математики и механики

АН Армянской ССР

Поступила 18 VII 1962

Բաղդոբեկ Ա. Գ.

ՃՆՇՄԱՆ ՈՐՈՇՈՒՄԸ ԶԱՅՆԻ ԱՐԱԳՈՒԹՅՈՒՆԸ ԱՆՑՆԵԼԻՍ

Ա. Մ. Փ. Ո. Փ. Ո. Մ.

Որոշում է ճնշումը խզման ճախատում, երբ հեղուկի մակերևույթի վրա ալիքի արագությունը անցնում է ձայնի արագությունը:

Л И Т Е Р А Т У Р А

1. Багдобе А. Г. Пространственные нестационарные движения сплошной среды. Изд. АН АрмССР, Ереван, 1961.