

ТЕОРИЯ МЕХАНИЗМОВ И МАШИН

М. Б. Эдлиян

Исследование точности шарнирно-шестизвального
механизма

В настоящей работе исследуется вопрос инструментальной точности механизма, т. е. влияние погрешностей отдельных параметров механизма как на точность положения точки шатуна шарнирно-четырёхзвального механизма, описывающего шатунную кривую, мало отличающуюся от заданной траектории, так и точность выстоя ведомого звена шестизвального механизма с остановкой. В работе произведен расчет одного механизма по выбранным допускам.

§ 1. Вывод основных зависимостей для расчета точности
положения точки шатуна шарнирно-четырёхзвального
механизма

Наряду с другими вопросами, одной из основных характеристик механизма является его точность. Точность работы механизма зависит от точности изготовления отдельных его звеньев, в частности, от их действующих первичных ошибок. Если в составе механизма имеется n звеньев, то зависимость ошибки положения, т. е. отклонение точки шатуна шарнирно-четырёхзвального механизма в зависимости от ошибок звеньев механизма, можно определить следующим образом.

Систематическое отклонение конечного звена вследствие всех геометрических первичных ошибок равно

$$\Delta_Y = \sum_{i=1}^n \left(\frac{\partial Y}{\partial q_i} \right) \Delta_{\delta i}, \quad (1.1)$$

где $\left(\frac{\partial Y}{\partial q_i} \right)$ — передаточные отношения механизма, т. е. частные производные уравнения шатунной кривой, описываемой точкой шатуна шарнирно-четырёхзвального механизма, по соответствующим параметрам механизма, $\Delta_{\delta i}$ — смещение центра группирования первичной ошибки.

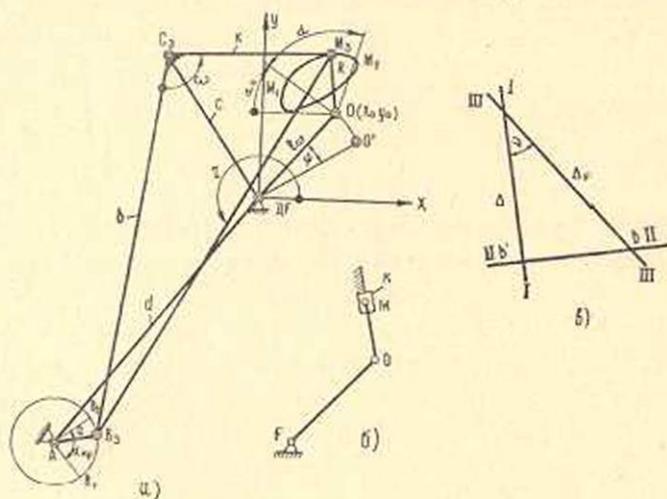
Практически предельное отклонение конечного звена, происходящее от действия первичных ошибок (ошибок в длинах звеньев)* определяется по формуле

$$\delta_Y = \sqrt{\sum_{i=1}^n \left(\frac{\partial Y}{\partial q_i} \right)^2 \delta_i^2}^{**} \quad (1.2)$$

где δ_i — половина поля допуска.

Отклонения размеров звеньев механизма полагаем распределенными по закону Гаусса. При симметрично расположенных допусках Δ_{0i} равно нулю, следовательно $\Delta_Y = 0$. Уравнение шатунной кривой, описываемой точкой шатуна шарнирно-четырёхзвенного механизма, представляет собой алгебраическую кривую 6-го порядка.

Дифференцируя уравнение шатунной кривой по переменному параметру P , где под P подразумеваются параметры механизма a, b, d, ω, K, C (фиг. 1), выражение для δ_Y можно представить в виде



Фиг. 1.

