ՀԱՅԿԱԿԱՆ ՍՍՌ ԳԻՏՈՒԹՅՈՒՆՆԵՐԻ ԱԿԱԴԵՄԻԱՅԻ ՏԵՂԵԿԱԳԻՐ
ИЗВЕСТИЯ АКАДЕМИИ НАУК АРМЯНСКОЙ ССР
Ֆիզիկա-մաթեմատ. գիտություններ XV, № 1, 1962 Физико-математические науки

ФИЗИКА

Н. А. Корхмазян

Поляризация переходного излучения в случае наклонного входа

Имеются несколько работ [1—3] относящихся к расчету переходного излучения при наклонном входе заряженной частицы из одной среды в другую, разделенных плоской границей $z=0$. Однако вопрос о поляризации переходного излучения при наклонном входе не исследован.

С другой стороны, переходное излучение можно различить от фона всевозможных побочных эффектов только по характерной для него поляризацией. Поэтому с практической точки зрения важно знать поляризационные свойства этого излучения. Как известно [4], при перпендикулярном входе частицы, электрический вектор поля излучения находится в плоскости излучения, т. е. в плоскости составленной лучом зрения и траекторией частицы. В. Е. Пафомов любезно обратил наше внимание на недочет в работе [3] — при наклонном входе частицы электрический вектор вообще не лежит в плоскости излучения. Он лежит в этой плоскости лишь при совпадении плоскости излучения с плоскостью падения частицы, т. е. при $\varphi=0, \pi$, где φ — азимут плоскости излучения, отсчитанный от плоскости падения.

Плоскость падения есть плоскость образованная траекторией частицы и перпендикуляром восстановленным к границе раздела в точке перехода частицы.

В настоящей работе получены общие формулы, дающие угловые и частотные распределения интенсивности переходного излучения для двух взаимно перпендикулярных поляризаций в отдельности. Причем, продольно поляризованными мы называем волны, электрический вектор которых лежит в плоскости излучения, а волны, электрический вектор которых перпендикулярен к плоскости излучения, назовем поперечно поляризованными. Рассмотрены также некоторые частные случаи.

§ 1. Поля излучения

Пусть плоскость $z=0$ есть граница раздела двух сред, описываемых диэлектрическими постоянными ε_1 и ε_2. Частица двигаясь со

скоростью $\vec{v}$ в плоскости (x, z) из первой среды входит во вторую в момент $t=0$, составляя угол ψ с осью z. Ось z направлена из первой среды во вторую. Все величины относящиеся к первой и второй средам снабдим соответственно индексами 1 и 2. Поля излучения для этого случая получены в работе Г. М. Гарибяна [1] и имеют вид

$$\vec{E}_{1,2}(\vec{r}, t) = \int \vec{E}_{1,2}(\vec{k}) \cdot \exp i(\vec{\varkappa}\vec{\rho} + \lambda_{1,2} \cdot z - \omega t) \cdot d\vec{k} \text{ и т. п.},$$

$$\omega = \vec{k}\vec{v} = k_x \cdot v_x + k_z \cdot v_z, \quad \lambda_{1,2}^2 = \frac{\omega^2}{c^2} \cdot \varepsilon_{1,2} - \varkappa^2, \tag{1.1}$$

где $\vec{\varkappa}$ и $\vec{\rho}$ — тангенциальные компоненты векторов $\vec{k}$ и $\vec{r}$, а $\lambda_1 < 0$, $\lambda_2 > 0$ при $\omega > 0$.

