

Э. Д. Гавазян, Э. М. Лазнев

Разночастотное группирование электронных пучков

§ 1. Введение

Методы получения электронных пучков, сгруппированных в сгустки малой фазовой ширины, представляют несомненный интерес.

В первую очередь это связано с одной из актуальных проблем радиофизики—генерированием миллиметровых волн, где основной задачей является обеспечение когерентного действия электронов.

Не менее интересно применение подобной системы в качестве предварительного группирователя в линейных ускорителях, что позволяет значительно увеличить интенсивность ускоренного пучка и уменьшить энергетический разброс на выходе ускорителя.

В настоящей работе, на основе кинематической теории, рассмотрены характеристики разночастотного группирователя, состоящего из двух резонаторов, возбуждаемых на частотах ω_1 и $k\omega_1$ соответственно. Показано, что подобная система может осуществить группирование в достаточно узкие сгустки.

Гармонический анализ выходного тока группирователя, для рассмотренного в статье конкретного случая, показывает, что в нем содержатся весьма высокие гармоники (~ 800) основной частоты ω_1 .

§ 2. Группирование электронов

Группирователь состоит из двух резонаторов I и II, возбуждаемых с частотами ω_1 и $k\omega_1$ соответственно (фиг. 1). Электронный поток создается электронной пушкой Э. П.

Пусть электрон, обладающий начальной скоростью v_0 , влетает в резонаторы I и II в моменты времени t_1 и t_2 . Тогда, в зазорах на него будут действовать поля

$$\begin{aligned} u_1 &= U_1 \sin \omega_1 t_1, \\ u_2 &= U_2 \sin k(\omega_1 t_2 + \varphi_{12}), \end{aligned} \quad (2.1)$$

где

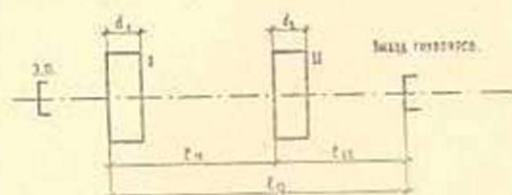
U_1 и U_2 —амплитуды с. в. ч. поля в зазорах резонаторов, φ_{12} —произвольный сдвиг фазы между полями I и II резонаторов. В дальнейшем мы будем пренебрегать взаимодействием электронов в пучке и счи-

тать поля в зазорах резонаторов однородными. Решив уравнения движения электронов, легко можно получить выражения для скоростей частиц v_1 и v_2 на выходе из I и II резонаторов в виде

$$v_1 = v_0 \left[1 + \alpha_1 \frac{U_1}{2U_0} \sin \omega_1 t_1 \right], \quad (2.2)$$

$$v_2 = v_0 \left[1 + \alpha_1 \frac{U_1}{2U_0} \sin \omega_1 t_1 + \frac{\alpha_2}{k} \frac{U_2}{2U_0} \sin k(\omega_1 t_1 + \varphi_{12}) \right],$$

где



Фиг. 1. Схема группирователя.

$$\alpha_1 = \frac{\sin \varphi_0'/2}{\varphi_0'/2} \text{ и } \alpha_2 = \frac{\sin \varphi_0''/2}{\varphi_0''/2}$$

коэффициенты эффективности взаимодействия с полями I и II резонаторов;

$$\varphi_0' = \frac{\omega_1 d_1}{v_0} \text{ и } \varphi_0'' = \frac{\omega_1 d_2}{v_0} \text{ — сред-$$

ние углы пролета в зазорах I и II резонаторов; $k > 1$ — отношение частот I и II резонаторов.

Используя (2.2), можно записать углы пролета между I и II резонаторами θ_{12} и II резонатором и выходом из группирователя θ_{23} в следующем виде

$$\theta_{12} = \frac{\omega_1 l_{12}}{v_2} = \theta_{12}^0 \left[1 - \alpha_1 \frac{U_1}{2U_0} \sin \omega_1 t_1 \right], \quad (2.3)$$

$$\theta_{23} = \frac{\omega_1 l_{23}}{v_2} = \theta_{23}^0 \left[1 - \alpha_1 \frac{U_1}{2U_0} \sin \omega_1 t_1 - \frac{\alpha_2}{k} \frac{U_2}{2U_0} \sin k(\omega_1 t_1 + \varphi_{12}) \right],$$

$$U_1 \ll U_0, \quad U_2 \ll U_0.$$

Здесь обозначено

$$\theta_{12}^0 = \frac{\omega_1 l_{12}}{v_0} \text{ и } \theta_{23}^0 = \frac{\omega_1 l_{23}}{v_0}.$$

