ՀԱՅԿԱԿԱՆ ՍՍՌ ԳԻՏՈՒԹՅՈՒՆՆԵՐԻ ԱԿԱԴԵՄԻԱՅԻ ՏԵՂԵԿԱԳԻՐ
ИЗВЕСТИЯ АКАДЕМИИ НАУК АРМЯНСКОЙ ССР
Ֆիզիկա-մաթեմատ. գիտություններ XV, № 3, 1962 Физико-математические науки

ТЕОРИЯ УПРУГОСТИ

В. Ц. Гнуни

О параметрически возбуждаемых колебаниях слоистых анизотропных гибких оболочек

Рассматривается задача о параметрически возбуждаемых колебаниях гибких оболочек, составленных из произвольного числа однородных ортотропных слоев. В основу ставится теория слоистых анизотропных оболочек, предложенная С. А. Амбарцумяном [1, 2].

Нелинейная задача о параметрически возбуждаемых колебаниях оболочек впервые была поставлена в работе [3] для сферической панели. Указывается, что характер установления резонансных колебаний оболочек качественно отличается от характера установления резонансных колебаний пластинок. Аналогичные задачи для симметрично-собранных слоистых анизотропных пологих оболочек двоякой постоянной кривизны и пологих оболочек вращения рассмотрены в работах [4, 5], откуда, в частности, получаются задачи для слоистых анизотропных прямоугольных и круглых пластинок. Следует отметить, что результаты работ [4, 5] приемлемы для весьма пологих оболочек только в том случае, когда нелинейность слабая и не может существенно изменить гармонического характера движения.

В работе [7] обстоятельно рассмотрена нелинейная задача параметрически возбуждаемых колебаний пологих оболочек.

Исходя из предположения, что при прогибах, сравнимых с толщиной оболочки, симметричная форма волнообразования нарушается [9], в работе [8] рассматривается задача о параметрически возбуждаемых колебаниях замкнутых цилиндрических оболочек. На основе [10] доказывается, что, если $R < 0{,}8464\, nL$, то возбуждение является „жестким“ [3] и определяются нижние критические частоты. В случае же, когда $R > 0{,}8464\, nL$, возбуждение является „мягким“ [3], т. е. динамический хлопок невозможен. Здесь R — радиус, L — длина оболочки, n — число полуволн на окружности.

В работе [11] рассматривается влияние безмоментных деформаций на области параметрических резонансов. Уравнения, полученные в работе [11] можно использовать для рассмотрения одновременного воздействия вынужденных поперечных и параметрически возбуждаемых колебаний. Укажем, что работа [11] является обобщением на случай оболочек некоторых результатов, полученных в [12]. В работе

[13] показывается, что нелинейно-упругим слоистым пластинкам присущи некоторые особенности, характерные, вообще говоря, для оболочек.

Исследованию задач динамической устойчивости гибких слоистых пластинок и оболочек на основе уточненной теории посвящены работы [14, 15].

Работа [16] посвящена исследованию статической устойчивости несимметрично-собранных слоистых ортотропных гибких оболочек.

1. Пусть α и β являются криволинейными ортогональными координатами, совпадающими с линиями кривизны координатной поверхности, γ — расстояние по нормали от точки $(\alpha, \beta, 0)$ до точки (α, β, γ).

За координатную поверхность принимается внешняя поверхность выпуклой стороны оболочки.

Считаем, что плоскости упругой симметрии материалов каждого слоя перпендикулярны к координатным линиям α, β, γ.

Предполагается, что для всего пакета оболочки в целом справедлива гипотеза недеформируемых нормалей.