Тогда для Фурье — компонент полей будем иметь

$$\vec{H}_{1,2}(\vec{k}) = \frac{c}{\omega} \cdot \left[\vec{\varkappa} + \vec{n}\lambda_{1,2}, \ \vec{E}_{1,2}(\vec{k})\right], \tag{1.2}$$

$$\vec{\varkappa}\vec{E}_{1,2,t}(\vec{k}) + \lambda_{1,2} \cdot E_{1,2,n}(\vec{k}) = 0, \tag{1.3}$$

$$\vec{E}_{1,2,t}(\vec{k}) = \vec{\varkappa} E_{1,2,\varkappa}(\vec{k}) + \vec{v}_x \cdot E_{1,2,x}(\vec{k}), \tag{1.4}$$

где $\vec{n}$ — единичный вектор оси z, а $E_{1,2,\varkappa}(\vec{k})$ и $E_{1,2,x}(\vec{k})$ — компоненты тангенциальной составляющей вектора $\vec{E}_{1,2,t}(\vec{k})$ по $\vec{\varkappa}$ и $\vec{v}_x$, имеющие вид*

$$E_{1,2,\varkappa}(\vec{k}) = \frac{ei}{2\pi^2} \cdot \frac{1}{\lambda_{1,2} \cdot \varepsilon_{2,1} - \lambda_{2,1} \cdot \varepsilon_{1,2}} \cdot \left| \left(\frac{\frac{\varepsilon_{2,1}}{\varepsilon_{1,2}} - \frac{v_x}{\omega} \cdot \lambda_{2,1}}{k^2 - \frac{\omega^2}{c^2} \cdot \varepsilon_{1,2}} + \right.\right.$$

$$\left. + \frac{-1 + \frac{v_z}{\omega} \cdot \lambda_{2,1}}{k^2 - \frac{\omega^2}{c^2} \cdot \varepsilon_{2,1}} \right) + \frac{k_x v_x (k_z - \lambda_{1,2} - \lambda_{2,1})}{\omega} \times$$

$$\left. \times \left(\frac{1}{k^2 - \frac{\omega^2}{c^2} \cdot \varepsilon_{1,2}} - \frac{1}{k^2 - \frac{\omega^2}{c^2} \cdot \varepsilon_{2,1}} \right) \right|. \tag{1.5}$$

$$E_{1,2,x}(\vec{k}) = \frac{ei}{2\pi^2} \cdot \frac{\omega(\lambda_{2,1} - k_z)}{c^2(\lambda_{1,2} - \lambda_{2,1})} \left(\frac{1}{k^2 - \frac{\omega^2}{c^2} \cdot \varepsilon_{1,2}} - \frac{1}{k^2 - \frac{\omega^2}{c^2} \cdot \varepsilon_{2,1}} \right). \tag{1.6}$$

* В формуле (8) работы [1] имеется опечатка. Вместо $k_y v_z$ должно быть $k_y \cdot v_y$.

Для вычисления потока излучений различных поляризаций в отдельности нужно $\vec{E}_{1,2,t}$ и $\vec{H}_{1,2,t}$ разложить по двум компонентам, одна из которых лежит в плоскости излучения $x\cdot\sin\varphi - y\cdot\cos\varphi = 0$, а другая—перпендикулярна к ней.

Все векторы (и их модули), лежащие в плоскости излучения, снабдим значком ($''$), а перпендикулярные к ней — через ($^{\perp}$). Тогда, воспользовавшись формулами (1.2), (1.3), (1.4) можно получить

$$E''_{1,2,t,x}(\vec{k}) = \cos\varphi\,\{\varkappa E_{1,2,z}(\vec{k}) + \cos\varphi\cdot v_x\cdot E_{1,2,x}(\vec{k})\},$$

$$E''_{1,2,t,y}(\vec{k}) = \sin\varphi\,\{\varkappa E_{1,2,x}(\vec{k}) + \cos\varphi\cdot v_x E_{1,2,x}(\vec{k})\},$$

$$H^{\perp}_{1,2,t,x}(\vec{k}) = -\sin\varphi\cdot\frac{\omega\varepsilon_{1,2}}{c\lambda_{1,2}}\{\varkappa E_{1,2,z}(\vec{k}) + \cos\varphi\cdot v_x\cdot E_{1,2,x}(\vec{k})\}, \tag{1.7}$$

