

ТЕОРЕТИЧЕСКАЯ ФИЗИКА

О. С. Мергелян

Отражение и преломление электромагнитных волн
 на границе между изотропной и оптически
 активной средой

Оптически активные среды являются одним из простейших случаев сред с пространственной дисперсией. Материальные уравнения для электромагнитного поля в таких средах имеют вид

$$\begin{aligned}\vec{B}(\omega, \vec{r}) &= \mu(\omega) \vec{H}(\omega, \vec{r}) \\ \vec{D}(\omega, \vec{r}) &= \epsilon(\omega) \vec{E}(\omega, \vec{r}) + 4\pi i\gamma \int \frac{\text{rot} \vec{E}(\omega, \vec{r}')}{|\vec{r} - \vec{r}'|^2} d\vec{r}'.\end{aligned}$$

Примером оптически активных сред могут служить некоторые органические полимеры, а также раствор сахара.

В настоящей работе рассматриваются электромагнитные явления, возникающие при падении плоской электромагнитной волны на границу раздела двух сред, одна из которых является оптически активной. Получены формулы Френеля и исследована поляризация преломленных и отраженных волн.

1. Характер электромагнитного поля в оптически активной среде. Если представить вектора электрического и магнитного полей и вектора индукций в виде

$$(\vec{E}, \vec{D}, \vec{H}, \vec{B}) = (\vec{E}(\vec{k}), \vec{D}(\vec{k}), \vec{H}(\vec{k}), \vec{B}(\vec{k})) e^{i(\vec{k} \cdot \vec{r} - \omega t)}, \quad (1)$$

то материальные уравнения в оптически активной среде запишутся следующим образом

$$\begin{aligned}\vec{D}(\vec{k}) &= \epsilon \vec{E}(\vec{k}) + \frac{i\gamma}{k} [\vec{k} \vec{E}(\vec{k})] \\ \vec{B}(\vec{k}) &= \mu \vec{H}(\vec{k}),\end{aligned} \quad (2)$$

где γ — постоянная гирации, характеризующая оптическую активность среды.

Дисперсионное соотношение для такой среды имеет вид

$$k^{\pm 2} = \frac{\omega^2}{c^2} n^{\pm 2} = \frac{\omega^2}{c^2} n (\varepsilon \pm \gamma), \quad (3)$$

где знак при γ соответствует индексу при k .

Таким образом, в оптически активной среде могут распространяться два типа волн (им соответствуют различные знаки в правой части (3)), которые мы назовем право и левополяризованными, причем правой поляризации в (3) соответствуют знак и индекс $+$, левой соответственно $-$.

Из уравнений поля с учетом материальных уравнений (2) следуют следующие соотношения

$$\begin{aligned} E_x^{\pm}(\vec{k}) &= -\frac{k_x^{\pm} k_z^{\pm} + ik_y^{\pm} k^{\pm}}{k_x^{\pm 2} + k_y^{\pm 2}} E_z^{\pm}(\vec{k}), \\ E_y^{\pm}(\vec{k}) &= -\frac{k_y^{\pm} k_z^{\pm} + ik_x^{\pm} k^{\pm}}{k_x^{\pm 2} + k_y^{\pm 2}} E_z^{\pm}(\vec{k}), \\ H_x^{\pm}(\vec{k}) &= \frac{c}{\omega n} k^{\pm} \frac{k_y^{\pm} k^{\pm} \pm ik_x^{\pm} k_z^{\pm}}{k_x^{\pm 2} + k_y^{\pm 2}} E_z^{\pm}(\vec{k}), \\ H_y^{\pm}(\vec{k}) &= \frac{c}{\omega n} k^{\pm} \frac{k_x^{\pm} k^{\pm} \pm ik_y^{\pm} k_z^{\pm}}{k_x^{\pm 2} + k_y^{\pm 2}} E_z^{\pm}(\vec{k}), \\ H_z^{\pm}(\vec{k}) &= \pm \frac{c}{\omega n} k^{\pm} E_z^{\pm}(\vec{k}) i, \\ \vec{D}^{\pm}(\vec{k}) &= (\varepsilon \pm \gamma) \vec{E}^{\pm}(\vec{k}). \end{aligned} \quad (4)$$

Из (4) следует, что в оптически активной среде могут распространяться две эллиптически поляризованные волны.

Пусть теперь плоскость $z=0$ является границей раздела активной и неактивной сред. Рассмотрим отдельно случаи, когда волна падает из неактивной среды на оптически активную и наоборот.