Фазовые углы, соответствующие моментам времени прибытия электронов во второй резонатор $\omega_1 t_2$ и выходу из группирователя $\omega_1 t_3$, определяются из следующих выражений

$$\omega_1 t_2 = \omega_1 t_1 + \theta_{12} = \omega_1 t_1 + \theta_{12}^0 - A_{12} \sin \omega_1 t_1, \quad (2.4)$$

$$\begin{aligned} \omega_1 t_3 = \omega_1 t_1 + \theta_{12} + \theta_{23} = \omega_1 t_1 + \theta_{13}^0 - A_{12} \sin \omega_1 t_1 - \\ - \frac{1}{k} A_{23} \sin k(\omega_1 t_1 + \varphi_{12} - A_{12} \sin \omega_1 t_1). \end{aligned}$$

В (2.4) введены следующие обозначения

$$\theta_{13}^0 = \theta_{12}^0 + \theta_{23}^0, \quad A_{12} = \alpha_1 \frac{U_1}{2U_0} \theta_{13}^0, \quad \varphi_{12} = \varphi_{12} + \theta_{12}.$$

$$A_{12} = z_1 \frac{U_1}{2U_0} \theta_{12}^0, \quad A_{23} = z_2 \frac{U_2}{2U_0} \theta_{23}^0.$$

В формуле (2.4) θ_{12}^0 есть угол пролета пространства группирователя частицей, обладающей средней скоростью v_0 .

Фазовая ширина сгустка Φ , сгруппированного около этой частицы на выходе из группирователя, будет равна

$$\Phi = \omega_1 t_2 - \theta_{13}^0 = \omega_1 t_1 - A_{13} \sin \omega_1 t_1 - \frac{1}{k} A_{23} \sin k(\omega_1 t_1 + \tau_{12} - A_{12} \sin \omega_1 t_1). \quad (2.5)$$

Легко видеть, что выражение $\omega_1 t_1 - A_{13} \sin \omega_1 t_1$ аналогично уравнению, описывающему кинематический процесс группирования в случае одного резонатора с частотой ω_1 [1]. Наличие второго члена в (2.5), при соответствующем выборе параметров, входящих в него, позволяет сделать величину Φ достаточно малой в интересующей нас области входных фаз. Действительно, как видно из фиг. 2, функция $\omega_1 t_1 - A_{13} \sin \omega_1 t_1$ при значениях $A_{13} > 1$ имеет минимум, величина которого и определяет разброс фаз на выходе группирователя. Подбирая соответствующим образом второй член, мы можем произвести компенсацию минимума этой кривой. „Выравнивание“ производится на участке $0 \leq \omega_1 t_1 \leq x$, где x — точка прохождения через нуль функции $\omega_1 t_1 - A_{13} \sin \omega_1 t_1$.

При заданном значении x величина A_{13} определяется из соотношения

$$\frac{1}{A_{13}} = \frac{\sin x}{x}. \quad (2.6)$$

Легко видеть, что для осуществления „выравнивания“ необходимо, чтобы удовлетворялось условие

$$k\tau_{12} = (2m + 1)\pi, \quad m = 0, 1, 2, \dots \quad (2.7)$$

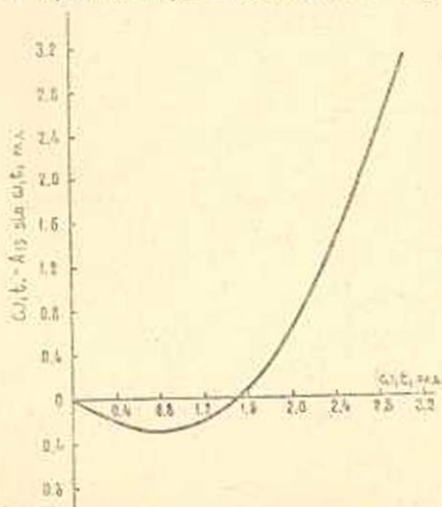
Учитывая (2.7), выражение (2.5) можем записать в виде

$$\Phi = \omega_1 t_1 - A_{13} \sin \omega_1 t_1 + \frac{A_{23}}{k} \sin k(\omega_1 t_1 - A_{12} \sin \omega_1 t_1). \quad (2.8)$$

При условии

$$\Phi(x) = 0$$

A_{12} определяется из соотношения



Фиг. 2. Функция $\omega_1 t_1 - A_{13} \sin \omega_1 t_1$ при $A_{13} = 1.5$.

