

ՀՈՎՀԱՆՆԵՍ ՍԱՐԿԱՎ ԱԳԻ ԾԱԹԵՄԱՏԻԿԱԿԱՆ ԱՇԽԱՏՈՒԹՅՈՒՆԸ*)

Մեզ թվում է, որ նախնականը, հարազատը, երկարությամբ շարադրված եռանկյունիներն են (№ 1770 և № 2595 ձևադրերի աղյուսակները):

Որ նախնականը, իրոք, երկարությամբ շարադրված աղյուսակներն են, այդ երևում է հեղինակի ներածականում՝ հայտնված այն տեղեկությունից, որ ինքը կանգ է առել միայն 14 անկյունների վրա և թվերի համարական կարգը, երկարությամբ, հասցրել մինչև 26-ի. «Յեռանկիմեաց մինչ ի չորեք-տասան գրեցաւ... բաւական համարեցայ կացուցանել զբանակութիւն դորա մինչև

ցքսաներորդ վեցերորդ համար» № 1770 և № 2595 ձևադրերի աղյուսակների անկյունների վերջին թիվը, իրոք, 14 է, իսկ երկարությամբ շարադրվող թվերի համարակարգը՝ 26: Սակայն, այդպես չէ՝ «Անկյունավոր թվեր» լայնքով շարադրվող ձևադրերում (№ 4150 և այդ խմբի ընդօրինակությունները): Այստեղ «չորեքտասան անկիմեի» վրա ավելացած է «հնգետասան անկիմեի»-ն, ինչպես և՛ «կոճատք»-ի, «քուսք»-ի և «երեքկիսք»-ի աղյուսակների առանձին շարքը:

Ցույց տալու համար՝ թե ի՞նչ սկզբունքով են կազմված Հովհաննեսի անկյունավոր թվերը, բերենք սկզբից մի փոքրիկ հատված.

Եռանկյունի	Ա	Բ	Գ	Դ	Ե	Զ	Է	Ը	Թ	Ժ	ԺԱ	ԺԲ
	Ա	Գ	Զ	Ժ	ԺԵ	ԻԱ	ԻԸ	ԼԶ	ԽԵ	ԾԵ	ԿԶ	ՀԸ
	ԺԳ	ԺԴ	ԺԵ	ԺԶ	ԺԷ	ԺԸ	ԺԹ	Ի	ԻԱ	ԻԲ	ԻԳ	ԻԴ
	ՂԱ	ՃԵ	ՃԻ	ՃԼԶ	ՃԾԳ	ՃՀԱ	ՃՂ	ՄԺ	ՄԼԱ	ՄԾԳ	ՄՀԶ	Յ
Քառանկյունի	Ա	Գ	Ե	Է	Թ	ԺԱ	ԺԳ	ԺԵ	ԺԷ	ԺԹ	ԻԱ	ԻԳ
	Ա	Դ	Թ	ԺԶ	ԻԵ	ԼԶ	ԽԹ	ԿԴ	ՁԱ	Ճ	ՃԻԱ	ՃԽԴ
	ԻԵ	ԻԷ	ԻԹ	ԼԱ	ԼԳ	ԼԵ	ԼԹ	ԽԱ	ԽԳ	ԽԵ	ԽԷ	ԽԹ
	ՃԿԹ	ՃՂԶ	ՄԻԵ	ՄԾԶ	ՄՁԹ	ՅԻԴ	ՅԿԱ	Ն	ՆԽԱ	ՆՁԴ	ՇԻԹ	ՇՀԶ

Եռանկյունին այս սկզբունքով շարունակվում է մինչև 14-րդ անկյունը:

Դժբախտաբար, Հովհաննեսի «Անկյունավոր թվեր»-ի ոչ մի ընդօրինակության մեջ

*) Շարունակված նախորդ համարից:

Բողբոջ քվերը

Եռանկիւնի	Փառանկիւնի	Հինգանկիւնի	Վեցանկիւնի	Եօթնանկիւնի	Ութնանկիւնի	Իննանկիւնի	Տասնանկիւնի
Ա	Ա	Ա	Ա	Ա	Ա	Ա	Ա
Գ	Դ	Ե	Զ	Է	Ը	Թ	Ժ
Ձ	Թ	ԺԲ	ԺԵ	ԺԸ	ԻԱ	ԻԴ	ԻԷ
Ժ	ԺԶ	ԻԲ	ԻԸ	ԼԴ	Խ	ԽԶ	ԾԲ
ԺԵ	ԻԵ	ԼԵ	ԽԵ	ԾԵ	ԿԵ	ՀԵ	ՁԵ

Արմատի և բողբոջի աղյուսակներին հաջորդում է հետևյալ աղյուսակը (բերում ենք

հինգ շարք միայն, վերցնելով № 1770 ձեռագրից)։

Ուղղանկիւնի	Եռանկիւնի	Աւելորդ փառանկիւնի	Ուղղորդ փառանկիւնի	Աւելորդ Եռանկիւնի	Ուղղորդ Եռանկիւնի	Աւելորդ Զանկիւնի	Ուղղորդ Զանկիւնի	Աւելորդ Էանկիւնի	Ուղղորդ Էանկիւնի	Գարբ	Ջուլաղարբ	Կոճարբ	Ջուլաղաճարբ	Փուլաբ	Երեքկիւնի	Կրկնակի	Չորեքկիւնի
Ա	Ա	Ա	Ա	Ա	Ա	Ա	Ա	Ա	Ա	Բ	Բ	Ա	Ա	Ը	Ա	Ա	Ա
Բ	Գ	Գ	Դ	Դ	Ե	Ե	Զ	Զ	Է	Դ	Զ	Գ	Դ	ԺԶ	Գ	Բ	Դ
Գ	Զ	Ե	Թ	Է	ԺԲ	Թ	ԺԵ	ԺԱ	ԺԸ	Զ	ԺԲ	Ե	Թ	ԻԴ	Թ	Դ	ԺԶ
Դ	Ժ	Է	ԺԶ	Ժ	ԻԲ	ԺԳ	ԻԸ	ԺԶ	ԼԴ	Ը	Ի	Է	ԺԶ	ԼԲ	ԻԷ	Ը	ԿԴ
Ե	ԺԵ	Թ	ԻԵ	ԺԳ	ԼԵ	ԺԷ	ԽԵ	ԻԱ	ԾԵ	Ժ	Լ	Թ	ԻԵ	Խ	ՁԱ	ԺԶ	ՄԾԶ