$$H^{\perp}_{1,2,t,y}(\vec{k}) = \cos\varphi\cdot\frac{\omega\varepsilon_{1,2}}{c\lambda_{1,2}}\{\varkappa E_{1,2,z}(\vec{k}) + \cos\varphi\cdot v_x\cdot E_{1,2,x}(\vec{k})\},$$

$$E^{\perp}_{1,2,t,x}(\vec{k}) = \sin^2\varphi\cdot v_x\cdot E_{1,2,x}(\vec{k}),$$

$$E^{\perp}_{1,2,t,y}(\vec{k}) = -\sin\varphi\cdot\cos\varphi\cdot v_x\cdot E_{1,2,x}(\vec{k}), \tag{1.8}$$

$$H''_{1,2,t,x}(\vec{k}) = \sin\varphi\cdot\cos\varphi\cdot\frac{c\lambda_{1,2}}{\omega}\cdot v_x\cdot E_{1,2,x}(\vec{k}),$$

$$H''_{1,2,t,y}(\vec{k}) = \sin^2\varphi\cdot\frac{c\lambda_{1,2}}{\omega}\cdot v_x\cdot E_{1,2,x}(\vec{k}).$$

§ 2. Интенсивность излучения

Вычислим поток вектора Пойнтинга через плоскость $z = \pm a \to \pm\infty$. Составим вектор Пойнтинга

$$\vec{S}^{\perp}_{1,2} = \frac{c}{4\pi}\vec{n}\,[E^{\perp}_{1,2,t,x}(\vec{r},t)\cdot H^{\perp,*}_{1,2,t,y}(\vec{r},t) - E^{\perp}_{1,2,t,y}(\vec{r},t)\cdot H^{\perp,*}_{1,2,t,x}(\vec{r},t)], \tag{2.1}$$

где, например, по формуле (1.1) имеем

$$E''_{1,2,t,x}(\vec{r},t)\cdot H^{\perp}_{1,2,t,y}(\vec{r},t) =$$

$$= \int E''_{1,2,t,x}(\vec{k})\cdot H^{\perp}_{1,2,t,y}(\vec{k})\cdot e^{i(\theta_{1,2}+\lambda'_{1,2})z}\cdot e^{i(\vec{\varkappa}+\vec{\varkappa}')\vec{\rho}}\cdot e^{-(\omega+\omega')t}\cdot d\vec{k}d\vec{k}', \tag{2.2}$$

а потом найдем и поток

$$W^{\perp}_{1,2} = \mp\int_{-\infty}^{+\infty} S^{\perp}_{1,2}\cdot dxdydt, \tag{2.3}$$

где знаки $\mp$ относятся к индексам 1 и 2 соответственно. Интегралы по $dxdydt$ дают $(2\pi)^3\cdot\delta(\vec{\varkappa}+\vec{\varkappa}')\,\delta(\omega+\omega')$, после чего интеграл по $d\vec{k}'$ берется сразу, если иметь в виду что $d\vec{k}'=\frac{1}{v_z}\cdot d\vec{\varkappa}'d\omega'$.

В результате получим

$$W''^{\perp}_{1,2}=\mp\frac{2\pi^2c}{v_z}\int\{E''^{\perp}_{1,2,t,x}(\vec{k})\cdot H^{*}_{1,2,t,y}(-\vec{k})-E^{*\perp}_{1,2,t,y}(\vec{k})\times$$

$$\times H^{*\perp}_{1,2,t,x}(-\vec{k})\}\,d\vec{k}. \tag{2.4}$$

Формуле (2.4) можно придать следующий вид

$$dW^{*\perp}_{1,2}=\mp\frac{4\pi^2c}{v_z^2}\cdot\frac{\omega^2}{c^2}\cdot\varepsilon_{1,2}\cdot\cos\vartheta_{1,2}\times$$

$$\times\{E^{*\perp}_{1,2,t,x}(\vec{k})\,H^{*}_{1,2,t,y}(-\vec{k})-E^{*\perp}_{1,2,t,y}(\vec{k})\,H^{*\perp}_{1,2,t,x}(-\vec{k})\}\,d\Omega d\omega, \tag{2.5}$$

где $\vartheta_{1,2}$ — углы между лучами зрения в первой и во второй средах и векторами $-\vec{n}$, $\vec{n}$ соответственно.