$$k(x - A_{12} \sin x) = \pi$$

или

(2.9)

$$A_{12} = \left(1 - \frac{\pi}{kx}\right) A_{12}$$

В (2.9) должно удовлетворяться условие

$$k > \frac{\pi}{x} \quad (2.10)$$

При известных k , A_{12} и x максимум функции $\sin k(\omega_1 t_1 - A_{12} \sin \omega_1 t_1)$ будет в точке β , определяемой из условия

$$k(\beta - A_{12} \sin \beta) = \frac{\pi}{2}$$

или

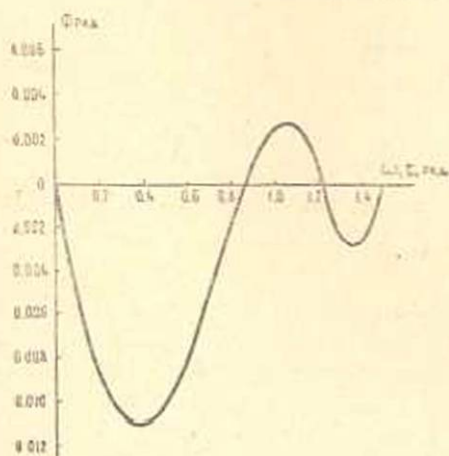
(2.11)

$$\frac{\sin \beta}{\beta} = \left(1 - \frac{\pi}{2k\beta}\right) \frac{1}{A_{12}}$$

Тогда из условия $\Phi(\beta) = 0$ можно определить A_{22} как

$$A_{22} = \beta k \left(A_{12} \frac{\sin \beta}{\beta} - 1 \right) \quad (2.12)$$

Как видно из сказанного выше, задав область захвата x , мы можем определить величины, входящие в выражение (2.8) и произвести полный расчет подобного группирователя.



Фиг. 3. Функция Φ при выборе параметров $x = 1.5$, $A_{12} = 1.5$, $k = 3$, $A_{12} = 0.450$, $A_{22} = 0.830$.

На фиг. 3 приведена зависимость выходной фазы Φ от входной фазы $\omega_1 t_1$ для случая $x = 1.5$ рад.

Группирующие характеристики можно оценить с помощью фиг. 3, а также из уравнения непрерывности [2].

$$i_{\text{вх}} d(\omega_1 t_1) = i_{\text{вых}} d\Phi \quad (2.13)$$

где

$i_{\text{вх}}$ — ток на входе в группирователь,

$i_{\text{вых}}$ — ток на выходе из группирователя.

Входной ток $i_{\text{вх}}$ в течение периода высокой частоты T_1 можно считать постоянным в силу того, что длительность пакетов электронов, формируемых электронной пушкой, гораздо больше T_1 . Из общего числа электронов N_0 , инжектированных электронной пушкой за период высокой частоты, ΔN электронов группируются в сгустки, обладающие фазовой шириной 2Φ .

Так как

$$\frac{\Delta N}{N_0} = \frac{x}{\pi},$$

то для случая, приведенного на фиг. 3, в области фаз $2\Phi = 0,022 \text{ рад}$ группируются 48% частиц от общего числа N_0 .

§ 3. Выходной ток группирователя

Представим выходной ток группирователя в виде разложения в ряд Фурье

$$i_{\text{вых}} = i_0 + \sum_{n=1}^{\infty} [a_n \sin n\Phi + b_n \cos n\Phi] = \sum_{n=0}^{\infty} I_n \cos(n\Phi - \delta), \quad (3.1)$$

где

$$i_0 = \frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} i_{\text{вых}} d\Phi = I_0 \cos \delta,$$

$$a_n = \frac{1}{\pi} \int_0^{2\pi} i_{\text{вых}} \sin n\Phi d\Phi = I_n \sin \delta,$$

$$b_n = \frac{1}{\pi} \int_0^{2\pi} i_{\text{вых}} \cos n\Phi d\Phi = I_n \cos \delta.$$

Используя уравнения непрерывности (2.13), можно записать амплитуды гармоник I_n в виде

$$\left[\frac{\pi I_n}{i_{\text{вых}}} \right]^2 = \left[2 \int_0^{\pi} \cos n\Phi d(\omega_1 t_1) \right]^2 + \left[2 \int_0^{\pi} \sin n\Phi d(\omega_1 t_1) \right]^2. \quad (3.2)$$