Այս աղյուսակի առաջին սյունակը եռանկյունու «արմատն» է ($\sqrt{}$)։ Հաջորդականությունը սովորական թվաշարքով է՝ 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7 և այլն։

Երկրորդ սյունակը եռանկյունու «բողբոջն» է, հունական $\tau\rho\iota\gamma\omega\nu\sigma$ -ը։ Նրա թվաշարքը ունի հետևյալ պատկերը՝ 1, 3, 6, 10, 15, 21 և այլն։

Երրորդ սյունակը քառանկյունու արմատն է, իսկ չորրորդը՝ քառանկյունու բողբոջը։

Առաջինի թվաշարքն է՝ 1, 3, 5, 7, 9, 11 և այլն, իսկ երկրորդինը՝ 1, 4, 9, 16, 25, 36 և այլն։

Հինգերորդը՝ հինգանկյունու արմատն է, իսկ վեցերորդը՝ հինգանկյունու բողբոջը։ Յոթերորդը՝ վեցանկյունու արմատն է, իսկ ութերորդը՝ վեցանկյունու բողբոջը։ Իններորդը՝ յոթանկյունու արմատն է, իսկ տասներորդը՝ յոթանկյունու բողբոջը։

Ուշադրության արժանի է տասնմեկերորդ

սյունակի «դարձ»՝ զույգ թվերը, որն սկսում է երկսից և հաջորդ վանդակներում երկու երկու ավելանում՝ 2, 4, 6, 8, 10, 12, 14 և այլն:

Տասներկուերորդը «ջումլադարձ» սյունակն է (որոշ ձևազրկում դա կոչվում է «միահամուտ դարձ»), որն սկսում է դարձյալ երկսից, ընդունում է շորսի ավելացում և յուրաքանչյուր հաջորդ վանդակի թվանշանի վրա ավելանում ևս երկու: Այսպես, նրա թվաշարը սկզբից հետևյալ պատկերն ունի. 2, 6, 12, 20, 42 և այլն:

Տասներեքերորդ սյունակը «կոճատը» է՝ կենտ թվերը. 1, 3, 5, 7, 9, 11, 13 և այլն:

Տասնչորսերորդ թվերի սյունակը «ջումլակոճատը» է, որը ունի միայն մեկ՝ № 8973 ձևազրկի ընդօրինակությունը: Սկսում է մեկից, առաջին վանդակում ավելանում է երեք, իսկ այնուհետև յուրաքանչյուր հաջորդ սյունակում երկու ավելանում: Նրա թվաշարը սկզբից հետևյալն է. 1, 4, 9, 16, 25, 36 և այլն: Այս սյունակը, մեր կարծիքով, ուշ շրջանում է ավելացված:

Տասնհինգերորդը՝ «քուլաքան» է: Նա սկսում է ութից և հաջորդ վանդակում ութ ութ ավելանում՝ 8, 16, 24, 32, 40, 48, 56 և այլն:

Տասնվեցերորդը՝ «երեքկինք» սյունակն է (երեքնասու): Սկսում է մեկից, բազմապատկվում երեքով և ստացված գումարը հաջորդ վանդակներում բազմապատկվում երեքով՝ 2, 3, 9, 27, 81, 243 և այլն:

Տասնյոթերորդը՝ «կրկնակք» սյունակն է (ձուլնասու)՝ երկուսի բազմապատկությունը՝ 1, 2, 4, 8, 16, 32, 64 և այլն:

Վերջին սյունակը «չորեքկինք»ի սյունակն է, շորսի բազմապատկությունը՝ 1, 4, 16, 64, 256, 1024, 4096 և այլն:

Աղյուսակներին անմիջապես հաջորդում է բացատրական մի տեքստ, «խրատ քուէից» խորագրով: Որոշ ընդօրինակություններում, օրինակ № 5284, այդ տեքստը շարադրված է առանց վերնագրի:

«Խրատ քուէից» գլխին հաջորդում են «Քուայք կրկնակք», «Քուայք երեքկինք» և «Յաղագս քուակինք եւ տասներեքինք» վերնագրերով փոքրիկ գլուխներ:

Հովհաննեսի «Յաղագս անկիւնաւոր թուոց»ի բուն տեքստը վերջանում է հետևյալ պարբերությամբ. «Բաւական տուաւ քեզ վասն այսոցիկ»:

Ո՞րն է Հովհաննեսի «Յաղագս անկիւնաւոր թուոց»ի սկզբնաղբյուրը, ումի՞ց է օգտվել նա: Այս հարցադրումը բնական է, եթե ի նկատի ունենանք, որ Հովհաննեսը թվաբանական և երկրաչափական նոր սիստեմ չի ստեղծել, այլ օգտվել է ձեռքի տակ պատրաստի եղած աշխատություններից:

Դոցենտ Թումանյանը, իր «0 таблице полигональных чисел А. Ширакани» վերնագրով հոդվածում, «Անկյունավոր թվեր»ի աղբյուր մատնացույց է արել Նիկոմախին²³։ Դոց. Գ. Պետրոսյանն ևս Հովհաննեսի «Անկյունավոր թվեր»ի հապանակամ աղբյուրն է համարում «Նիկոմախի աշխատությունը կամ ըստ նրա կազմած Բոյեցու և ուրիշների աշխատությունների», չնայած մի այլ տեղ, անկյունավոր թվերի աղյուսակներում գործածված մեկ երկու բառերի հիման վրա ենթադրում է, որ «Հովհաննեսը կարող է օգտագործած լինել արաբական մաթեմատիկական աշխատություններ»²⁴:

Նիկոմախի թվաբանական աշխատության²⁵ և Հովհաննեսի «Յաղագս անկիւնաւոր թուոց»ի նշված տեքստերի համեմատական ուսումնասիրությունից պարզվում է, որ Հովհաննեսի մի քանի աղյուսակները, իրոք, նմանվում են Նիկոմախի աղյուսակներին: Որպես նմուշ կարող ենք մատնացույց անել հետևյալ աղյուսակները:

23. Հայկ. ՍՍՌ Մատ.ի «Գիտ. աշխ. ժողովածու», էջ 88:

24. Տեղեկագիր Հայկ. ՍՍՌ Գիտ. Ակադ.ի 1946 թ., № 4, էջ 32:

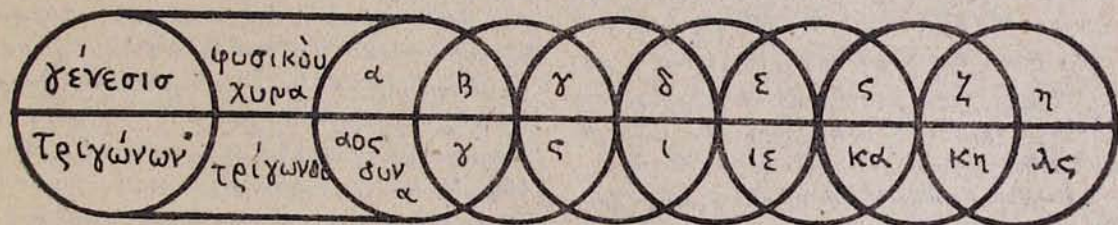
25. Նիկոմախը ապրել է մեր էրայի առաջին դարում: Նա է կազմել առաջին թվաբանական ուսմունքը որպես ինքնուրույն առարկա, առանց երկրաչափական պատկերացման: Նրա «Թվաբանության ներածություն»ը կարեոր ձեռնարկ է հանդիսացել հետագա դարերում (տե՛ս այս մասին М. Е. Ващенко—Захарченко, История математики, т. I, Киев, 1883 г. стр. 122—126):

Գ.անկիւնի	Ա	Գ	Ձ	Ժ	ԺԵ	ԻԱ	ԼԸ	ԼՁ	ԽԵ	ԾԵ
Դ.անկիւնի	Ա	Դ	Թ	ԺԶ	ԻԵ	ԼՁ	ԽԹ	ԿԴ	ՁԱ	Ճ
Ե.անկիւնի	Ա	Ե	ԺԲ	ԻԲ	ԼԵ	ԾԱ	Հ	ՂԲ	ՃԺԷ	ԺԽԵ
Զ.անկիւնի	Ա	Զ	ԺԵ	ԻԸ	ԽԵ	ԿԶ	ՂԱ	ՃԻ	ՃԾԳ	ՃՂ
Է.անկիւնի	Ա	Է	ԺԸ	ԼԴ	ԾԵ	ՁԱ	ՃԺԲ	ՃԽԸ	ՃՁԹ	ՄԼԵ

Ներկա աղյուսակը մենք փերցրել ենք տառացի համապատասխանում է Նիկոմա-
Հալի. ՍՍՌ մատ.ի № 1711 ձեռագրից²⁶, նա խի հետևյալ աղյուսակին²⁷:

τρύγωνι	α	γ	ς	ι	ιε	κζ	κη	λς	με	νε
τετράγωνι	α	δ	θ	ις	κε	λς	μθ	ξδ	πα	ρ
πεντάγωνι	α	ε	ιβ	κβ	λε	νζ	ο	φβ	ρις	ρμε
ἑξάγωνι	α	ς	ιε	κη	με	ξς	qα	ρκ	ρνγ	ρϥ
ἑπτάγωνι	α	ς	ιη	λδ	νε	πα	ριβ	ρμη	ςμθ	σλε

Եռանկիւնի	Ա	Բ	Գ	Դ	Ե	Զ	Է	Ը	Թ
	Ա	Գ	Ձ	Ժ	ԺԵ	ԻԱ	ԻԸ	ԼՁ	ԽԵ



Սակայն, աղյուսակների այս համեմատու-
թյան հիման վրա մենք չենք կարող պնդել,
որ Հովհաննեսի աղյուսակավոր թվերը Նիկո-
մախի հալերեն տառացի թարգմանությունն
է, որովհետև նախ՝ ոչ բոլոր աղյուսակների
մեջ նմանություն կա, և ապա, բացատրա-
կան տեքստը միանգամայն տարբեր է:

Հովհաննեսի անկյունավոր թվերի աղբյուրը
պարզելու տեսակետից արժեքավոր է նրա

կենսագրի մի հիշատակությունը՝ Վերջինս
խոսելով Հովհաննեսի օգտագործած աղ-
բյուրների մասին, այդ շարքում թվում է Փի-
լոնի մաթեմատիկական մի երկը. «Աթուակա-
նաչափ խորոցս Փիլոնի, դարից եւ կոճատաց,
եւ զառ ի նոցանէ զծնունդս եւ ի ներքոյ տա-
նեկին զծնունդս եւ թանց, եւ զանկատարու-
թիւնս ի յատուկսն ստուգակարգս, յաճոմնս եւ

26. Հալի. ՍՍՌ Մատենադարան, № 1711:

27. Նիկոմախի հոմարեն տեքստը, էջ 50:

յանաճական»²⁸։ Հիշելով Փիլոնի «դար» և «կոճատ» թվերը և նրանցից սկիզբ առնող մյուս թվերի շարքը, կենսագիրն այստեղ, անկասկած, նկատի ունի մաթեմատիկական մի ինչ որ տեքստ։ Մեր ջանքերը՝ դտնելու Փիլոն Ներայեցու մաթեմատիկական բովանդակությամբ այդ աշխատությունը նրա հրատարակված մատենագրության մեջ, ապարդյուն անցան։ Կրումբախերի Geschichte der Byzantinischen Literatur-ի մեջ մաթեմատիկական նման բովանդակությամբ ոչ մի տեքստ չի հիշվում։ Միայն Փիլոնի մատենագրության հին հայերեն թարգմանության մեջ, որը հրատարակել է բանասեր Ավգերյանը, «դար եւ կոճատ» թվերի և անկյունավոր այլ թվերի մասին խոսված է ստորև բերված երկու հատվածներում։