II. Волна падает из оптически неактивной среды на границу раздела с оптически активной средой, амплитуда волны $\vec{E}(\vec{k})$.

Область $z < 0$ заполнена средой с постоянными ε_1, μ_1 , область $z > 0$ характеризуется параметрами $\varepsilon_2, \mu_2, \gamma$. Падает волна под углами θ и φ , где θ — угол между волновым вектором $\vec{k}$ и осью z , а φ — угол между проекцией $\vec{k}$ на плоскость $z=0$ и осью x . Величины, относящиеся к отраженной волне, мы будем характеризовать индексом 1 снизу, а преломленную волну будем характеризовать индексом 2.

а. Фазовые соотношения. Обозначим $n_1^2 = \varepsilon_1 \mu_1$; $n_2^{\pm 2} = \mu_2 (\varepsilon_2 \pm \gamma)$. Из условий сопряжения полей на границе раздела имеем

$$k_x = k_{1x} = k_{2x}^+ = k_{2x}^-,$$

$$k_y = k_{1y} = k_{2y}^+ = k_{2y}^-,$$

причем

$$\vec{k}_x = \frac{\omega}{c} n_1 \sin \theta \cos \varphi,$$

$$k_y = \frac{\omega}{c} n_1 \sin \theta \sin \varphi, \quad (5)$$

$$k_{2x} = \frac{\omega}{c} n_2 \sin \theta_2 \cos \varphi_2 \text{ и т. д.}$$

$$k_{1z} = -k_z = -\frac{\omega}{c} n_1 \cos \theta,$$

$$k_{2z} = \frac{\omega}{c} n_2 \cos \theta_2 = \frac{\omega}{c} \sqrt{n_2^2 - n_1^2 \sin^2 \theta}.$$

Из соотношений (5) следует, что

$$\varphi = \varphi_1 = \varphi_2, \quad \theta_1 = \theta, \quad \frac{\sin \theta_2}{\sin \theta} = \frac{n_1}{n_2}. \quad (6)$$

6. Формулы Френеля для амплитуд полей.

Из граничных условий для электрических и магнитных векторов мы получим следующие уравнения для определения амплитуд полей

$$\begin{aligned} 2k_z E_z(\vec{k}) &= \left(k_{2z}^+ + \frac{\varepsilon_2 + \gamma}{\varepsilon_1} k_z \right) E_{2z}^+(\vec{k}) + \left(k_{2z}^- + \frac{\varepsilon_2 - \gamma}{\varepsilon_1} k_z \right) E_{2z}^-(\vec{k}), \\ 2ik_z H_z(\vec{k}) \mu_2 &= n_2^+ \left(k_{2z}^+ + \frac{\mu_2}{\mu_1} k_z \right) E_{2z}^+(\vec{k}) - n_2^- \left(k_{2z}^- + \frac{\mu_2}{\mu_1} k_z \right) E_{2z}^-(\vec{k}). \end{aligned} \quad (7)$$

Обозначим

$$\begin{aligned} A &= n_2^- \left(k_{2z}^+ + \frac{\varepsilon_2 + \gamma}{\varepsilon_1} k_z \right) \left(k_{2z}^- + \frac{\mu_2}{\mu_1} k_z \right) + n_2^+ \left(k_{2z}^- + \frac{\varepsilon_2 - \gamma}{\varepsilon_1} k_z \right) \times \\ &\quad \times \left(k_{2z}^+ + \frac{\mu_2}{\mu_1} k_z \right). \end{aligned}$$

Для амплитуд полей отраженной и преломленной волн получим

$$\begin{aligned} E_{1z}(\vec{k}) &= \frac{1}{\varepsilon_1 A} [B E_z(\vec{k}) + 2ik_z [(\varepsilon_2 + \gamma) k_{2z} - (\varepsilon_2 - \gamma) k_{2z}^+] H_z(\vec{k})], \\ E_{2z}^+ &= \frac{2k_z}{A} \left\{ n_2^- \left(k_{2z}^- + \frac{\mu_2}{\mu_1} k_z \right) E_z(\vec{k}) + i\mu_2 \left(k_{2z}^- + \frac{\varepsilon_2 - \gamma}{\varepsilon_1} k_z \right) H_z(\vec{k}) \right\}, \end{aligned} \quad (8)$$

где

$$\begin{aligned} B &= n_2^- \left(k_{2z}^- + \frac{\mu_2}{\mu_1} k_z \right) [(\varepsilon_2 + \gamma) k_z - \varepsilon_1 k_{2z}^+] + \\ &\quad + n_2^+ \left(k_{2z}^+ + \frac{\mu_2}{\mu_1} k_z \right) [(\varepsilon_2 - \gamma) k_z - \varepsilon_1 k_{2z}^-]. \end{aligned}$$

$E_{2z}^-(\vec{k})$ получается из $E_{2z}^+(\vec{k})$ взаимной заменой индексов плюс и минус и изменением знака перед i и γ .