Поступая обычным образом [1, 9], получаем следующие уравнения движения и неразрывности

$$\frac{\partial T_1}{\partial\alpha} + \frac{\partial S}{\partial\beta} + X - m_0\frac{\partial^2 u}{\partial t^2} + m_1\frac{\partial^3 w}{\partial\alpha\partial t^2} = 0, \tag{1.1}$$

$$\frac{\partial S}{\partial\alpha} + \frac{\partial T_2}{\partial\beta} + Y - m_0\frac{\partial^2 v}{\partial t^2} + m_1\frac{\partial^3 w}{\partial\beta\partial t^2} = 0, \tag{1.2}$$

$$-k_1T_1 - k_2T_2 - \frac{\partial N_1}{\partial\alpha} - \frac{\partial N_2}{\partial\beta} - T_1\frac{\partial^2 w}{\partial\alpha^2} - 2S\frac{\partial^2 w}{\partial\alpha\partial\beta} - T_2\frac{\partial^2 w}{\partial\beta^2} -$$

$$- Z + m_0\frac{\partial^2 w}{\partial t^2} = 0, \tag{1.3}$$

$$\frac{\partial M_1}{\partial\alpha} + \frac{\partial H}{\partial\beta} - N_1 - m_1\frac{\partial^2 u}{\partial t^2} + m_2\frac{\partial^3 w}{\partial\alpha\partial t^2} = 0, \tag{1.4}$$

$$\frac{\partial H}{\partial\alpha} + \frac{\partial M_2}{\partial\beta} - N_2 - m_1\frac{\partial^2 v}{\partial t^2} + m_2\frac{\partial^3 w}{\partial\beta\partial t^2} = 0, \tag{1.5}$$

$$\frac{\partial^2\varepsilon_1}{\partial\beta^2} - \frac{\partial^2\omega}{\partial\alpha\partial\beta} + \frac{\partial^2\varepsilon_2}{\partial\alpha^2} + k_1\frac{\partial^2 w}{\partial\beta^2} + k_2\frac{\partial^2 w}{\partial\alpha^2} + \frac{\partial^2 w}{\partial\alpha^2}\cdot\frac{\partial^2 w}{\partial\beta^2} - \left(\frac{\partial^2 w}{\partial\alpha\partial\beta}\right)^2 = 0. \tag{1.6}$$

Здесь m_0, m_1, m_2 — приведенные массы

$$m_0 = \frac{1}{g}\sum_{j=1}^{n}\gamma_j(\delta_j - \delta_{j-1}), \tag{1.7}$$

$$m_1 = \frac{1}{g}\sum_{j=1}^{n}\gamma_j(\delta_j^2 - \delta_{j-1}^2), \tag{1.8}$$

$$m_2 = \frac{1}{g}\sum_{j=1}^{n}\gamma_j(\delta_j^3 - \delta_{j-1}^3), \tag{1.9}$$

где γ_j — удельный вес j-го слоя, δ_j — расстояние j-го слоя от координатной поверхности оболочки.

Для усилий и моментов имеем [1]

$$\begin{aligned} T_1 &= C_{11}\varepsilon_1 + C_{12}\varepsilon_2 + K_{11}\varkappa_1 + K_{12}\varkappa_2, \\ T_2 &= C_{12}\varepsilon_1 + C_{22}\varepsilon_2 + K_{12}\varkappa_1 + K_{22}\varkappa_2, \\ S &= C_{66}\omega + K_{66}\tau \end{aligned} \tag{1.10}$$

и

$$\begin{aligned} M_1 &= D_{11}\varkappa_1 + D_{12}\varkappa_2 + K_{11}\varepsilon_1 + K_{12}\varepsilon_2, \\ M_2 &= D_{12}\varkappa_1 + D_{22}\varkappa_2 + K_{12}\varepsilon_1 + K_{22}\varepsilon_2, \\ H &= D_{66}\tau + K_{66}\omega, \end{aligned} \tag{1.11}$$

где

$$\begin{aligned} C_{ik} &= \sum_{j=1}^{n} B_{ik}^{j}(\delta_j - \delta_{j-1}), \\ K_{ik} &= \sum_{j=1}^{n} B_{ik}^{j}(\delta_j^2 - \delta_{j-1}^2), \\ D_{ik} &= \sum_{j=1}^{n} B_{ik}^{j}(\delta_j^3 - \delta_{j-1}^3), \end{aligned} \tag{1.12}$$

$$B_{11}^{j} = \frac{E_1^j}{1-\mu_1^j\mu_2^j}, \quad B_{22}^{j} = \frac{E_2^j}{1-\mu_1^j\mu_2^j}, \quad B_{12}^{j} = \mu_1^j E_2^j = \mu_2^j E_1^j, \quad B_{66}^{j} = G_{12}^{j}. \tag{1.13}$$