«Եւ երեքանկիւնիք են չորք այսոքիկ, Ա. Գ. Զ. Ժ. որ լինին Ի.։ Չորեքանկիւնիք չորք, Ա. Դ. Թ.՝ ԺԶ. լինեն Լ.։ Եւ հինգանկիւնիք չորք, Ա. Ե. ԺԲ. ԻԲ. լինին քառասուն։ Վեցանկիւնիք չորք, Ա. Զ. ԺԵ. ԻԸ. լինին Մ.։ Եւ հօթնակիւնիք չորք, Ա. Է. ԺԸ. ԼԴ. լինին վաթսուն։ Այնոցիկ որ ի լինելութեանն խնդրոց և լուծմանց»²⁹։

«Չորրորդ, բաղկանայ յերեսուն եւ ի վեցէ եւ ի վաթսուն եւ ի չորից, որ է քուեայ՝ միանգամայն եւ չորեքանկիւնի։ Հինգերորդ՝ բաղկանայ ի մի ըստ միոջէ կոճատացն յայսցանէ, Ա. Գ. Ե. Է. Թ. ԺԱ. ԺԳ. ԺԵ. ԺԷ. ԺԹ. լինին Ծ.։ Վեցերորդ՝ բաղկանայ ի քառուց, ի միակաց կրկնակաց, եւ ի չորեքկնաց կրկնակաց, Ա. Բ. Դ. Ը. լինին ԺԵ.։ Եւ ի չորեքկնացն, Ա. Դ. ԺԶ. ԿԴ. լինի ԶԵ.»³⁰։

Բերված հատվածների նմանությունը Հով-

հաննեսի նշված աշխատության հետ շատ ընդհանուր է և չի համընկնում Հովհաննեսի «Յաղագս անկիւնաւոր թուոց»-ի հետ։

Մենք փորձեցինք պրպտումներ կատարել Փիլոնի թարգմանական այն տեքստերի մեջ, որոնք պահպանվել են Հայկ. ՍՍՌ Մատենադարանի գրչագրերում և հրատարակված չեն։ Մեր աշխատանքը, բարեբախտաբար, հաջողությամբ պսակվեց. մեզ հաջողվեց պարզել, որ Հովհաննեսի «Յաղագս անկիւնաւոր թուոց» աշխատության բացատրական տեքստի աղբյուրն է հանդիսացել Փիլոն Ներայեցու «Յաղագս տասն բանիցն» մեկնությունը, որը պահվել է Հայկ. ՍՍՌ Մատենադարանի ձեռագրերում և չի հրատարակված։ Այդ տեքստի մասին հիշատակություն չկա Զարհանեյանի Մատենագրության պատմության մեջ։

Ուշադրության արժանի է, որ Փիլոնի «Յաղագս տասն բանիցն» աշխատությունը մեկնելվ է հայ մի հեղինակի կողմից՝ Ջուզեպպե Բոսինի գրոցն Փիլոնի իմաստասիրի ներայեցույթը վերնագրով։ Հայ մեկնիչի անձնավորությունը հաստատապես հայտնի չէ, բայց զրիչը, հիմնվելով այն փաստի վրա, որ այս մեկնությանը նախորդել է Հովհաննեսի «Յաղագս անկիւնաւոր թուոց» աշխատությունը, ենթադրել է, որ այս մեկնության հեղինակը Հովհաննեսը պիտի լինի։ Գրիչն այդ մասին գրում է. «Ջուզեպպե Բոսինի գրոցն Փիլոնի իմաստասիրի ներայեցույթ... Արարեալ ի մերոց վարդապետաց՝ որպէս ցուցանէ կերպն շարադրութեան։ Այլ լումմէ գոլն՝ անյայտ, զի չկայ յօրինակին՝ անուն լուծողին։ Բայց զի անկիւնաւոր թուոց խրատն, որ ի վերդ է, Սարկաւազ Հովհաննէս վարդապետն է արարեալ. եւ ես զայն ըստ սոյն գրոցս եւ սոյն դասութեամբ ի միում տփոջ դսի, վասն որոյ թուեցաւ ինձ թէ եւ զայս լուծմունք նա իցէ արարեալ, քանզի եւ բանն համանման երեւի նորին շարադրութեանն»³¹։

Հովհաննեսն իր «Յաղագս անկիւնաւոր թուոց» աշխատության մեջ Փիլոնի «Յաղագս տասն բանիցն» աշխատությունից օգտվել է տառացի, ուղղակի պատճենահանել է այն։ Անհրաժեշտ ենք համարում երկու հատված զուգահեռ ձևով բերել այստեղ։

28. Հայկ. ՍՍՌ Մատ. Ն. 2680 (տե՛ս այս մասին մեր ուսումնասիրությունը «Էջմիածին» ամսագրի անցյալ տարվա մայիս-դեկտ. միացյալ համարում)։ Ի դեպ, վերջերս ծանոթանալով պրոֆ. Մելիքի-Բեկովի «Վարդապետը հայոց հյուսիսային կողմանց» վրացերեն լեզվով գրված աշխատության հետ, իմացա, որ նշված կենսագրականը մեզից առաջ ծանոթ է եղել մեծամոտե պրոֆեսորին և նա մեզ բերումներ է արել այդ տեքստից։

29. Փիլոնի Ներայեցույթ մնացորդը ի հայտ, աշխատությանը Ավգերյանի, Վենետիկ, 1826 թ., էջ 53։

30. Նույնը, էջ 241։

31. Հայկ. ՍՍՌ Մատեն., Ն. 2595, Թ. 241ր։

«Ժ. եկի շարադրութիւն թիւ ծնանի զԵ. ն եւ զԾ. ն, սքանչելի յինքեան ունելով գեղեցկութիւն: Քանզի նախ առաջին գոյացաւ ի քուէից, ի կրկնակէ եւ յԳ. կնակէ, յայնցանէ, որ մի ըստ միողէ շարադրեցան: Իբրու թէ որպէս ի կրկնակին՝ Ա, Բ, Դ, Ը, լինին սոքա ԵԺ. ան: Երէքկինք եւ Գ. կնէն՝ Ա, Գ, Բ, Իէ, որ են Խ եւ են սոքա շարադրելով ՄԵ, (զորս եւ Պղատուն ի Տիմէոսին յիշէ յաղագս ոգէծնութեան, սկսեալ այսպէս. Մի՛ ի բաց երարձ յամենայնէ մասն եւ որ զհետ այսորիկ):