$$\delta_{YP} = \sqrt{\frac{\sum_P \left(a'_{60P} X^6 + a'_{42P} X^4 Y^2 + a'_{24P} X^2 Y^4 + a'_{06P} Y^6 + a'_{50P} X^5 + \dots \right)}{2Y a_{42} X^4 + 4Y^3 a_{24} X^2 + 6Y^5 a_{06} + a_{11} X^4 + 2Y a_{32} X^2 + \dots + a_{41P} X^4 Y + a_{32P} X^3 Y^2 + a_{23P} X^2 Y^3 + a_{14P} X Y^4 + a_{05P} Y^5 + a'_{10P} X^4 + \dots + 3Y^2 a_{23} X^2 + 4Y^3 a_{14} X + 5Y^4 a_{05} + a_{31} X^3 + \dots + a'_{31P} X^3 Y + a'_{22P} X^2 Y^2 + a'_{13P} X Y^3 + a'_{04P} Y^4 + a'_{30P} X^3 + \dots + 2Y a_{22} X^2 + 3Y^2 a_{13} X + 4Y^3 a_{04} + a_{21} X^2 + \dots}}$$

* Ввиду того, что конструирование шарниров не входит в содержание данной задачи, погрешности, возникающие от зазоров в шарнирах нами не учитывались, и в каждом отдельно рассматриваемом механизме должны учитываться особо.

** Под величиной δ_Y подразумевается отклонение траектории точки шатуна от теоретического значения координаты Y .

$$\begin{aligned} & + a'_{21p} X^2 Y + a'_{12p} X Y^2 + a'_{03p} Y^3 + a'_{20p} X^2 + a'_{11p} X Y + a'_{02p} Y^2 + \dots \\ & + 2Y a_{12} X + 3Y^2 a_{03} + a_{11} X + \\ & \left. \frac{+ a'_{10p} Y + a'_{01p} Y + a'_{00p}}{+ 2Y a_{02} + a_{01}} \right)^2 \delta_p^2, \end{aligned} \quad (1.3)$$

где a_{ij} — коэффициенты при переменных X и Y в уравнении шатунной кривой. Влияние параметра η на точность не учитывается и в коэффициентах a_{ij} его принимаем равным нулю. Тогда эти коэффициенты примут следующий вид

$$\begin{aligned} a_{06} = a_{60} &= b^2, & a_{42} = a_{24} &= 3b^2; \\ a_{30} = a_{14} &= -2db(b + K \cos \omega), & a_{32} &= 2a_{30}, \\ a_{05} = a_{41} &= -2Kdb \sin \omega, & a_{23} &= 2a_{05}, \\ a_{13} = a_{31} &= 4Kd^2 b \sin \omega, \\ a_{04} &= d^2(b^2 + K^2) - 2b^2(K^2 + C^2) + 2bK \cos \omega(b^2 + C^2 - a^2), \\ a_{22} &= 2d^2(b^2 + K^2) - 4b^2(K^2 + C^2) + 4bK \cos \omega(b^2 + C^2 - a^2 + d^2), \\ a_{40} &= d^2(b^2 + K^2) - 2b^2(K^2 + C^2) + 2bK \cos \omega(b^2 + C^2 - a^2 + 2d^2), \\ a_{30} = a_{12} &= 2d[(bK \cos \omega + K^2)(2bK \cos \omega + a^2 - d^2 - b^2 - C^2) - \\ & - 2b^2(K^2 - C^2) + 4K^2 b^2 \sin^2 \omega], \\ a_{11} = a_{03} &= -2Kdb \sin \omega(d^2 - a^2 + b^2 - C^2 + 2bK \cos \omega - 2K^2), \\ a_{20} &= (K^2 - C^2)[2(bK \cos \omega - K^2)(b^2 - 2bK \cos \omega + K^2 + 3d^2 - a^2) + \\ & + (b^2 - 2bK \cos \omega + K^2)(2d^2 + K^2 - C^2)] + \\ & + K^2(d^2 - a^2 + b^2 + K^2 - 2bK \cos \omega)^2 - 4K^2 d^2 b^2 \sin^2 \omega, \\ a_{02} &= (K^2 - C^2)[2(bK \cos \omega - K^2)(b^2 - 2bK \cos \omega + K^2 + d^2 - a^2) + \\ & + (b^2 - 2bK \cos \omega + K^2)(2d^2 + K^2 - C^2) + \\ & + K^2(d^2 - a^2 + b^2 + K^2 - 2bK \cos \omega)^2 - 4K^2 d^2 (b \cos \omega - K)^2, \\ a_{11} &= 4Kd^2 b \sin \omega(2bK \cos \omega - K^2 - C^2), \\ a_{10} &= -2d(K^2 - C^2)[(bK \cos \omega - K^2)(d^2 - a^2) + \\ & + (b^2 + K^2 - 2bK \cos \omega)(bK \cos \omega - C^2)], \\ a_{01} &= -2Kdb(C^2 - K^2) \sin \omega(d^2 - a^2 + b^2 + K^2 - 2bK \cos \omega), \\ a_{60} &= d^2(K^2 - C^2)(b^2 + K^2 - 2bK \cos \omega). \end{aligned}$$

Выражение $\frac{\partial Y}{\partial q_a}$ имеет вид

$$\frac{\partial Y}{\partial q_a} = \frac{a'_{40a} X^4 + a'_{22a} X^2 Y^2 + a'_{04a} Y^4 + \rho^2(a'_{30a} X + a'_{21a} Y) + \dots}{\rho^4(6Y a_{60} + a_{05}) + \rho^2(4Y^2 a_{05} + 4XY a_{50} + a_{31} X + a_{21}) + \dots}$$

$$\rightarrow \dots \frac{+ a'_{20a} X^2 + a'_{02a} Y^2 + a'_{10a} X + a'_{01a} Y}{+ 4Y^2 a_{04} + 2Y^2 (a_{31} X + a_{21}) + 2Y (a_{12} X + a_{02}) + a_{11} X + a_{01}} \quad (1.5)$$

Выражения для $\frac{\partial Y}{\partial q_d}$, $\frac{\partial Y}{\partial q_K}$ и $\frac{\partial Y}{\partial q_m}$ имеют следующий вид

$$\begin{aligned} \frac{\partial Y}{\partial q_d} = \frac{\partial Y}{\partial q_K} = \frac{\partial Y}{\partial q_m} = \\ = \frac{\rho^4 (a'_{50l} X - a'_{41l} Y) + \rho^2 (a'_{30l} X + a'_{31l} XY + a'_{21l} Y) + a'_{40l} X^4 +}{\rho^4 (6Y a_{06} + a_{03}) + \rho^2 (4Y^2 a_{05} + 4XY a_{30} + a_{31} X + a_{21}) +} \dots \rightarrow \\ \rightarrow \dots \frac{+ a'_{22l} X^2 Y^2 + a'_{04l} Y^4 + a'_{20l} X^2 + a'_{11l} XY + a'_{02l} Y^2 +}{+ 4Y^2 a_{04} + 2Y^2 (a_{31} X + a_{21}) + 2Y (a_{12} X + a_{02}) +} \dots \rightarrow \\ \rightarrow \dots \frac{+ a'_{10l} X + a'_{01l} Y + a'_{00l}}{+ a_{11} X + a_{01}} \quad (1.6) \end{aligned}$$

а выражения для $\frac{\partial Y}{\partial q_b}$ и $\frac{\partial Y}{\partial q_c}$ имеют вид

$$\begin{aligned} \frac{\partial Y}{\partial q_b} = \frac{\rho^6 a'_{60b} + \rho^4 (a'_{50b} X + a'_{41b} Y) + \rho^2 (a'_{30b} X + a'_{31b} XY + a'_{21b} Y) +}{\rho^4 (6Y a_{06} + a_{03}) + \rho^2 (4Y^2 a_{05} + 4XY a_{30} + a_{31} X + a_{21}) +} \dots \rightarrow \\ \rightarrow \dots \frac{+ a'_{40b} X^4 + a'_{22b} X^2 Y^2 + a'_{04b} Y^4 + a'_{21b} X^2 + a'_{11b} XY +}{+ 4Y^2 a_{04} + 2Y^2 (a_{31} X + a_{21}) + 2Y (a_{12} X + a_{02}) +} \dots \rightarrow \\ \rightarrow \dots \frac{+ a'_{02b} Y^2 + a'_{10b} X + a'_{01b} Y + a'_{00b}}{+ a_{11} X + a_{01}} \quad (1.7) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial Y}{\partial q_c} = \frac{a'_{40c} (X^4 + Y^4) + a'_{12c} X^2 Y^2 + a'_{04c} Y^4 + \rho^2 (a'_{30c} X + a'_{21c} Y) +}{\rho^4 (2Y a_{06} + a_{03}) + \rho^2 (4Y^2 a_{05} + 4XY a_{30} + a_{31} X + a_{21}) +} \dots \rightarrow \\ \rightarrow \dots \frac{+ a'_{20c} X^2 + a'_{11c} XY + a'_{02c} Y^2 + a'_{10c} X + a'_{01c} Y + a'_{00c}}{+ 4Y^2 a_{04} + 2Y^2 (a_{31} X + a_{21}) + 2Y (a_{12} X + a_{02}) + a_{11} X + a_{01}} \quad (1.8) \end{aligned}$$

Имея предельные отклонения положения точки M шатуна δ_y как функцию первичных ошибок звеньев механизма, можно определить предельные отклонения точки M шатуна по нормали

$$\delta_n = \frac{\delta_y}{\sin \zeta} \quad (1.9)$$

где ζ — угол, составленный радиусом-вектором текущей точки шатунной кривой с осью x .

§ 2. Анализ точности присоединенной группы механизма с выстоем

Ввиду того, что в шестизвенном механизме с остановкой шатунная кривая на дуге аппроксимации воспроизводит окружность лишь

приближенно и с определенной степенью точности, ведомое звено дилды, присоединяемой к основному круговому шарнирно-четырёхзвенному направляющему механизму, будет вместо остановки отклоняться на какой-то угол Δ_ϕ . Поэтому, имея предельное отклонение положения точки M шатуна основного механизма, необходимо определить величину угла отклонения ведомого звена OF (фиг. 1а) с учетом как величины теоретического отклонения Δ_n^* , так и величины предельного отклонения δ_n и первичной ошибки звена MO . Для этого воспользуемся графическим методом определения ошибки положения, данным в книге Н. Г. Бруевича "Точность механизмов".

Введем в точке O диады MOF дополнительное звено в виде ползушки k и рассмотрим полученный кривошипно-шатунный механизм FOM (фиг. 1б). Для данного кривошипно-шатунного механизма построим план малых перемещений**.

Ошибка положения точки O определяется по формуле

$$\Delta = \Delta_n + \delta_n + \delta_{ш}^{***}, \quad (2.1)$$

Проведем линию I—I, параллельную шатуну MO и отложим отрезок ab' , изображающий в масштабе величину Δ (фиг. 1в). Из точки b' проведем линию $b'b$, перпендикулярную к MO и из точки a проведем линию III—III, перпендикулярную к FO . Отрезок Δ_F в масштабе картины малых перемещений дает величину отклонения точки O .

$$\Delta_F = \frac{\Delta}{\cos \nu}, \quad (2.2)$$

где ν — угол давления между звеньями MO и OF . При $\nu = 0$ получим $\Delta_F = \Delta$. Поэтому естественно выбирать неподвижный центр F так, чтобы величина угла ν была бы в допустимых пределах****.

Тогда величина угла отклонения ведомого звена OF будет выражаться зависимостью

$$\Delta_\phi = \frac{\Delta_F}{l_{OF}} \quad (2.3)$$

или в % к углу качания ψ ведомого звена OF

$$\varepsilon = \frac{\Delta_\phi}{\psi} 100\%, \quad (2.4)$$

где l_{OF} — длина звена OF .

* Под величиной Δ_n подразумеваются отклонения между шатунной кривой и аппроксимирующей окружностью, данные в работе [4].

** План малых перемещений построен для точки наибольшего удаления шатунной кривой от аппроксимирующей окружности.

*** Величины Δ_n , δ_n и $\delta_{ш}$ могут принимать как положительные, так и отрицательные значения.

**** Выбор неподвижного центра F из условия нестеснимости движения и допустимых углов передачи не рассматривается в настоящей задаче.

§ 3. Расчет на точность шестизвенового шарнирного механизма с остановкой по выбранным допускам

В качестве примера расчета на точность возьмем механизм, центр F которого совпадает с центром D .

Ввиду отсутствия ГОСТ-ов на допуски линейных размеров, последние нами ориентировочно выбраны как допуски на межцентровые расстояния по соответствующему классу изготовления звеньев механизма.

Номинальные размеры параметров механизма в масштабе кривошипа при длине кривошипа $a = 50$ мм приведены в таблице 1.

Таблица 1

	Параметры механизма	Номинальные значения
b	6,467941	433 мм
d	5,363597	359 мм
a	0,747665	50 мм
α	101°13'22"	101°13'22"
K	2,763491	185 мм
C	2,8	187 мм

Угловая погрешность параметра α переводится в линейную ошибку по оси y .

Выбрав величины допусков на линейные размеры звеньев и на угол в секундах, просчитываются значения передаточных отношений для трех точек шатунной кривой, наиболее удаленных от аппроксимирующей окружности (см. табл. 2).

Таблица 2

Точка	$\frac{\partial Y}{\partial q_a}$	$\frac{\partial Y}{\partial q_d}$	$\frac{\partial Y}{\partial q_b}$	$\frac{\partial Y}{\partial q_K}$	$\frac{\partial Y}{\partial q_C}$	$\frac{\partial Y}{\partial q_\alpha}$
M_1	-0,022076	0,162754	-0,149153	-0,089572	-0,574201	0,291359
M_2	-0,029835	0,207851	-0,163467	-0,198029	-0,762272	0,408512
M_3	-0,040658	0,223805	0,055563	-0,437401	-0,422965	0,346916

В таблице 3 даны величины δ_n , Δ , Δ_F , Δ_φ , ε для механизма, выполненного по II классу точности.

Таблица 3

	$\delta_n = -0,103848$ (в точке M_1)	$\delta_n = -0,134531$ (в точке M_2)	$\delta_n = -0,061724$ (в точке M_3)
Значение Δ	-0,191598	-0,217081	-0,400474
Значение Δ_F при учете только величины Δ_n	-0,034965	-0,022550	-0,295475
Значение Δ_F при учете $\Delta_n + \delta_n + \delta_{ш}$	-0,241413	-0,217081	-0,424502
Значение Δ_φ при учета Δ_n	-0°00'52"	-0°00'34"	-0°07'34"
Значение Δ_φ при учета $\Delta_n + \delta_n + \delta_{ш}$	-0°06'12"	-0°05'34"	-0°10'53"
Значение ε при учете Δ_n	0,085 %	0,056 %	0,742 %
Значение ε при учете $\Delta_n + \delta_n + \delta_{ш}$	0,607 %	0,524 %	0,032 %

Մ. Բ. Էդիլյան

ՀՈՒԱ-ՎԵՑՕՂԱԿԱՎՈՐ ՄԵԽԱՆԻԶՄԻ ՃՇՏՈՒԹՅԱՆ ՀԵՏԱԶՈՏՈՒՄԸ

Ա Մ Փ Ո Փ Ո Ւ Մ

Աշխատության մեջ հետազոտվում է մեխանիզմի գործիքային ճշտության հարցը, այսինքն՝ մեխանիզմի առանձին պարամետրների անճշտությունների ազդեցությունը ինչպես հողա-քառօղակավոր մեխանիզմի շարժաթևի կետի (որի հետադիծը քիչ է տարբերվում նախապես տված կորից), այնպես էլ հողա-վեցօղակավոր կանգառներով մեխանիզմի տարվող օղակի կանգառի ճշտության վրա:

Աշխատության մեջ որպես օրինակ բերված է կանխատեսված թուլություններով մեկ մեխանիզմի հաշվարկը:

ЛИТЕРАТУРА

1. Бруевич Н. Г. Точность механизмов. ГТТИ, М., 1946.
2. Кобринский А. Е. Некоторые вопросы практического расчета на точность механизмов с низшими парами. Труды семинара по ТММ, 8, вып. 31, 1950.
3. Левитский Н. И. Проектирование плоских механизмов с низшими парами. Изд. АН СССР, М., 1950.
4. Эдильян М. Б. Применение электронно-вычислительных машин для синтеза направляющего механизма. Известия АН АрмССР, серия физ.-мат. наук, 14, вып. 5, 1961.