Воспользовавшись (1.7) и (1.8) формулу (2.5) можно записать в более удобном виде

$$J^{*}_{1,2}=\frac{dW^{*}_{1,2}}{d\Omega d\omega}=\pm\frac{4\pi^2\cdot\omega^3\cdot\varepsilon^2_{1,2}\cos\vartheta_{1,2}}{c^2\cdot v_z^2\cdot\lambda_{1,2}}\{\varkappa E_{1,2,x}(\vec{k})+\cos\varphi\cdot v_x\cdot E_{1,2,x}(\vec{k})\}^2, \tag{2.6}$$

$$J^{\perp}_{1,2}=\frac{dW^{\perp}_{1,2}}{d\Omega d\omega}=\pm\frac{4\pi^2\cdot\omega\cdot\varepsilon_{1,2}\cdot\lambda_{1,2}\cdot\cos\vartheta_{1,2}\cdot v_x^2\sin^2\varphi}{v_z^2}\cdot E^2_{1,2,x}(\vec{k}). \tag{2.7}$$

При $\varepsilon_1=\varepsilon_2$ эти излучения исчезают.

Формулы (2.6), (2.7) совместно с (1.5), (1.6) дают интенсивности переходных излучений назад и вперед (индексы 1 и 2) для продольно и поперечно поляризованных волн в отдельности. Полная интенсивность равна сумме интенсивностей обеих поляризаций.

§ 3. Частные случаи

1. При перпендикулярном входе частицы ($v_x=v\cdot\sin\psi=0$), как видно из (2.7), излучение поперечно поляризованных волн исчезает, а формула (2.6) принимает вид

$$J^{*}_{1,2}=-\frac{4\pi^2\cdot c\sqrt{\varepsilon_{1,2}}\cdot\sin^2\vartheta_{1,2}}{v^2}\cdot\varepsilon^2_{1,2}\cdot\frac{\omega^4}{c^4}\cdot E^2_{1,2,x}(\vec{k}). \tag{3.1}$$

Учитывая, что при вычислении излучения в первой и во второй средах соответственно нужно брать [1]

$$\varkappa=\frac{\omega}{c}\sqrt{\varepsilon_1}\cdot\sin\vartheta_1,\qquad \lambda_1=-\frac{\omega}{c}\sqrt{\varepsilon_1}\cdot\cos\vartheta_1,\qquad \lambda_2=\frac{\omega}{c}\sqrt{\varepsilon_2-\varepsilon_1\sin^2\vartheta_1},$$

$$k^2-\frac{\omega^2}{c^2}\varepsilon_1=\frac{\omega^2}{v^2}\cdot(1-\beta^2\varepsilon_1\cdot\cos^2\vartheta_1),\quad k^2-\frac{\omega^2}{c^2}\cdot\varepsilon_2=[1-\beta^2(\varepsilon_2-\varepsilon_1\sin^2\vartheta_1)],$$

$$\varkappa=\frac{\omega}{c}\sqrt{\varepsilon_2}\cdot\sin\vartheta_2,\quad \lambda_2=\frac{\omega}{c}\sqrt{\varepsilon_2}\cos\vartheta_2,\quad \lambda_1=-\frac{\omega}{c}\sqrt{\varepsilon_1-\varepsilon_2\cdot\sin^2\vartheta_2},$$

$$k^2-\frac{\omega^2}{c^2}\varepsilon_1=\frac{\omega^2}{v^2}[1-\beta^2(\varepsilon_1-\varepsilon_2\sin^2\vartheta_2)],\tag{3.2}$$

$$k^2-\frac{\omega^2}{c^2}\varepsilon_2=\frac{\omega^2}{v^2}(1-\beta^2\varepsilon_2\cdot\cos^2\vartheta_2),$$