Երկրորդ՝ ՄԵ թիւն, Ժ. եկին է շարադրութիւն, իսկ ԳԺ. ն, Զ եւ Ե. ն զօրութեամբ Ժ. եկին է, քանզի եթէ զիւրաքանչիւրք ի սոցանէ, ի միակէն մինչեւ ի Ժ. եակն բազմապատիկ արարեալ շարադրեցես՝ դացես զասացեալն թիւն զԳԺ. ոցն զԶ եւ զհինգին: Իսկ ԳԺ, Զ եւ Ե. ն յԾ. ն եւ Ե. ն է. պատիկ է: (Երիցս ՄԵ՝ Գ. անկիւնի ք, որպէս Զ. ն եւ որպէս նոյն ինքն Ժ. եակն):

Չորիցս եթէ թուեցես զմին, դացես Զ ըստ բազադրութեանն տասնեակ, զԾ եւ զԵ. ն: Հինգերորդ՝ սեռականագոյն, Ը. ակ, Զ. եակ իմն բազմապատիկ ինքեան եղեալ զօրութիւն է, որ ծնանի զԼ եւ զԶ, որոյ է՝ երկիցս չորք. սորա մասունք ծնեալ այսպէս. երկիցս՝ Ը եւ Ժ, Գ՝ ԺԲ, Դ՝ Բ, Զ՝ Զ, Թ՝ Դ, ԺԲ՝ Գ, ԺԸ՝ Բ, երեսուն եւ վեցիցս՝ մի. միանգամայն լինին մասունք Ը թիւ Մ եւ Ե: Մակեռանկիւնիքն՝ Ե, որք մի ըստ միողէ ծնանին զԾ եւ զԵ. ն... Իբրու թէ որպէս Գ, Զ, ԺԵ, ԻԱ, լինի ՄԵ...»³²:

«...Եւ վասն այսորիկ որք յիրաւի եւս վեյելլաբար զարմասցի ունելով (զտասնեբեակն) յինքեանն զանազատն բնութիւն, եւ զզատականն, քանզի անազատն կարգեալ դասի ըստ նշանի միայն, իսկ զատականն ըստ երից տեսակաց, եւ վեր ի վերոյ՝ զԺոյ եւ երեւման, եւ հաստատունոյ, քանզի որ երկուք նշանօք յանկեցեալ է՝ գիծ է, իսկ որ յերկուան զատեալ է վեր ի վերոյ՝ երեւումն ծորեալ ի լայնութիւն զծին: Իսկ որ յերիս ի հաստատուն երկայնութեան եւ լայնութեանն խորութիւն առեալ, որովք գոյանալ բնութիւնս: Քանզի աւելի քան զերիս զատութիւնս ոչ ծնաւ: Եւ սկզբնատիպք սոցա թիւք են. անզատ նշանին՝ մի, եւ զծին՝ երկուան. եւ վեր ի վերոյ՝ երեւմանն՝ երեք...»³³:

«Իսկ որ ի նմանէ որպէս յարմատոյ բուսեալ՝ հինգն եւ յիսունն, յոլովս ասացելովք ունի առաքինութիւնս: Առաջին՝ զի գոյացաւ ի քուէից, ի կրկնակէ, եւ յերեքկնէ, յայնոցիկ, որ մի ըստ միողէ շարադրեցան: Ի կրկնակէ այսպէս՝ Ա, Բ, Դ, Ը, լինին սոքա ԺԵ: Երեքկինք, եւ յերեքկնէն՝ Ա, Գ, Իէ, շարադրեալք սոքա լինին ՄԵ:

Երկրորդ՝ ՄԵ թիւն տասնեակն շարադրութիւն, իսկ 3ԶԵ. ն՝ զարութեամբ տասնեակն է, քանզի թէ զիւրաքանչիւրք ի նոցանէ, ի միակէն մինչ ի տասնեակն, բազմապատիկ արարեալ շարադրեցես զերեքհարիւրոցն զԶ եւ հինգին, իսկ յԶ. էն ՄԵ. ին եւթնապատիկ է:

Երրորդ՝ եթէ թուեցես զմինն՝ դացես Զ ըստ բազադրութեանն տասնեակ զՄԵ. ն: Չորրորդ՝ սեռականագոյն վեցեակ՝ ինքն յինքեան բազմապատիկ եղեալ զարութիւն է, որ ծնանի զԼՄ, որոյ երկիցս չորք մասունքն ծնեալք այսպէս. երկիցս Ը եւ Ժ, երիցս՝ երկուտասն, չորիցս՝ ինն, վեցիցս՝ վեց, իննիցս՝ չորք, երկուտասնիցս՝ երեք, տասն եւ ութիցս՝ երկու, երեսուն եւ վեցիցս՝ մի: Միանգամայն մասունք ութ թիւ՝ ՄԵ:

Հինգերորդ՝ զի ի մակեռանկիւնեաց հնգից մի ըստ միողէ ծնանի ՄԵ, այսպէս՝ Գ, Զ, Ժ, ԺԵ, ԻԱ, լինի ՄԵ...»³⁴:

«Եւթներորդ՝ քանզի ունի յինքեան տասնեակդ եւ յերկրաշափութենէ զանազատն բնութիւն եւ զզատական: Անազատն կարգեալ դասի ըստ նշանի միայն, իսկ զատականն ըստ երից տեսակաց մակերեւական զԺոյ, երեւման եւ հաստատունոյ, քանզի որ երկուք նշանաւք յանկեցեալ է՝ գիծ է, իսկ որ յերկուցն զատեալ է, մակերեւութիւն ծորեալ ի լայնութիւն զծին, իսկ որ յերիս՝ հաստատուն, երկայնութիւն եւ լայնութիւն, խորութիւն առեալ, որովք գոյանալ բնութիւնս, քանզի զաւելի քան զերից զատութիւնս ոչ ծնաւ: Եւ սկզբնատիպք սոցա թիւք են անզատ նշանին՝ մի, եւ զծին՝ երկուան: Եւ վեր ի վերոյ՝ երեւմանն՝ երեք...»³⁵:

32. Հայկ. ՍՍԹ Մատեն., № 2595 ձեռագիր, Բ. 127ա—127բ:

33. Հայկ. ՍՍԹ Մատեն., № 2595 ձեռագիր, Բ. 128բ—129ա:

34. Վերցրել ենք մի քանի բնագործական հիման վրա մեր կազմած տեքստից:

35. Բերել ենք մեր կազմած տեքստից:

Այսպիսով, պարզվում է որ Հովհաննեսն իր «Յաղագս անկիւնաւոր թուոց»ի բացատրական տեքստի մեջ օգտվել է Փիլոնի «Յաղագս տասն բանիցն» վերնագիր ունեցող անտիպ աշխատությունից, ըստ որում, օգտրվել է հայերեն թարգմանությունից:

Մնում է սակայն պարզել աղյուսակների աղբյուրը: Դժվար չէ կոահել, որ Հովհաննեսն իր ձեռքի տակ, բացի Փիլոնից, ունեցել է երկրաչափական աղյուսակներ, որոնք, հավանական է, շատ վաղուց հունարենից թարգմանվել էին հայերեն և որոնց փրշորանքները դեռևս պահպանվում էին 12-րդ դարում: Ուշադրության արժանի է, որ Հովհաննեսի «Յաղագս անկիւնաւոր թուոց»ի որոշ ընդօրինակություններ ունեն գրչի հետևյալ կարևոր հիշատակությունը. «Անգիւնաւոր թուոց վախճանն չէ է, բայց այլ վասն կրթության մանկանց Յովհաննու քահանայի արարեալ զանգիւնաւոր թիւոց ի փոխաբերութենէ երկրաչափական ձեւոց»: Ուրեմն, ըստ հիշատակագրի, նախապես անկյունավոր թվերի յոթերորդը եղել է, իսկ շարունակությունը Հովհաննեսն աշակերտների կրթության համար է պատրաստել:

Այս տեսակետից ուշադրության արժանի է Հովհաննեսի վերջին աղյուսակը, ուր շարադրված է միայն մինչև «է.անկիւնի»ն, Այդ աղյուսակը մեզ պատահում է հաճախ առանձին և հին պրագմատիկում: Այդ հաճախմանը մեզ հիմք է տալիս ենթադրելու, որ այն կազմված է եղել Հովհաննեսից առաջ և նրանից է օգտվել նա և այն կցել իր աշխատությանը որպես հավելված: Գուցէ և ուշ շրջանում այդ աղյուսակն ընդօրինակողնե-

րից մեկն ու մեկը ամբողջացնելու նպատակով է կցել Հովհաննեսի տեքստին: Ի դեպ, դոց. Գ. Պետրոսյանը, իր վերև հիշված աշխատության մեջ, մեզ մեղադրել է այն բանում, որ մենք, իբր թե առանց հիմք ունենալու, նշված աղբյուրը ավելի հին ենք համարել, քան Հովհաննեսի անկյունավոր թվերը. «Ըստ Աբրահամյանի—գրում է նա—դուքս է գալիս, որ նոր հեղինակը (Հովհաննեսը) այդ նոր շարքերը ավելացրել է օգտագործելով Ա. Շիրակացու «դար» և «կոճատ» թվերից: Միանգամայն ճիշտ է, որ 7-րդ դարում Ա. Շիրակացին գործ է ածել զույգ և կենտ թվերը... սակայն այդ բոլորը ոչ մի հիմք չեն տալիս վերևում հիշված եզրակացության համար» (էջ 29): Իրականում, մենք նշված աղյուսակը ոչ միայն չենք համարել Շիրակացու հեղինակած գործը, այլ և այդ խնդրում վիճել ենք դոց. Թումանյանի հետ: Ինչ վերաբերվում է այդ աղյուսակների ավելի հին յինելուն, ապա այդ մասին վկայում է վերև բերված հիշատակությունը:

Հովհաննեսի «Յաղագս անկիւնաւոր թուոց»ի վրա, ինչպես ասացինք, հետադարձ, այլ հեղինակների կողմից, կատարվել են որոշ լրացումներ: Դժվար չէ այդ լրացումները ճանաչել համեմատական ուսումնասիրության հիման վրա: Նկատելի է, որ այդ ավելացումների մի մասը ինքնուրույն են, իսկ մյուս մասը ընդօրինակություններ են անցյալից մնացած մասթեմատիկական որոշ տեքստերի, որոնք կցվում են Հովհաննեսի

«Այս է դուռն Պիւքագուրային»

α	β	γ	δ	ε	ς	ζ	η	θ	ι
β	δ	ς	η	ι	ϕ	ισ	ιγ	κ	
γ	ς	θ	ϕ	ιε	ιγ	κα	κδ	κζ	λ
δ	η	ϕ	ις	κ	κδ	κγ	λβ	λς	μ
ε	ι	ιε	κ	κε	λ	λε	μ	με	ν
ς	ϕ	ιγ	κδ	λ	λς	μβ	μγ	νδ	ξ
ζ	ισ	κα	κγ	λε	μβ	μδ	νς	ξγ	ο
η	ις	κδ	λβ	μ	μγ	νς	ξδ	οβ	π
θ	ιγ	κζ	λς	με	νδ	ξδ	οβ	πα	υ
ι	κ	λ	μ	ν	ξ	ο	π	υ	ρ