Отраженная волна имеет эллиптическую поляризацию. Лишь при углах падения, удовлетворяющих равенству

$$\sin^2 \theta = \frac{\mu_2 (\varepsilon_2 + \gamma) (\varepsilon_2 - \gamma)}{\varepsilon_1 \mu_1 \varepsilon_2}, \quad (9)$$

отраженная волна сохраняет плоскую поляризацию.

Если падающая волна поляризована в плоскости падения (электрический вектор лежит в плоскости xz), то отраженная и преломленные волны будут опять иметь эллиптическую поляризацию. Пусть падение происходит под углом $\varphi = 0$. Тогда

$$\begin{aligned} E_{2z}^{\pm}(\vec{k}) &= 2k_z k_z^{\pm} \frac{1}{A} \left(k_{2z}^{\pm} - \frac{\mu_2}{\mu_1} k_z \right) E_z(\vec{k}), \\ E_{2y}^{\pm}(\vec{k}) &= \mp i \frac{n_2^{\pm}}{n_1 \sin \theta} E_{2z}^{\pm}(\vec{k}), \\ E_{1y}(\vec{k}) &= E_{2y}^{+}(\vec{k}) + E_{2y}^{-}(\vec{k}). \end{aligned} \quad (10)$$

Если же падающая волна перпендикулярна плоскости падения (например, $E = E_y$), то имеют место следующие формулы

$$\begin{aligned} E_{2z}^{\pm}(\vec{k}) &= 2i \frac{1}{A} \frac{\mu_2}{\mu_1} \frac{k_z}{k_x} (k_x^2 + k_y^2) \left(k_{2z}^{\pm} + \frac{\varepsilon_2 \mp i}{\varepsilon_1} k_z \right) E_y(\vec{k}), \\ E_{1z}(\vec{k}) &= 2i \frac{1}{A} \frac{\mu_2}{\mu_1} \frac{k_z}{k_x} (k_x^2 + k_y^2) [(\varepsilon_2 + \gamma) k_{2z}^{-} - (\varepsilon_2 - \gamma) k_{2z}^{+}] E_y(\vec{k}). \end{aligned} \quad (11)$$

в. Рассмотрим теперь случай нормального падения электромагнитной волны на границу раздела сред. В этом случае

$$\begin{aligned} k_x &= k_y = 0, \quad E_z = 0, \\ k_z &= k = \frac{\omega}{c} n_1, \\ k_{2z}^{\pm} &= k_2^{\pm} = \frac{\omega}{c} n_2^{\pm}. \end{aligned} \quad (12)$$

Для преломленных волн имеем следующие соотношения

$$E_{2y}^{\pm}(\vec{k}) = \pm i E_{2x}^{\pm}(\vec{k}),$$

т. е. волны поляризованы по кругу.

Для амплитуд полей получим следующие выражения

$$\begin{aligned} E_{2x}^{\pm}(\vec{k}) &= \frac{\mu_2}{\mu_1} k \frac{E_x(\vec{k}) - i E_y(\vec{k})}{\frac{\mu_2}{\mu_1} k + k_2^{\pm}}, \\ E_{2x}^{-}(\vec{k}) &= \frac{\mu_2}{\mu_1} k \frac{E_x(\vec{k}) + i E_y(\vec{k})}{\frac{\mu_2}{\mu_1} k + k_2^{-}}. \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 E_{1x}(\vec{k}) &= \frac{\left[\left(\frac{\mu_2}{\mu_1} k \right)^2 - k_2^+ k_2^- \right] E_x(\vec{k}) + i \frac{\mu_2}{\mu_1} k (k_2^+ - k_2^-) E_y(\vec{k})}{\left(\frac{\mu_2}{\mu_1} k + k_2^+ \right) \left(\frac{\mu_2}{\mu_1} k + k_2^- \right)}, \\
 E_{1y}(\vec{k}) &= \frac{\left[\left(\frac{\mu_2}{\mu_1} k \right)^2 - k_2^+ k_2^- \right] E_y(\vec{k}) - i \frac{\mu_2}{\mu_1} k (k_2^+ - k_2^-) E_x(\vec{k})}{\left(\frac{\mu_2}{\mu_1} k + k_2^+ \right) \left(\frac{\mu_2}{\mu_1} k + k_2^- \right)}, \quad (13)
 \end{aligned}$$

т. е. отраженная волна поляризована по эллипсу.