Деформации срединной поверхности выражаются соотношениями [9]

$$\begin{aligned} \varepsilon_1 &= \frac{\partial u}{\partial \alpha} - k_1 w + \frac{1}{2}\left(\frac{\partial w}{\partial \alpha}\right)^2, \\ \varepsilon_2 &= \frac{\partial v}{\partial \beta} - k_2 w + \frac{1}{2}\left(\frac{\partial w}{\partial \beta}\right)^2, \\ \omega &= \frac{\partial u}{\partial \beta} + \frac{\partial v}{\partial \alpha} + \frac{\partial w}{\partial \alpha}\frac{\partial w}{\partial \beta}, \end{aligned} \tag{1.14}$$

$$\varkappa_1 = -\frac{\partial^2 w}{\partial \alpha^2}, \quad \varkappa_2 = -\frac{\partial^2 w}{\partial \beta^2}, \quad \tau = -2\frac{\partial^2 w}{\partial \alpha \partial \beta}, \tag{1.15}$$

которые удовлетворяют уравнению неразрывности (1.6).

Пренебрегая тангенциальными составляющими сил инерции* и представляя усилия T_1, T_2 и S посредством функции напряжений следующим образом

* Необходимо отметить, что, вообще говоря, пренебрежение тангенциальными составляющими сил инерции и сохранение инерционных членов типа $\frac{\partial^3 w}{\partial \alpha \partial t^2}$ и $\frac{\partial^3 w}{\partial \beta \partial t^2}$ не строго. Это сделано с целью получения результатов в замкнутой форме.

$$T_1 = \frac{\partial^2 \varphi}{\partial \beta^2} - m_1 \frac{\partial^2 w}{\partial t^2},$$
$$T_2 = \frac{\partial^2 \varphi}{\partial \alpha^2} - m_1 \frac{\partial^2 w}{\partial t^2}, \qquad (1.16)$$
$$S = -\frac{\partial^2 \varphi}{\partial \alpha \partial \beta}$$

(при $X = Y = 0$), тождественно удовлетворим первым двум уравнениям равновесия (1.1) и (1.2). На основании (1.14)—(1.16) из уравнений (1.3)—(1.6) получим следующую разрешающую систему дифференциальных уравнений движения

$$a_{11} \frac{\partial^4 \varphi}{\partial \alpha^4} + (a_{66} - 2a_{12}) \frac{\partial^4 \varphi}{\partial \alpha^2 \partial \beta^2} + a_{22} \frac{\partial^4 \varphi}{\partial \beta^4} + k_1 \frac{\partial^2 w}{\partial \beta^2} + k_2 \frac{\partial^2 w}{\partial \alpha^2} +$$
$$+ P_{11} \frac{\partial^4 w}{\partial \alpha^4} + (P_{12} + P_{21} - 2P_{66}) \frac{\partial^4 w}{\partial \alpha^2 \partial \beta^2} + P_{22} \frac{\partial^4 w}{\partial \beta^4} -$$
$$- Q_1 \frac{\partial^4 w}{\partial \alpha^2 \partial t^2} - Q_2 \frac{\partial^4 w}{\partial \beta^2 \partial t^2} + \frac{\partial^2 w}{\partial \alpha^2} \cdot \frac{\partial^2 w}{\partial \beta^2} - \left(\frac{\partial^2 w}{\partial \alpha \partial \beta} \right)^2 = 0, \qquad (1.17)$$