Зависимость Φ от $\omega_1 t_1$ дается выражением (2.8), так что задача сводится к определению интегралов (3.2). Однако, вследствие громоздкости непосредственного решения, имеет смысл заменить (2.8) аппроксимированной для каждого конкретного случая зависимостью. Для случая, приведенного на фиг. 3, кривую $\Phi(\omega_1 t_1)$ можно аппроксимировать на участке $0 < \omega_1 t_1 < 1,5 \text{ рад}$ по частям следующими тремя функциями

$$\begin{aligned} \Phi &\approx -0,011 \sin 3,62 \omega_1 t_1 && \text{при } 0 < \omega_1 t_1 < 0,87, \\ \Phi &\approx 0,003 \sin 8,74 (\omega_1 t_1 - 0,87) && \text{при } 0,87 < \omega_1 t_1 < 1,23, \\ \Phi &\approx -0,003 \sin 11,6 (\omega_1 t_1 - 1,23) && \text{при } 1,23 < \omega_1 t_1 < 1,5. \end{aligned} \quad (3.3)$$

Подставив (3.3) в (3.2) и пренебрегая членами второго порядка, получим

$$\left| \frac{\pi I_n}{i_{\text{вх}}} \right|^2 = [1,74J_0(0,011n)]^2 + [0,72J_0(0,003n)]^2 + [0,54J_0(0,003n)]^2 + 0,896[J_0(0,003n)]^2 + 4,314J_0(0,011n)J_0(0,003n), \quad (3.4)$$

J_0 — функция Бесселя первого рода.

Для больших n

$$\frac{I_n}{i_{\text{вх}}} \sim J_0(0,003n), \quad (3.5)$$

откуда следует, что

$$n = \frac{2,4048}{0,003} \approx 801, \quad (3.6)$$

где 2,4048 — первый корень J_0 .

Рассмотренный случай не связан с какой-либо физической задачей и приведен лишь в качестве иллюстрации. В зависимости от конкретных требований необходимо рассмотреть несколько вариантов и выбрать оптимальный. Полученные в работе формулы дают возможность произвести полный расчет разночастотного группирователя.

Физический институт
АН Армянской ССР

Поступила 21 XI 1961

Է. Դ. Գազիզյան, Է. Մ. Լազև

ԷԼԵԿՏՐՈՆԱՅԻՆ ՓՆՋԻ ԽՄԲԱՎՈՐՈՒՄԸ ՏԱՐԲԵՐ ՀԱՃԱԽԱԿԱՆՈՒԹՅՈՒՆՆԵՐՈՎ ԱՇԽԱՏՈՂ ԵՐԿՈՒ ՌԵԶՈՆԱՏՈՐՆԵՐԻՑ ԲԱՂԿԱՑԱԾ ԽՄԲԱՎՈՐՈՒՄԻ ՄԵԶ

Ա Մ Փ Ո Փ Ո Ւ Մ

Աշխատության մեջ դիտարկված են տարբեր ω_1 և $k(\omega_1)$ հաճախականություններիով աշխատող երկու սեղանատուրներից բաղկացած խմբավորիչի խառակտերիստիկաները կինեմատիկական տեսության հիման վրա: Լուծված են էլեկտրոնի շարժման հավասարումները ալդայիսի սխեմայում այն դեպքի համար, երբ արհամարհվում է էլեկտրոնների փոխազդեցությունը:

Ստացված է արտահայտությունները ելքի ֆազի համար՝

$$\Phi = \omega_1 t_1 - A_{13} \sin \omega_1 t_1 - \frac{A_{23}}{k} \sin k(\omega_1 t_1 + \varphi_{12} - A_{22} \sin \omega_1 t_1):$$

Դա իրենից ներկայացնում է մեկ սեղանատուրային խմբավորիչի անալոգը և մի լրացուցիչ անդամ, որը պայմանավորված է երկու սեղանատուրների փոխազդեցությամբ:

Տույց է տրված, որ կամայական պարամետրների համար ընտրության միջոցով կարելի է հասնել Φ -ի մինիմալ արժեքի մուտքի ֆազային մեղ հետաքրքրող խնտրվալում: Տվյալ աշխատության մեջ ելքի ֆազային ցրման

համար ստացվում է, որ $\Delta\Phi = \pm 0,022$ ռադ օլն դեպքում, երբ խմբավորվում են սկզբնական էլեկտրոնների $48\frac{1}{6}$ -ը:

Հարմոնիկ անալիզի միջոցով ջաշյ է տրված, որ էլեկտրոնային հոսանքը պարունակում է հիմնական (ω_1) հաճախականությւն միանգամայն բարձր հարմոնիկներ (< 800):

Л И Т Е Р А Т У Р А

1. Клистроны. Перевод с английского. «Советское Радио», М., 1952.
2. Миллиметровые и субмиллиметровые волны. Сборник переводов. И. Л., М., 1959.