Ա	Բ	Գ	Դ	Ե	Զ	Է	Ը	Թ	Ժ
Բ	Դ	Զ	Ը	Ժ	ԺԲ	ԺԴ	ԺԶ	ԺԸ	Ի
Գ	Զ	Թ	ԺԲ	ԺԵ	ԺԸ	ԻԱ	ԻԴ	ԻԷ	Լ
Դ	Ը	ԺԲ	ԺԶ	Ի	ԻԴ	ԻԸ	ԼԲ	ԼԶ	Խ
Ե	Ժ	ԺԵ	Ի	ԻԵ	Լ	ԼԵ	Խ	ԽԵ	Մ
Զ	ԺԲ	ԺԸ	ԻԴ	Լ	ԼԶ	ԽԲ	ԽԸ	ՄԴ	Կ
Է	ԺԴ	ԻԱ	ԻԸ	ԼԵ	ԽԲ	ԽԹ	ՄԶ	ԿԴ	Հ
Ը	ԺԶ	ԻԴ	ԼԲ	Խ	ԽԸ	ՄԶ	ԿԴ	ՀԲ	Ձ
Թ	ԺԸ	ԻԷ	ԼԶ	ԽԵ	ՄԴ	ԿԴ	ՀԲ	ՁԱ	Ղ
Ժ	Ի	Լ	Խ	Մ	Կ	Հ	Ձ	Ղ	Ճ

վերև հիշված աշխատությունը ամբողջացնելու, ամփոփելու նպատակով:

Անհրաժեշտ է նշել, որ Հովհաննեսի «Յադագս անկիւնատր թուոց»ի վրա կատարված հավելումներից մի քանիսը խիստ արժեքավոր են և հնարավորություն են տալիս մեզ որոշ պատկերացում ունենալ մաթեմատիկայի զարգացման վիճակի մասին մեզ մոտ անցյալում:

Այդ տեքստերից առանձնապես արժեքավոր են Պյութագորասի բազմապատկությունն աղյուսակները, որոնցից մի նմուշը հրատարակել ենք մեր «Անանիա Շիրակացու Մատենագրություն» և «Հայկական Հնագրություն» աշխատությունների մեջ: Մաթեմատիկայի պատմության մեջ զբաղվող մեր մասնագետներին նյութ մատակարարելու նպատակով, անհրաժեշտ ենք համարում բերել այստեղ Պյութագորասի բազմապատկման հունական աղյուսակներից մեկը, համեմատելով հայկական թարգմանության հետ (տես էջ 40):

Պյութագորասի նման աղյուսակներ ունենք Հայկ. ՍՍՌ. Մատենադարանի մի քանի ձեռագրերում, որոնցից հնագույն ընդօրինակությունը 1463 թվականից է (№ 1711, թ. 14բ—15ա):

Հովհաննեսի «Յադագս անկիւնատր թուոց»ի վրա կատարված նման արժեքավոր ավելացումներից է № 1711 ձեռագրի ավելացումը, որը բաղկացած է Պյութագորասի աղյուսակից և գործնական խորհուրդներ պարունակող մի տեքստից, բազմապատկություն կատարելու եղանակի մասին:

Բազմապատկության գործնական խորհուրդներ պարունակող տեքստը բարդ, բայց միաժամանակ հետաքրքիր տեքստ է: Տեքստը երկար է, չենք բերում, բայց որոշ պատկերացում տալու համար անհրաժեշտ ենք համարում համառոտակի ծանոթացնել նրա բազմապատկության եղանակի հետ: Վերցնենք 8-ով 9-ը բազմապատկելու նրա օրինակը.

1) ութը գումարվում է իննին՝ $8+9=17$,
2) 17-ի տասնավորը բազմապատկվում է միավորով $10 \times 7=70$, 3) 10-ից հանվում է առաջին գումարելին՝ $10-8=2$, 4) ապա հանվում է երկրորդ գումարելին՝ $10-9=1$, 5) երկու մնացորդները բազմապատկվում են՝ $2 \times 1=2$, 6) մնացած թիվը գումարվում է երկրորդ գործողության գումարի վրա՝ $70+2=72^{36}$.

Կամ վերցնենք երեք այլ թվերի բազմապատկությունը.

6×7	4×9	6×8
$6+7=13$	$4+9=13$	$6+8=14$
$10 \times 3=30$	$10 \times 3=30$	$10 \times 4=40$
$10-6=4$	$10-4=6$	$10-6=4$
$10-7=3$	$10-9=1$	$10-8=2$
$3 \times 4=12$	$6 \times 1=6$	$4 \times 2=8$
$30+12=42$	$30+6=36$	$40+8=48$

Նվալս ձևով կարելի է միլիոնավոր թվեր բազմապատկել, միայն այն պայմանով, որ մեծ թվերն անպայման վերջանան զրոյով և գումարելիների գումարը տասից ցածր չլինի: Միավորից բարձր թվերը բազմապատկելիս համապատասխան քանակով ավելացվում են զրոները:

Մաթեմատիկայի պատմության մասնագետ Վիգորսկին իր դասընթացում գանգատվում է, որ մեզ չի հասել ո՛չ մի տեղեկություն այն մասին, թե ի՞նչպես էին կատարում թվաբանական գործողությունները³⁷:

Ահավասիկ բազմապատկման գործողություն կատարելու մի ձև, որը պահել է մեր ձեռագրերից մեկը և որը մաթեմատիկայի պատմության մեջ զբաղվող մասնագետներին ուշադրություն ենք ներկայացնում:

Հովհաննեսի անկյունավոր թվերի վրա կատարվել են նման կարգի արժեքավոր այլ ավելացումներ ևս, որոնք մենք ավելորդ ենք համարում բերել այստեղ:

Հիշված աղյուսակներից բացի, Հովհաննեսի «Յադագս անկիւնատր թուոց»ի վրա հետագա հեղինակները կատարել են այլ «լրացումներ» ևս, որոշ դեպքում նշելով այդ մասին: Այսպես օրինակ, № 5254 ձեռագրում, Հովհաննեսի անկյունավոր թվերի տեքստը վերջացնելուց հետո, շարունակության մեջ, «Այլուտ» վերնագրի տակ, շարադրված է մաթեմատիկական մի տեքստ, որն անմիջապես չի կապվում Հովհաննեսի աշխատության հետ և բովանդակում է թվանշանների բացահայտությունը բոլոր նրանց նշանակության (թ. 29բ):

Վերջին հարցը, որի վրա ուզում ենք կանգ առնել, այդ Հովհաննեսի «Յադագս անկիւնատր թուոց»ի արժեքավորման հարցն է. ի՞նչ տեղ ունի նա գիտությունների պատմության մեջ Հայաստանում:

Հովհաննեսի «Յադագս անկիւնատր թուոց»ի ամենամեծ արժեքը կայանում է

37. М. Я. Выгодский, Арифметика и алгебра в древнем мире, Москва — Ленинград, 1941 г., стр. 193.