$$(D_{11} - D_{11}^0) \frac{\partial^4 w}{\partial \alpha^4} + 2 (D_{12} - D_{12}^0 + 2D_{66} - 2D_{66}^0) \frac{\partial^4 w}{\partial \alpha^2 \partial \beta^2} + (D_{22} - D_{22}^0) \frac{\partial^4 w}{\partial \beta^4} -$$
$$- k_1 \frac{\partial^2 \varphi}{\partial \beta^2} - k_2 \frac{\partial^2 \varphi}{\partial \alpha^2} - P_{11} \frac{\partial^4 \varphi}{\partial \alpha^4} - (P_{12} + P_{21} - 2P_{66}) \frac{\partial^4 \varphi}{\partial \alpha^2 \partial \beta^2} - P_{22} \frac{\partial^4 \varphi}{\partial \beta^4} -$$
$$- \frac{\partial^2 w}{\partial \alpha^2} \cdot \frac{\partial^2 \varphi}{\partial \beta^2} + 2 \frac{\partial^2 w}{\partial \alpha \partial \beta} \cdot \frac{\partial^2 \varphi}{\partial \alpha \partial \beta} - \frac{\partial^2 w}{\partial \beta^2} \frac{\partial^2 \varphi}{\partial \alpha^2} +$$
$$+ (Q' - m_2) \frac{\partial^4 w}{\partial \alpha^2 \partial t^2} + (Q'' - m_2) \frac{\partial^4 w}{\partial \beta^2 \partial t^2} + (m_0 + k_1 m_1 + k_2 m_1) \frac{\partial^2 w}{\partial t^2} +$$
$$+ m_1 \frac{\partial^2 w}{\partial \alpha^2} \cdot \frac{\partial^2 w}{\partial t^2} + m_1 \frac{\partial^2 w}{\partial \beta^2} \frac{\partial^2 w}{\partial t^2} - Z(\alpha, \beta, t) = 0, \qquad (1.18)$$

где введены следующие обозначения

$$a_{11} = \frac{C_{11}}{\Omega}, \quad a_{22} = \frac{C_{22}}{\Omega}, \quad a_{12} = \frac{C_{12}}{\Omega}, \quad \Omega = C_{11}C_{22} - C_{12}^2, \qquad (1.19)$$

$$P_{11} = a_{11}K_{12} - a_{12}K_{11}, \quad P_{12} = a_{11}K_{22} - a_{12}K_{12},$$
$$P_{21} = a_{22}K_{11} - a_{12}K_{12}, \quad P_{22} = a_{22}K_{12} - a_{12}K_{22}, \quad P_{66} = a_{66}K_{66}, \qquad (1.20)$$

$$Q_1 = (a_{11} - a_{12})\, m_1, \quad Q_2 = (a_{22} - a_{12})\, m_1, \qquad (1.21)$$

$$D_{11}^0 = P_{11}K_{12} + P_{21}K_{11}, \quad D_{22}^0 = P_{22}K_{12} + P_{12}K_{22},$$
$$D_{12}^0 = D_{21}^0 = P_{22}K_{11} + P_{12}K_{12} = P_{11}K_{22} + P_{21}K_{12}, \quad D_{66}^0 = K_{66}P_{66}. \qquad (1.22)$$

$$Q' = K_{11}Q_2 + K_{12}Q_1, \quad Q'' = K_{22}Q_1 + K_{12}Q_2. \qquad (1.23)$$

В системе (1.17), (1.18), заменив $Z(\alpha, \beta, t)$ выражением [12]

$$T_1^0(\alpha, \beta, t)\varkappa_1 + T_2^0(\alpha, \beta, t)\varkappa_2 \tag{1.24}$$

получим уравнения динамической устойчивости оболочки.

2. Пусть прямоугольная в плане $(a\times b)$оболочка радиально оперта по четырем краям. Представив решение системы уравнений (1.17) и (1.18) в виде

$$\begin{aligned} w(\alpha, \beta, t) &= f_{mn}(t)\sin\lambda_n\alpha\sin\mu_m\beta, \\ \varphi(\alpha, \beta, t) &= \Phi_{mn}(t)\sin\lambda_n\alpha\sin\mu_m\beta, \\ \lambda_n &= n\pi/a \quad \mu_m = m\pi/b, \end{aligned} \tag{2.1}$$

тождественно удовлетворим граничным условиям.