III. Рассмотрим теперь случай, когда волна падает из оптически активной среды на границу с неактивной средой. Мы рассмотрим случай, когда падающая волна является правополяризованной (если падает волна, поляризованная влево, то в результатах надо произвести взаимную замену индексов плюс и минус и изменить знак перед i и γ).

а. Фазовые соотношения.

Волновые вектора и их компоненты удовлетворяют следующим соотношениям

$$\begin{aligned}
 k^2 &= \frac{\omega^2}{c^2} n_1^{\pm 2}, \\
 k_2^+ &= \frac{\omega}{c} n_1^+ \cos \theta = -k_{1z}^+ = -\frac{\omega}{c} n_1^+ \cos \theta_1^+, \\
 k_{1z}^- &= -\frac{\omega}{c} n_1^- \cos \theta_1^-, \\
 n_1^{\pm 2} &= \mu_1 (\varepsilon_1 \pm \gamma), \\
 k_{2z}^2 &= \frac{\omega^2}{c^2} \sqrt{n_2^2 - n_1^{\pm 2} \sin^2 \theta} = \frac{\omega}{c} n_2 \cos \theta_2.
 \end{aligned} \quad (14)$$

Из (14) для углов отражения и преломления получим следующие соотношения

$$\sin \theta_2^+ = \frac{n_1^+}{n_2} \sin \theta, \quad \theta_1^+ = \theta, \quad \frac{\sin \theta_1^-}{\sin \theta} = \frac{n_1^+}{n_1^-}. \quad (15)$$

Из формул (15) видно, что при отражении электромагнитная волна может расщепиться на две, распространяющиеся под разными углами.

б. Соотношения между амплитудами.

Для амплитуд полей из граничных условий получаются следующие выражения

$$\begin{aligned}
 E_{1z}^+(\vec{k}) &= \frac{B}{D} E_z^+(\vec{k}), \\
 E_{1z}^-(\vec{k}) &= \frac{2k^+ k_z^+ k_{2z} \left(\frac{\mu_1}{\mu_2} - \frac{\varepsilon_1 + \gamma}{\varepsilon_2} \right)}{D} E_z^+(\vec{k}), \quad (16)
 \end{aligned}$$

$$E_{2z}(\vec{k}) = 2 \frac{k_z}{\varepsilon_2 D} [k^+ (\varepsilon_1 - \gamma) + k^- (\varepsilon_1 + \gamma)] \left(\frac{\mu_1}{\mu_2} k_{2z} - k_z^- \right) E_z^+(\vec{k}),$$

где

$$B = n_1^- \left(\frac{\mu_1}{\mu_2} k_{2z} + k_z^- \right) \left(k_z^- - \frac{\varepsilon_1 + \gamma}{\varepsilon_2} k_{2z} \right) - n_1^+ \left(\frac{\mu_1}{\mu_2} k_{2z} - k_z^- \right) \times \\ \times \left(k_z^+ + \frac{\varepsilon_1 - \gamma}{\varepsilon_2} k_{2z} \right),$$

$$D = n_1^+ \left(\frac{\mu_1}{\mu_2} k_{2z} + k_z^+ \right) \left(k_z^+ + \frac{\varepsilon_1 - \gamma}{\varepsilon_2} k_{2z} \right) + n_1^- \left(\frac{\mu_1}{\mu_2} k_{2z} - k_z^- \right) \times \\ \times \left(k_z^- + \frac{\varepsilon_1 + \gamma}{\varepsilon_2} k_{2z} \right),$$

$E_z^-(\vec{k})$ — амплитуда падающей волны.

Из формул (15) и (16) видно, что отраженная волна состоит из двух волн, распространяющихся с различной скоростью и под разными углами. Волна с амплитудой $E_{1z}^+(\vec{k})$ распространяется под углом θ_1^+ со скоростью $\frac{c}{V \mu_1 (\varepsilon_1 + \gamma)}$, а волна с амплитудой $E_{1z}^-(\vec{k})$ распространяется со скоростью $\frac{c}{V \mu_1 (\varepsilon_1 - \gamma)}$ под углом θ_1^- . Преломленная волна поляризована по эллипсу и распространяется под углом θ_2 со скоростью $\frac{c}{V \varepsilon_2 \mu_2}$.