из формулы (3.1) легко получаем формулу Гинзбурга-Франка (излучение назад) и формулу Гарибяна (излучение вперед) [5]

$$J^{*}_{1,2}=\frac{\sqrt{\varepsilon_{1,2}}\cdot e^2v^2\cdot\sin^2\vartheta_{1,2}\cdot\cos^2\vartheta_{1,2}}{\pi^2c^3}\times$$

$$\times\left|\frac{(\varepsilon_1-\varepsilon_2)(1-\beta^2\varepsilon_{1,2}\pm\beta\sqrt{\varepsilon_{2,1}-\varepsilon_{1,2}\cdot\sin^2\vartheta_{1,2}})}{(1-\beta^2\varepsilon_{1,2}\cdot\cos^2\vartheta_{1,2})(1\pm\beta\sqrt{\varepsilon_{2,1}-\varepsilon_{1,2}\cdot\sin^2\vartheta_{1,2}})}\times\right.$$

$$\left.\frac{1}{(\varepsilon_{2,1}\cdot\cos\vartheta_{1,2}+\sqrt{\varepsilon_1\varepsilon_2-\varepsilon_{1,2}\cdot\sin^2\vartheta_{1,2}})}\right|^2.\tag{3.3}$$

2. Рассмотрим излучение при наклонном входе частицы из вакуума ($\varepsilon_1=1$) в идеальный проводник ($\varepsilon_2=\infty$). Тогда из формул (1.5), (1.6) получаем

$$E_{1,x}(\vec{k})=\frac{ei}{2\pi^2}\cdot\frac{1}{k^2-\frac{\omega^2}{c^2}},\quad E_{1,z}(\vec{k})=-\frac{ei}{2\pi^2}\cdot\frac{1}{k^2-\frac{\omega^2}{c^2}}\cdot\frac{\omega}{c^2},$$

$$E_{2,x}(\vec{k})=E_{2,z}(\vec{k})=0.\tag{3.4}$$

Для продольно и поперечно поляризованных излучений в этом случае по формулам (2.6) и (2.7) соответственно получаем (опускаем индекс 1)

$$J''=\frac{e^2v^2\cdot\cos^2\psi}{\pi^2c^3}\times$$

$$\times\left|\frac{\sin\vartheta-\beta\cos\varphi\cdot\sin\psi}{[1-\beta(\sin\vartheta\cdot\cos\varphi\cdot\sin\psi-\cos\vartheta\cdot\cos\psi)][1-\beta(\sin\vartheta\cdot\cos\varphi\cdot\sin\psi+\cos\vartheta\cdot\cos\psi)]}\right|^2,\tag{3.5}$$

$$J'=\frac{e^2v^2\cdot\cos^2\psi}{\pi^2c^3}\times$$

$$\times\left|\frac{\beta\cdot\cos\vartheta\cdot\sin\varphi\cdot\sin\psi}{[1-\beta(\sin\vartheta\cdot\cos\varphi\cdot\sin\psi-\cos\vartheta\cdot\cos\psi)][1-\beta(\sin\vartheta\cdot\cos\varphi\cdot\sin\psi+\cos\vartheta\cdot\cos\psi)]}\right|^2.\tag{3.6}$$

Полная интенсивность в этом случае будет суммой выражений (3.5) и (3.6). Этот результат совпадает с соответствующей формулой работы [3]. По формулам (3.5) и (3.6) имеем:

$$\frac{J^{\perp}}{J''} = \left| \frac{\beta \cos\vartheta \cdot \sin\varphi \cdot \sin\psi}{\sin\vartheta - \beta \cdot \cos\varphi \cdot \sin\psi} \right|^2, \tag{3.7}$$