Применяя к системе уравнений (1.17) и (1.18) вариационный метод Бубнова-Галеркина, в силу (1.24) и (2.1), для определения $f_{mn}(t)$ получим следующее нелинейное дифференциальное уравнение с переменными коэффициентами

$$\ddot{f}_{mn} - \gamma_{mn}\dot{f}_{mn}f_{mn} + \omega^2\left[1 - \frac{T_1^{omn}(t)}{T_{1*}^{mn}} - \frac{T_2^{omn}(t)}{T_{2*}^{mn}}\right]f_{mn} - \alpha_{mn}f_{mn}^2 + \beta_{mn}f_{mn}^3 = 0. \tag{2.2}$$

Здесь

$$\omega_{mn}^2 = \frac{k_{mn}}{M_{mn}}, \qquad T_{1*}^{mn} = \frac{k_{mn}}{\lambda_n^2}, \qquad T_{2*}^{mn} = \frac{k_{mn}}{\mu_m^2} \tag{2.3}$$

соответственно частота собственных поперечных колебаний и критические значения T_1^0 и T_2^0 при их независимом статическом действии,

$$\alpha_{mn} = \frac{16\lambda_n\mu_m}{abM_{mn}}\left[\frac{k_1\mu_m^2 + k_2\lambda_n^2 - P_{11}\lambda_n^4 - (P_{12} + P_{21} - 2P_{66})\lambda_n^2\mu_m^2 - P_{22}\mu_m^4}{a_{11}\lambda_n^4 + (a_{66} - 2a_{12})\lambda_n^2\mu_m^2 + a_{22}\mu_m^4}\right], \tag{2.4}$$

$$\beta_{mn} = \frac{512}{9M_{mn}}\,\frac{\lambda_n^2\mu_m^2}{a^2b^2}\,\frac{1}{a_{11}\lambda_n^4 + (a_{66} - 2a_{12})\lambda_n^2\mu_m^2 + a_{22}\mu_m^4}, \tag{2.5}$$

$$\begin{aligned} \gamma_{mn} = \frac{32}{3M_{mn}}\Bigg[&\frac{2}{3}\,\frac{\lambda_n^2 + \mu_m^2}{\pi^2 mn}m_1 - \\ &- \frac{\lambda_n\mu_m}{ab}\,\frac{Q_1\lambda_n^2 + Q_2\mu_m^2}{a_{11}\lambda_n^4 + (a_{66} - 2a_{12})\lambda_n^2\mu_m^2 + a_{22}\mu_m^4}\Bigg], \end{aligned} \tag{2.6}$$

где

$$\begin{aligned} k_{mn} = {} & (D_{11} - D_{11}^0)\lambda_n^4 + 2(D_{12} - D_{21}^0 + 2D_{66} - 2D_{66}^0)\lambda_n^2\mu_m^2 + (D_{22} - D_{22}^0)\mu_m^4 + \\ & + \frac{[k_1\mu_m^2 + k_2\lambda_n^2 - P_{11}\lambda_n^2 - (P_{12} + P_{21} - 2P_{66})\lambda_n^2\mu_m^2 - P_{22}\mu_m^4]^2}{a_{11}\lambda_n^4 + (a_{66} - 2a_{12})\lambda_n^2\mu_m^2 + a_{22}\mu_m^4}, \end{aligned} \tag{2.7}$$

$$M_{mn} = m_0 + (k_1 + k_2)m_1 + (\lambda_n^2 + \mu_m^2)m_2 - (Q'\lambda_n^2 + Q''\mu_m^2) -$$

$$
-\frac{(Q_1\lambda_n^2+Q_2\mu_m^2)\left[k_1\mu_m^2+k_2\lambda_n^2-P_{11}\lambda_n^4-(P_{12}+P_{21}-2P_{66})\lambda_n^2\mu_m^2-P_{22}\mu_m^4\right]}{a_{11}\lambda_n^4+(a_{66}-2a_{12})\lambda_n^2\mu_m^2+a_{22}\mu_m^4}. \tag{2.8}
$$

Пусть усилия, характеризующие невозмущенное состояние оболочки изменяются во времени по периодическому закону

$$
T_i^0=T_{i0}+T_{it}\cos\theta t. \tag{2.9}
$$

Тогда уравнение (2.2) примет вид

$$
f''-\gamma f''f+\Omega^2(1-2\mu\cos\theta t)f-\alpha f^2+\beta f^3=0, \tag{2.10}
$$

где

$$
\Omega^2=\omega^2\left(1-\frac{T_{10}T_{2*}+T_{20}T_{1*}}{T_{1*}T_{2*}}\right), \tag{2.11}
$$

$$
\mu=\frac{1}{2}\,\frac{T_{1t}T_{2*}+T_{2t}T_{1*}}{T_{1*}T_{2*}-T_{10}T_{2*}-T_{20}T_{1*}}. \tag{2.12}
$$

Индексы m и n опущены, поскольку уравнение идентично для всех форм колебаний.