36. Հայկ. ՍՍՌ Մատեն. № 1711, թ. 15բ—16բ:

ներանում, որ նա ապացուցում է որ հայկական գիտական գրականությունը, մասնավորապես մաթեմատիկան, բավականաչափ զարգացած է եղել Հայաստանում միջին դարերում: Դրա անօխտելի ապացույցն են հունարենից հայերեն թարգմանված Պյուսթաքուսի, Նիկոմախի և Էվկլիդեսի մաթեմատիկական աշխատությունները և տեղում գրված մաթեմատիկական ինքնատիպ տեքստերը (Շիրակացի և ուրիշները): Փիլիսոփայության, ճարտասանության, տիեզերագիտության և գիտական այլ ճյուղերում համաշխարհային գիտական գրականության վրա ներդրումներ ունեցող հայ ժողովուրդը, ինչպես տեսնում ենք, անմասն չի գտնվել թվաբանության և երկրաչափության ասպարեզում:

Վերջապես, Հովհաննես Սարկավագի «Յադագս անկիւնաւոր թուոց» արժեքավոր է նաև անցյալում մեզ մոտ գոյություն ունեցող հաշվարկումների սխառմը, գործածվող տեղիքները և թվաբանական նշանները պատկերացնելու տեսակետից:

Դրական գիտությունների պատմության գծով, համեմատաբար, քիչ աշխատանք է կատարված հայագիտության մեջ: Գիտական արժեք ունեցող հայ մատենագրության մասնագիտական լուրջ ուսումնասիրությունը վերջերս է սկսվել և կապված է այն հայագիտության սովետական շրջանի հետ: Հովհաննեսի «Յադագս անկիւնաւոր թուոց» աշխատությունը, անկասկած, մաթեմատիկոս մասնագետների լուրջ ուշադրության առարկան կդառնա և անցյալից մեզ հասած այս աշխատությունն ևս իր համեստ տեղը կգտնի գիտության պատմության մեջ:

Եզրակացություն

1) Հովհաննես Սարկավագի հեղինակությամբ հայագիտության մեջ հայտնի «Յադագս անկիւնաւոր թուոց» աշխատությունը տոմարական աշխատություն չէ, ինչպես անցյալում, թյուրիմացաբար, ենթադրել են հայագետներից ոմանք, այլ՝ մաթեմատիկական:

2) Հովհաննեսի նշված աշխատությունը մեզ հասել է ո՛չ թե հատվածներով, ինչպես կարծել են Նիշանը, Զարհանյանը և ուրիշները, այլ ամբողջական ձևով: Զանազան մատենադարաններում մեզ հայտնի են այդ տեքստի ավելի քան 15 ձեռագիր-ընդօրինակությունները:

3) Հովհաննեսի այդ աշխատության մեջ հասած ձեռագիր-ընդօրինակություններից

յավագություններ Հայկ. ՍՍՌ Մատենադարանի № 1770, № 2595 և Երուսաղեմի Ս. Հակոբյանց Մատենադարանի № 157 ընդօրինակություններն են:

4) Հովհաննեսի «Յադագս անկիւնաւոր թուոց» աշխատության բացատրական տեքստի աղբյուրն է Փիլոն Երաչեցու «Յադագս տաս բանիցն» աշխատության հայերեն թարգմանությունը, որը հայտնաբերվել է Հայկ. ՍՍՌ Մատենադարանում և չի հրատարակված:

5) Հովհաննեսի «Յադագս անկիւնաւոր թուոց» աշխատության աղյուսակների աղբյուրն է հանդիսացել առաջին դարում ապրած հույն մաթեմատիկոս Նիկոմախի կազմած աղյուսակները, որոնք, ինչպես երևում է, հունարենից հայերեն էին թարգմանվել Հովհաննես Սարկավագից շատ առաջ:

6) Հովհաննեսի նշված տեքստի վրա ընդօրինակող գրիչները կատարել են որոշ զրույցումներ, որոնցից ուշադրության արժանի են Պյուսթաքուսի աղյուսակները և ռազմապատկություն կատարելու մասին անձանոթ մի տեքստ:

7) Հաստատապես կարող ենք այժմ ասել, որ հույն երեք կլասիկ մաթեմատիկոսների՝ Պյուսթաքուսի, Էվկլիդեսի և Նիկոմախի աշխատությունները հատվածներով կամ ամբողջական, թարգմանված են եղել հայերեն և մեկնվել, լրացվել, ընդարձակվել: Սրան զուգընթաց, գրվել են ինքնուրույն, ինքնատիպ լուրջ մաթեմատիկական տեքստեր (Շիրակացի, Մխիթար Այրիվանեցի և ուրիշներ):

8) Հովհաննեսի «Յադագս անկիւնաւոր թուոց» աշխատությունը նոր ապացույց է դրական գիտությունների զարգացած միջակի միջնադարյան հայ իրականության մեջ:

9) Հովհաննեսն աչքի ընկնող մատենագիր է ո՛չ միայն տոմարի, բերթողական արվեստի և փիլիսոփայության ասպարեզներում, այլ և մաթեմատիկայի պատմության մեջ: Նոր հայտնագործությունները գալիս են լիովին արդարացնելու հանգուցյալ պրոֆ. Մ. Աբեղյանի այն եզրակացությունը, որ հանձին Հովհաննեսի մենք ունենք լուսավոր մտքով մի հեղինակ, «խուզախնդիր և որոնող» մի անձնավորություն, որ «բարձր է կանգնած եղել միջնադարյան թանձրամած խավարից»³⁸:

38. Մ. Աբեղյան, Հայ հին գրականության պատմություն, Բ. գիրք, Երևան, 1946 թ., էջ 49:

