

Ж. Е. Багдасарян

Устойчивость анизотропной цилиндрической оболочки в сверхзвуковом потоке газа

1. Рассмотрим круговую цилиндрическую оболочку бесконечной длины, изготовленную из ортотропного материала.

За координатную поверхность принимается срединная поверхность оболочки, которая представляется координатами α, β (α —вдоль образующей, β —по дуге поперечного сечения) и радиусом кривизны $R = \text{const}$. Принимается, что материал оболочки подчиняется обобщенному закону Гука и в каждой точке имеет три плоскости упругой симметрии, главные направления которых совпадают с направлениями ортогональных линий α', β', γ .

Пусть одна из плоскостей упругой симметрии материала параллельна срединной поверхности оболочки, а остальные две составляют некоторый угол φ с осями $o\alpha$ и $o\beta$. Следовательно, система α', β', γ получается из системы α, β, γ путем поворота вокруг общей оси γ на некоторый угол φ .

Пусть, далее, оболочка обтекается сверхзвуковым потоком сжимаемого газа с невозмущенной скоростью U , направленной вдоль оси $o\alpha$ (фиг. 1).



Фиг. 1.

В отношении тонкой пологой оболочки принимается гипотеза недеформируемых нормалей.

В силу этой гипотезы из обобщенного закона Гука, отнесенного к триортогональной системе координат α, β, γ , имеем [1,2]

$$\begin{aligned} \sigma_\alpha &= B_{11}\varepsilon_1 + B_{12}\varepsilon_2 + B_{16}\omega + \gamma(B_{11}\varepsilon_1 + B_{12}\varepsilon_2 + B_{16}\omega), \\ \sigma_\beta &= B_{12}\varepsilon_1 + B_{22}\varepsilon_2 + B_{26}\omega + \gamma(B_{12}\varepsilon_1 + B_{22}\varepsilon_2 + B_{26}\omega), \\ \tau_{\alpha\beta} &= B_{16}\varepsilon_1 + B_{26}\varepsilon_2 + B_{66}\omega + \gamma(B_{16}\varepsilon_1 + B_{26}\varepsilon_2 + B_{66}\omega). \end{aligned} \quad (1.1)$$

Здесь

$$\begin{aligned} \varepsilon_1 &= \frac{\partial u}{\partial \alpha}, \quad \varepsilon_2 = \frac{\partial v}{\partial \beta} + \frac{w}{R}, \quad \omega = \frac{\partial u}{\partial \beta} + \frac{\partial v}{\partial \alpha}, \\ \varepsilon_1 &= -\frac{\partial^2 w}{\partial \alpha^2}, \quad \varepsilon_2 = -\frac{\partial^2 w}{\partial \beta^2}, \quad \tau = -2\frac{\partial^2 w}{\partial \alpha \partial \beta}. \end{aligned} \quad (1.2)$$

B_{ik} — упругие коэффициенты материала оболочки в системе координат (α, β, γ) , которые выражаются через упругие коэффициенты B'_{ik} в системе $(\alpha', \beta', \gamma')$ известными формулами преобразования [1]:

$$\begin{aligned} B_{11} &= B'_{11} \cos^4 \varphi + 2(B'_{12} + 2B'_{66}) \sin^2 \varphi \cos^2 \varphi + B'_{22} \sin^4 \varphi, \\ B_{22} &= B'_{11} \sin^4 \varphi + 2(B'_{12} + 2B'_{66}) \sin^2 \varphi \cos^2 \varphi + B'_{22} \cos^4 \varphi, \\ B_{12} &= B'_{12} + [B'_{11} + B'_{22} - 2(B'_{12} + 2B'_{66})] \sin^2 \varphi \cos^2 \varphi, \\ B_{66} &= B'_{66} + [B'_{11} + B'_{22} - 2(B'_{12} + 2B'_{66})] \sin^2 \varphi \cos^2 \varphi, \end{aligned} \quad (1.3)$$

где

$$B'_{11} = \frac{E'_1}{1 - \nu'_1 \nu'_2}, \quad B'_{22} = \frac{E'_2}{1 - \nu'_1 \nu'_2}, \quad B'_{12} = \nu'_1 B'_{22} = \nu'_2 B'_{11}, \quad B'_{66} = G'_{12}.$$

Побочные коэффициенты B_{16} и B_{26} , которые в системе координат $(\alpha', \beta', \gamma')$ равны нулю, здесь, в системе координат (α, β, γ) , имеют вид

$$\begin{aligned} B_{16} &= \frac{1}{2} [B'_{22} \sin^2 \varphi - B'_{11} \cos^2 \varphi + (B'_{12} + 2B'_{66}) \cos 2\varphi] \sin 2\varphi, \\ B_{26} &= \frac{1}{2} [B'_{22} \cos^2 \varphi - B'_{11} \sin^2 \varphi - (B'_{12} + 2B'_{66}) \cos 2\varphi] \sin 2\varphi. \end{aligned} \quad (1.4)$$

$u = u(\alpha, \beta, t)$, $v = v(\alpha, \beta, t)$, $w = w(\alpha, \beta, t)$ — соответственно тангенциальные и нормальные перемещения точки (α, β) срединной поверхности оболочки.

Подставляя значения напряжений σ_α , σ_β и $\tau_{\alpha\beta}$ в обычные формулы для внутренних сил и моментов, получим:

$$\begin{aligned} T_1 &= c_{11} \frac{\partial u}{\partial \alpha} + c_{12} \frac{\partial v}{\partial \beta} + c_{16} \left(\frac{\partial u}{\partial \beta} + \frac{\partial v}{\partial \alpha} \right) + c_{12} \frac{w}{R}, \\ T_2 &= c_{12} \frac{\partial u}{\partial \alpha} + c_{22} \frac{\partial v}{\partial \beta} + c_{26} \left(\frac{\partial u}{\partial \beta} + \frac{\partial v}{\partial \alpha} \right) + c_{22} \frac{w}{R}, \\ S &= c_{16} \frac{\partial u}{\partial \alpha} + c_{26} \frac{\partial v}{\partial \beta} + c_{66} \left(\frac{\partial u}{\partial \beta} + \frac{\partial v}{\partial \alpha} \right) + c_{26} \frac{w}{R}, \\ M_1 &= -D_{11} \frac{\partial^2 w}{\partial \alpha^2} - D_{12} \frac{\partial^2 w}{\partial \beta^2} - 2D_{16} \frac{\partial^2 w}{\partial \alpha \partial \beta}, \\ M_2 &= -D_{22} \frac{\partial^2 w}{\partial \beta^2} - D_{12} \frac{\partial^2 w}{\partial \alpha^2} - 2D_{26} \frac{\partial^2 w}{\partial \alpha \partial \beta}, \\ H &= -D_{16} \frac{\partial^2 w}{\partial \alpha^2} - D_{26} \frac{\partial^2 w}{\partial \beta^2} - 2D_{66} \frac{\partial^2 w}{\partial \alpha \partial \beta}. \end{aligned} \quad (1.6)$$

Здесь жесткости растяжения c_{ik} и изгиба D_{ik} имеют вид:

$$c_{ik} = B_{ik} h, \quad D_{ik} = B_{ik} \frac{h^3}{12}, \quad (1.7)$$

где h — толщина оболочки.

Эти усилия и моменты удовлетворяют следующим дифференциальным уравнениям движения оболочки:

$$\begin{aligned} \frac{\partial T_1}{\partial x} + \frac{\partial S}{\partial \beta} &= \rho_0 h \frac{\partial^2 u}{\partial t^2}, & \frac{\partial T_2}{\partial \beta} + \frac{\partial S}{\partial x} &= \rho_0 h \frac{\partial^2 v}{\partial t^2}, \\ \frac{\partial^2 M_1}{\partial x^2} + 2 \frac{\partial^2 H}{\partial x \partial \beta} + \frac{\partial^2 M_2}{\partial \beta^2} + \frac{1}{R} T_2 + z &= \rho_0 h \frac{\partial^2 w}{\partial t^2}, \end{aligned} \quad (1.8)$$

где ρ_0 — плотность материала оболочки, z — нормально приложенная внешняя нагрузка.

Подставляя значения внутренних сил и моментов из (1.5)–(1.6) в уравнение движения (1.8), получим следующую систему дифференциальных уравнений движения оболочки*:

$$\begin{aligned} c_{11} \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + 2c_{16} \frac{\partial^2 u}{\partial x \partial \beta} + c_{66} \frac{\partial^2 u}{\partial \beta^2} + c_{16} \frac{\partial^2 v}{\partial x^2} + (c_{12} + c_{66}) \frac{\partial^2 v}{\partial x \partial \beta} + c_{26} \frac{\partial^2 v}{\partial \beta^2} + \\ + \frac{1}{R} \left(c_{12} \frac{\partial w}{\partial x} + c_{26} \frac{\partial w}{\partial \beta} \right) = \rho_0 h \frac{\partial^2 u}{\partial t^2}, \\ c_{22} \frac{\partial^2 v}{\partial \beta^2} + 2c_{26} \frac{\partial^2 v}{\partial x \partial \beta} + c_{66} \frac{\partial^2 v}{\partial x^2} + c_{26} \frac{\partial^2 u}{\partial \beta^2} + (c_{12} + c_{66}) \frac{\partial^2 u}{\partial x \partial \beta} + \\ + c_{16} \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{1}{R} \left(c_{22} \frac{\partial w}{\partial \beta} + c_{26} \frac{\partial w}{\partial x} \right) = \rho_0 h \frac{\partial^2 v}{\partial t^2}, \\ D_{11} \frac{\partial^4 w}{\partial x^4} + 4D_{16} \frac{\partial^4 w}{\partial x^3 \partial \beta} + 2(D_{12} + 2D_{66}) \frac{\partial^4 w}{\partial x^2 \partial \beta^2} + 4D_{26} \frac{\partial^4 w}{\partial x \partial \beta^3} + D_{22} \frac{\partial^4 w}{\partial \beta^4} + \\ + \frac{1}{R} \left[c_{12} \frac{\partial u}{\partial x} + c_{26} \frac{\partial u}{\partial \beta} + c_{22} \frac{\partial v}{\partial \beta} + c_{26} \frac{\partial v}{\partial x} \right] + c_{22} \frac{w}{R^2} - Z + \rho_0 h \frac{\partial^2 w}{\partial t^2} = 0. \end{aligned} \quad (1.9)$$

Для оболочки, совершающей колебания в газе, выражение для поперечной нагрузки имеет вид [3,4]:

$$Z = -2\rho_0 h \varepsilon \frac{\partial w}{\partial t} + \Delta p. \quad (1.10)$$

Здесь ε — коэффициент затухания, Δp — избыточное давление газа, которое согласно „поршневой теории“ [5] имеет вид:

* Заметим, что система (1.9) внешне ничем не отличается от соответствующей системы уравнений движения анизотропной (неортогортропной) цилиндрической оболочки, материал которой имеет одну плоскость упругой симметрии. Поэтому все последующие результаты могут быть применимы и для таких оболочек.

$$\Delta p = -\frac{\gamma p_\infty}{a_\infty} \left(\frac{\partial w}{\partial t} + u \frac{\partial w}{\partial x} \right), \quad (1.11)$$

где p_∞ — давление невозмущенного потока газа, a_∞ — скорость звука для невозмущенного газа, γ — показатель политропы.

Если частота собственных поперечных колебаний оболочки мала по сравнению с частотой собственных колебаний в своей поверхности, то тангенциальными составляющими сил инерции можно пренебречь. В этом случае, введя функцию $\Phi(x, \beta, t)$, связанную с u, v, w соотношениями [2]

$$\begin{aligned} u &= \frac{1}{R} \frac{\partial}{\partial x} \left(a_{22} \frac{\partial^2}{\partial \beta^2} - a_{12} \frac{\partial^2}{\partial x^2} + a_{20} \frac{\partial^2}{\partial x \partial \beta} \right) \Phi(x, \beta, t), \\ v &= -\frac{1}{R} \frac{\partial}{\partial \beta} \left[a_{22} \frac{\partial^2}{\partial \beta^2} + (a_{00} - a_{10}) \frac{\partial^2}{\partial x^2} + 2a_{20} \frac{\partial^2}{\partial x \partial \beta} \right] \Phi - a_{10} \frac{1}{R} \frac{\partial^3 \Phi}{\partial x^3}, \\ w &= \left[a_{11} \frac{\partial^4}{\partial x^4} + 2a_{10} \frac{\partial^4}{\partial x^2 \partial \beta^2} + (a_{00} - 2a_{12}) \frac{\partial^4}{\partial x^2 \partial \beta^2} + \right. \\ &\quad \left. + 2a_{20} \frac{\partial^4}{\partial x \partial \beta^3} + a_{22} \frac{\partial^4}{\partial \beta^4} \right] \Phi \end{aligned} \quad (1.12)$$

и учитывая (1.11), приведем систему (1.9) к одному разрешающему уравнению [2]

$$\begin{aligned} &\left[D_{11} \frac{\partial^4}{\partial x^4} + 4D_{10} \frac{\partial^4}{\partial x^2 \partial \beta^2} + 2(D_{12} + 2D_{00}) \frac{\partial^4}{\partial x^2 \partial \beta^2} + 4D_{20} \frac{\partial^4}{\partial \beta^4} + \right. \\ &+ D_{22} \frac{\partial^4}{\partial \beta^4} \left. \right] \left[a_{11} \frac{\partial^4}{\partial x^4} + 2a_{10} \frac{\partial^4}{\partial x^2 \partial \beta^2} + (a_{00} - 2a_{12}) \frac{\partial^4}{\partial x^2 \partial \beta^2} + 2a_{20} \frac{\partial^4}{\partial x \partial \beta^3} + \right. \\ &+ \left. a_{22} \frac{\partial^4}{\partial \beta^4} \right] \Phi + \frac{1}{R^2} \frac{\partial^4 \Phi}{\partial x^4} + \left[\rho_0 \dot{t} \frac{\partial^2}{\partial t^2} + 2\rho_0 \dot{t} \frac{\partial}{\partial t} + \frac{\gamma p_\infty}{a_\infty} \frac{\partial}{\partial t} + \right. \\ &+ \frac{\gamma p_\infty}{a_\infty} U \frac{\partial}{\partial x} \left. \right] \left[a_{11} \frac{\partial^4}{\partial x^4} + 2a_{10} \frac{\partial^4}{\partial x^2 \partial \beta^2} + (a_{00} - 2a_{12}) \frac{\partial^4}{\partial x^2 \partial \beta^2} + \right. \\ &+ \left. 2a_{20} \frac{\partial^4}{\partial x \partial \beta^3} + a_{22} \frac{\partial^4}{\partial \beta^4} \right] \Phi(x, \beta, t) = 0, \end{aligned} \quad (1.13)$$

где

$$\begin{aligned} a_{11} &= \frac{c_{11}c_{00} - c_{10}^2}{c_{00}\Omega}, & a_{22} &= \frac{c_{22}c_{00} - c_{20}^2}{c_{00}\Omega}, \\ a_{12} &= \frac{c_{12}c_{00} - c_{10}c_{20}}{c_{00}\Omega}, & a_{00} &= \frac{c_{11}c_{22} - c_{12}^2}{c_{00}\Omega}, \\ a_{10} &= \frac{c_{11}c_{20} - c_{12}c_{10}}{c_{00}\Omega}, & a_{20} &= \frac{c_{22}c_{10} - c_{12}c_{20}}{c_{00}\Omega}, \end{aligned} \quad (1.14)$$

$$\Omega = \frac{1}{c_{66}^2} [(c_{11}c_{66} - c_{16}^2)(c_{22}c_{66} - c_{26}^2) - (c_{12}c_{66} - c_{16}c_{26})^2].$$

2. Решение уравнения (1.13) ищем в виде

$$\Phi = \Phi_0 e^{i(\omega t - kx - \frac{n}{R}\varphi)} \quad (2.1)$$

Здесь Φ_0 — некоторая комплексная постоянная, ω — частота колебаний, $k = \frac{\pi}{\lambda}$ — волновое число, λ — длина полуволны в направлении образующих, n — целое число волн по окружности оболочки.

Подстановка (2.1) в (1.13) приводит к характеристическому уравнению, которое запишем следующим образом:

$$\omega^2 - i\omega(2\varepsilon + \gamma) - \Omega_1^2(k, n) + ikU\gamma = 0, \quad (2.2)$$

где

$$\Omega_1^2(k, n) = \frac{1}{\rho_0 h} \left[D_{11}k^4 + 4D_{16}k^3 \frac{n}{R} + 2(D_{12} + 2D_{66})k^2 \frac{n^2}{R^2} + 4D_{26}k \frac{n^3}{R^3} + D_{22} \frac{n^4}{R^4} + \frac{1}{R^2} \frac{k^4}{a_{11}k^4 + 2a_{16}k^3 \frac{n}{R} + (a_{66} - 2a_{12})k^2 \frac{n^2}{R^2} + 2a_{26} \frac{kn^3}{R^3} + a_{22} \frac{n^4}{R^4}} \right] \quad (2.3)$$

— квадрат частоты собственных поперечных колебаний оболочки в вакууме, a

$$\gamma = \frac{\kappa p_\infty}{\rho_0 h a_\infty}.$$

Для любых заданных значений k и n из уравнения (2.2) можно найти частоту ω . Если ее мнимая часть положительна, то невозмущенное движение устойчиво по отношению к малым возмущениям. Наличие частот с отрицательной мнимой частью означает неустойчивость. Условия того, чтобы уравнение (2.2) с комплексными коэффициентами не имело корней с отрицательными мнимыми частями, могут быть представлены в форме, аналогичной хорошо известным условиям Рауса-Гурвица [3, 4, 6]. Поступая аналогичным образом, как в работах [3, 4], из этих условий для критической скорости получим формулу

$$U_{кр.} = V \left(1 + \frac{2\varepsilon}{\gamma} \right). \quad (2.4)$$

Здесь $V = \frac{\Omega_1}{k}$ — фазовая скорость распространения упругих волн в оболочке:

$$V^2 = \frac{1}{\rho_0 h R^2} \left[\frac{D_{11}m^4 + 4D_{16}m^3n + 2(D_{12} + 2D_{66})m^2n^2 + 4D_{26}mn^3 + D_{22}n^4}{m^2} + \right]$$

$$+ R^2 \frac{m^2}{a_{11}m^4 + 2a_{16}m^3n + (a_{66} - 2a_{11})m^2n^2 + 2a_{26}mn^3 + a_{22}n^4} \Bigg], \quad (2.5)$$

где

$$m = kR.$$

Второй член в скобках формулы (2.4) учитывает влияние конструкционного демпфирования.

Из (1.3), (1.4), (1.7) и (1.14) следует, что величины D_{ik} и a_{ik} зависят от ориентации главных направлений упругости материала оболочки, в силу чего из (2.4) и (2.5) легко заметить, что критическая скорость существенным образом зависит от ориентации главных направлений упругости.

Отметим, что критическая скорость, а также и величины D_{ik} и a_{ik} являются периодическими функциями угла φ с периодом π .

Наибольший интерес представляют те значения аргументов m и n , вблизи которых критическая скорость принимает минимальное значение.

Если имеет место симметричная форма потери устойчивости, то $n=0$ и критическая скорость принимает минимальное значение при

$$m = \frac{\sqrt[4]{R}}{\sqrt{D_{11}a_{11}}}. \quad (2.6)$$

Для самой скорости получим формулу

$$U_{kp}^{min} = \sqrt{\frac{2R}{\rho_0 h}} \sqrt{\frac{D_{11}}{a_{11}}} \left(1 + \frac{2\varepsilon}{\gamma}\right). \quad (2.7)$$

Если устойчивость теряется по несимметричной форме, то, учитывая, что n^2 мало по сравнению с m^2 (как это видно из решения задачи для изотропной оболочки и подтверждается нашими вычислениями), членами порядка $\frac{n^2}{m^2} \cdot \frac{D_{16}}{D_{11}}$, $\frac{n^2}{m^2} \cdot \frac{a_{16}}{a_{11}}$ будем пренебрегать. В этом случае критическая скорость принимает минимальное значение вблизи m и n , удовлетворяющих уравнению

$$(D_{11}m + 2D_{16}n)(a_{11}m^2 + 2a_{16}mn)^2 - R^2(a_{11}m + a_{16}n) = 0, \quad (2.8)$$

$$n = 1, 2, 3, \dots$$

Для критической скорости получим приближенную формулу

$$U_{kp}^{min} \approx \frac{1}{R \sqrt{\rho_0 h}} \sqrt{D_{11}m^2 + 4D_{16}mn + \frac{R^2}{a_{11}m^2 + 2a_{16}mn}}. \quad (2.9)$$

Рассматривая формулы (2.6)–(2.9), легко заметить, что минимальные значения критической скорости, а также и величина m (следовательно, и длины полуволны в направлениях образующих) за-

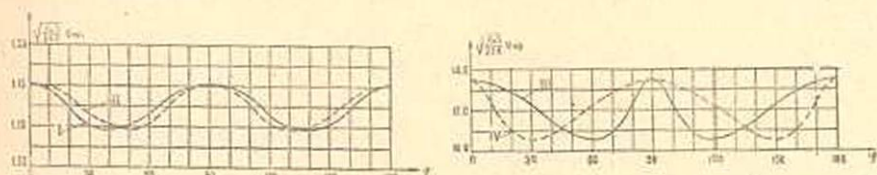
висят от ориентации главных направлений упругости материала оболочки.

3. Для иллюстрации приводим некоторые числовые примеры, принимая $h = 0,01 R$, $\mu = 0$.

Рассматриваются четыре случая комбинаций упругих постоянных:

Случай	E_1'	E_2'	G_{12}'	ν_1'	ν_2'
I	E	$2E$	$0,5E$	$0,165$	$0,23$
II	$2E$	E	$0,5E$	$0,23$	$0,165$
III	$10E$	E	$0,5E$	$0,349$	$0,0349$
IV	E	$10E$	$0,5E$	$0,0349$	$0,349$

При этих исходных данных ниже приведены таблица и график (фиг. 2) зависимости критической скорости от угла φ .



Фиг. 2

φ	$V_{\varphi_0} h / 2 R E \quad U_{kp}^{\min}$			
	I	II	III	IV
0	1,151	1,151	13,506	13,506
15	1,136	1,144	13,141	11,496
30	1,100	1,114	12,261	10,545
45	1,094	1,094	11,185	11,185
60	1,114	1,100	10,545	12,261
75	1,144	1,136	11,496	13,141
90	1,151	1,151	13,506	13,506

Из рассмотренных примеров можно сделать следующие выводы:

а) максимальные значения критической скорости получаются при $\varphi = k \frac{\pi}{2}$ ($k = 0, 1, 2, \dots$), т. е. когда главные направления упругости материала оболочки совпадают с направлением потока газа;

б) минимальные значения критической скорости при $E_1' < E_2'$ достигаются вблизи углов $k\pi < \varphi_1 < k\pi + \frac{\pi}{4}$ и $\frac{3\pi}{4} + k\pi < \varphi_2 < (k+1)\pi$

($k = 0, 1, 2, \dots$), а при $E'_1 > E'_2$ — вблизи $k\pi + \frac{\pi}{4} < \varphi_1 < k\pi + \frac{\pi}{2}$ и $k\pi + \frac{\pi}{2} < \varphi_2 < k\pi + \frac{3\pi}{4}$ ($k = 0, 1, 2, \dots$).

Отметим, что если $E'_1 > E'_2$, то при увеличении E'_1 угол φ_1 приближается к правому пределу, а φ_2 — к левому пределу. Если же $E'_1 < E'_2$, то с уменьшением E'_1 угол φ_1 приближается к левому пределу, а φ_2 — к правому пределу.

Институт математики и механики
АН Армянской ССР

Поступила 17 VII 1962

Ճ. Ե. ԲԱԳԴԱՏԱՐՅԱՆ

ԱՆԻՋՈՏՐՈՊ ԳԼԱՆԱՅԻՆ ԹԱՂԱՆԹԻ ԿԱՅՈՒՆՈՒԹՅՈՒՆԸ ՁԱՅՆԻՑ ՄԵԾ ԱՐԱԳՈՒԹՅՈՒՆ ՈՒՆԵՑՈՂ ԳԱՋԻ ՀՈՍԱՆՔԻ ՄԵՋ

Ա Մ Փ Ո Փ Ո Ւ Մ

Հաղվածում դիտարկված է օրթոտրոպ նյութից բաղկացած զրանային թաղանթի կայունության խնդիրը ձախից մեծ արագության ունեցող դադի հոսանքով շրջապակիում, երբ նյութի առաձգականության գլխավոր ուղղություններից ոչ մեկը չի համընկնում հոսանքի ուղղության հետ: Ուսումնասիրված է օրթոտրոպ նյութի առաձգականության գլխավոր առանցքների տարրերի դիրքերի փոփոխությունը կրիտիկական արագության վրա: Ցույց է արված, թե նրանց խնչպիսի՞ օրինաապարհի դեպքում կրիտիկական արագությունը կլինի ամենամեծը և հակառակը:

Դիտարկված են մի քանի կոնկրետ խնդիրներ: Կատարված են գրոֆիկներ և կազմված են աղյուսակներ:

Л И Т Е Р А Т У Р А

1. Амбарцумян С. А. Теория анизотропных оболочек. Физматгиз, М., 1961.
2. Амбарцумян С. А. Расчет пологих цилиндрических оболочек, собранных из анизотропных слоев. Изв. АН АрмССР, сер. физ.-мат., ест. и техн. наук, **4**, № 5, 1951.
3. Болотин В. В. Некоэрвативные задачи теории упругой устойчивости. Физматгиз, М., 1961.
4. Болотин В. В. Некоторые новые задачи динамики оболочек. Сб. "Расчеты на прочность", вып. 4, Машгиз, 1959.
5. Илюшин А. А. Закон плоских сечений в аэродинамике больших сверхзвуковых скоростей. ПММ, **20**, № 6, 1956.
6. Чеботарев Н. Г., Мейман Н. С. Проблема Рауса—Гурвица для полиномов и целых функций. Изд. АН СССР, 1949.