Уравнение (2.10) представляет собой уравнение параметрически возбуждаемых колебаний оболочек.

Из формул (2.3) и (2.8) видно, что третье слагаемое в (2.8), учитывающее инерцию вращения, приводит к уменьшению частоты собственных колебаний; второе, четвертое и пятое слагаемые, в зависимости от степени пологости оболочки, могут привести как к уменьшению, так и к увеличению частоты собственных колебаний.

Второй член в уравнениях (2.2) или (2.10) в некоторой степени (т. к. в первых двух уравнениях движения учитываются лишь те инерционные члены, которые возникают от нормального перемещения w) характеризует нелинейную инерционность системы.

Решения уравнения (2.10) ищем в виде

$$
f=f_0+f_1\cos\frac{\theta t}{2},\qquad f=f_0+f_1\sin\frac{\theta t}{2} \tag{2.13}
$$

соответственно для нижней и верхней границ главной области неустойчивости [12]

$$
\theta^2\approx4\Omega^2(1\mp\mu). \tag{2.14}
$$

Подставив (2.13) в уравнение (2.10) и пренебрегая влиянием высших гармоник, получим

$$
\begin{aligned}
&\beta f_0^3-\alpha f_0^2+\Omega^2 f_0-\frac{1}{2}\left(\alpha-\frac{\theta^2}{4}\gamma-3\beta f_0\right)f_1^2=0,\\
&f_1^2-\frac{1}{3\beta}(\theta^2-\theta_*^2)-\frac{4}{3\beta}\left[\left(2\alpha-\frac{\theta^2}{4}\gamma\right)f_0-3\beta f_0^2\right]=0.
\end{aligned} \tag{2.15}
$$

Принимая $f_0\ll f_1$, из системы уравнений (2.15) получим

$$
f_1^2=\frac{1}{3\beta}\left[\theta^2-\theta_*^2+A\pm\sqrt{(\theta^2-\theta_*^2+A)^2+8\Omega^2(\theta^2-\theta_*^2)}\right], \tag{2.16}
$$

где

$$A = \frac{8}{3\beta}\left(\alpha - \frac{\theta^2}{4}\gamma\right)\left(\alpha - \frac{\theta^2}{8}\gamma\right) - 2\Omega^2. \tag{2.17}$$

Здесь возможны следующие случаи

$$A < 0, \qquad A > 0, \qquad A = 0. \tag{2.18}$$

В первом случае для f_1^2 имеем только одно положительное значение и характер установления резонансных колебаний качественно не будет отличаться от случая симметрично-собранной слоистой ортотропной пластинки.

В случае же $A > 0$ обнаруживается явление динамического хлопка оболочки — после входа оболочки в резонанс наблюдается падение частоты до некоторого нижнего критического значения θ_k, которое определяется из уравнения

$$(\theta_k^2 - \theta_*^2 + A)^2 + 8\Omega^2 (\theta_k^2 - \theta_*^2) = 0.$$

Условие $A = 0$ занимает предельное положение и определяет значения параметров оболочки, при которых динамический хлопок невозможен.

Рассматривая формулы (2.4) и (2.17), замечаем, что, в отличие от симметрично-собранных пластинок, здесь, в случае пластинки, $\alpha \neq 0$, $\gamma \neq 0$. В этом случае, при определенном расположении слоев пластинки, возможно выполнение условия $A > 0$, что может привести к хлопку пластинки, а, следовательно, возникнет необходимость определения нижних критических частот параметрического резонанса пластинок. В случае оболочек возможно обратное явление, т. е. при определенном расположении слоев оболочки возможно уменьшение склонности оболочки к хлопку.