В работе [2] рассматривалось отражение электромагнитной волны, падающей из намагниченного феррита на идеально проводящую плоскость. Так же, как и в нашем случае, волна, отраженная от границы, расщепляется на две, причем левополяризованной волне в нашем случае в [2] соответствует необыкновенная волна.

Отметим следующую особенность при отражении электромагнитной волны при падении из активной среды на изотропную (идеальный проводник можно отнести к изотропным средам). По мере приближения угла падения к нормальному, амплитуда обыкновенной отраженной волны стремится к нулю, в то время как амплитуда необыкновенной волны растет.

При нормальном падении, как мы увидим ниже, отраженная волна целиком переходит в необыкновенную.

Аналогичное явление должно иметь место и в случае падения электромагнитной волны из намагниченного феррита на идеальный проводник. Однако, формулы в предельном случае идеального проводника ($\varepsilon = \infty$) не совпадают, т. к. в нашем случае мы имеем изотропную гиротропную среду, тогда как в [2] рассматривается феррит, намагниченный в определенном направлении.

в. Нормальное падение.

Пусть падает волна $\vec{E}^+ (E_x^+, E_y^+)$, причем

$$E_y^+ (\vec{k}) = i E_x^+ (\vec{k}).$$

Отраженная волна имеет вид $\vec{E}_1 = E_1^+ + E_1^-$, причем $E_{1y}^+ (\vec{k}) = \mp i E_{1x}^+ (\vec{k})$. Используя граничные условия, получим

$$E_{1x}^+ (\vec{k}) = 0,$$

$$E_{1x}^- (\vec{k}) = - \frac{\frac{\mu_1}{\mu_2} k_2 - k^+}{\frac{\mu_1}{\mu_2} k_2 + k^+} E_x^+ (\vec{k}),$$

$$E_{2x} (\vec{k}) = 2 \frac{k^+}{\frac{\mu_1}{\mu_2} k_2 + k^+} E_x^+ (\vec{k}), \quad (17)$$

$$E_{2y} (\vec{k}) = i E_{2x} (\vec{k}).$$

Как видим, при отражении правополяризованная по кругу волна переходит в левополяризованную и распространяется уже со скоростью $\frac{c}{\sqrt{\mu_1(\epsilon_1 - \gamma)}}$, а прошедшая волна поляризована по кругу вправо.

В заключение приношу благодарность Б. М. Болотовскому за весьма ценные советы и обсуждения в ходе решения задачи.

ЦНИ Физико-техническая лаборатория

АН Армянской ССР

Физический институт АН СССР

им. Лебедева

Поступила 26 V 1962

Օ. Յ. Մերգելյան

ԷԼԵԿՏՐԱՄԱԳՆԻՍԱԿԱՆ ԱԼԻՔՆԵՐԻ ԱՆԴՐԱԴԱՐՁՈՒՄՆ ՈՒ ԲԵԿՈՒՄԸ
ԻՋՈՏՐՈՊ ԵՎ ՕՊՏԻԿՈՐԵՆ ԱԿՏԻՎ ՄԻՋԱՎԱՅՐԵՐԻ ՍԱՀՄԱՆԻՑ

Ա Մ Փ Ո Փ Ո Ւ Մ

Աշխատության մեջ դիտարկված են էլեկտրամագնիսական երևույթները իզոտրոպ և օպտիկորեն ակտիվ միջավայրերը բաժանող սահմանի վրա: Ստացված են Ֆրենելի բանաձևերը անդրադարձված և բևեռված ալիքների համար: Հետադառնված է ալիքների բևեռացումը: Յուրյ է տրված, որ երբ որոշակի բևեռացում ունեցող ալիքը օպտիկորեն ակտիվ միջավայրից անցնում է իզոտրոպ միջավայր, ապա նա բաժանվում է երկու ալիքների, որոնք տարածվում են տարբեր արագությամբ, իսկ ալիքի անցման դեպքում բևեռացման վեկտորի պտտման ուղղությունը փոփոխվում է:

ЛИТЕРАТУРА

1. Ландау Л. Д., Лифшиц Е. М. Электродинамика сплошных сред. Физматгиз, М., 1959.
2. Микаелян А. Л., Пистельковс А. А. Радиотехника, 10, № 3, 1955.