Институт математики и механики
АН Армянской ССР

Поступила 27 I 1962

Վ. Ց. Գնունի

ՇԵՐՏԱՎՈՐ ԱՆԻԶՈՏՐՈՊ ՃԿՈՒՆ ԹԱՂԱՆԹՆԵՐԻ ՊԱՐԱՄԵՏՐԱԿԱՆ ԳՐԳՌՈՒՄՆԵՐԻ ՄԱՍԻՆ

Ա Մ Փ Ո Փ Ո Ւ Մ

Հոդվածում դիտարկվում է շերտավոր անիզոտրոպ ճկուն թաղանթների պարամետրական գրգռումների խնդիրը։

Հաշվված են կայունացված տատանումների ամպլիտուդները անկայունության տիրույթներում։

Ապացուցվում է, որ թաղանթի շերտերի որոշակի դասավորվածության դեպքում հաճախականության իջեցում, թաղանթը ռեզոնանսի մեջ ընկնելուց հետո, տեղի չունի։ Ապացուցվում է նաև, որ հաճախականության այդպիսի անկում կարող է տեղի ունենալ ոչ սիմետրիկ հավաքած սալերի պարամետրական տատանումներում։

ЛИТЕРАТУРА

1. *Амбарцумян С. А.* К вопросу расчета слоистых анизотропных оболочек. Известия АН АрмССР, серия физ.-мат. наук, **6**, № 3, 1953.
2. *Амбарцумян С. А* Теория анизотропных оболочек. Физматгиз, М., 1961.
3. *Болотин В. В.* Устойчивость тонкостенной сферической оболочки под действием периодического давления. Расчеты на прочность, в. 2, 1958.
4. *Гнуни В. Ц.* К теории динамической устойчивости слоистых анизотропных оболочек. Известия АН АрмССР, серия физ.-мат. наук, **13**, № 1, 1960.
5. *Багдасарян Ж. Е., Гнуни В. Ц.* К теории динамической устойчивости слоистых анизотропных оболочек вращения. Известия АН АрмССР, серия физ.-мат. наук, **13**, № 5, 1960.
6. *Болотин В. В.* Некоторые нелинейные задачи динамической устойчивости пластин. Известия АН СССР, ОТН, № 10, 1954.
7. *Мишенков Г. В.* Некоторые нелинейные задачи динамической устойчивости оболочек. Труды конференции по теории пластин и оболочек. Казань, 1961.
8. *Гнуни В. Ц.* К теории нелинейной динамической устойчивости оболочек. Известия АН СССР, ОТН, мех. и маш., № 4, 1961.
9. *Вольмир А. С.* Гибкие пластинки и оболочки. Гостехиздат, М., 1956.
10. *Агамиров В. Л., Вольмир А. С.* Поведение цилиндрических оболочек при динамическом нагружении всестороннего давления или осевого сжатия. Известия АН СССР, ОТН, № 3, 1959.
11. *Гнуни В. Ц.* О границах динамической неустойчивости оболочек. Труды конференции по теории пластин и оболочек. Казань, 1961.
12. *Болотин В. В.* Динамическая устойчивость упругих систем. Гостехиздат, М., 1956.
13. *Амбарцумян С. А., Гнуни В. Ц.* О динамической устойчивости нелинейно-упругих трехслойных пластинок. ПММ, **25**, в. 4, 1961.
14. *Амбарцумян С. А., Гнуни В. Ц.* О вынужденных колебаниях и динамической устойчивости трехслойных ортотропных пластинок. Известия АН СССР, ОТН, мех. и маш., № 3, 1961.
15. *Амбарцумян С. А., Багдасарян Ж. Е., Гнуни В. Ц.* Некоторые нелинейные динамические задачи трехслойных анизотропных пластин и оболочек. Труды конференции по теории пластин и оболочек. Львов, 1962.
16. *Гнуни В. Ц.* Об устойчивости несимметрично-собранных слоистых гибких пологих оболочек. ДАН АрмССР, **34**, № 3, 1962.