поэтому

а) при нерелятивистских скоростях ($\beta \ll 1$) и не очень малых ϑ излучение почти полностью продольно поляризовано, независимо от φ и ψ;

б) при $\vartheta \sim 0$ имеем

$$\frac{J^{\perp}}{J''} = \operatorname{tg}^2\varphi \tag{3.8}$$

независимо от ψ;

в) по направлениям (ϑ, φ), связанным условием

$$\sin\vartheta = \beta \cdot \cos\varphi \cdot \sin\psi, \tag{3.9}$$

излучение полностью поперечно поляризовано.

При стремлении угла входа частицы ψ к $\pi/2$ (или при $v_z = v \times \cos\psi \to 0$) переходный эффект, конечно, должен исчезнуть. Нетрудно проверить, что формулы (1.5), (1.6) и (2.6), (2.7) в этом предельном случае дают

$$J^{\perp} \sim \cos^4\psi, \; J'' \sim \cos^2\psi, \tag{3.10}$$

поэтому полное излучение при $\psi \to \pi/2$ исчезает $\sim \cos^2\psi$.

Кроме того, как указал В. Е. Пафомов, для всех реальных сред (т. е. если ни одна из двух сред не является идеальным проводником) излучение под углом $\vartheta_{1,2} = \frac{\pi}{2}$ должно исчезнуть. Это заключение экспериментально подтвердил С. Михаляк [6]. Для поперечно поляризованных волн это обстоятельство подтверждается просто тем, что по формуле (2.7) излучение $\sim \cos^2\vartheta_{1,2}$. Для продольно поляризованного же излучения это явствует из формул (1.5), (1.6), (2.6), если иметь в виду, что в таком предельном случае в формулах (3.2) для $\varkappa$ и λ необходимо подставить $\vartheta_{1,2} = \pi/2$.

Как известно [7], при релятивистских скоростях переходное излучение в основном испускается вперед и простирается в области частот $\omega_0 \ll \omega \lesssim \omega_{\text{гр.}} = \frac{\omega_0}{2\sqrt{1-\beta^2}}$ (ω_0 — оптические частоты среды). Такое излучение сконцентрировано вокруг траектории частицы в конус с углом раствора $\sim \sqrt{1-\beta^2}$.

Из формул (2.6), (2.7) видно, что поперечно поляризованная компонента в излучении по порядку величины в $(1-\beta^2)$ раз меньше от продольно поляризованной компоненты [вследствии наличия $\sin^2$

в числителе формулы (2.7)], т. е. такое излучение почти полностью продольно поляризовано.

В заключение приношу благодарность В. Е. Пафомову, Б. М. Болотовскому, А. Ц. Аматуни и А. Д. Газазяну за полезные советы и обсуждения.

Ереванский государственный
университет

Поступила 18 XI 1961.

Ն. Մ. Ղորխմազյան

ԱՆՑՈՒՄԱՅԻՆ ՃԱՌԱԳԱՅԹՄԱՆ ԲԵՎԵՌԱՑՈՒՄԸ ԹԵՔ ԱՆՑՄԱՆ ԴԵՊՔՈՒՄ

Ա Մ Փ Ո Փ Ո Ւ Մ

Ուսումնասիրված է մի միջավայրից մյուսին, մասնիկի թեք անցման ժամանակ առաջացած ճառագայթման (անցումային ճառագայթման) բևեռացման հարցը։ Ստացված են ընդհանուր բանաձևեր երկայնական և լայնական բևեռացված ճառագայթման ինտենսիվությունների համար։ Երկայնական և լայնական բևեռացված համարում ենք այն ճառագայթումները, որոնց էլեկտրական վեկտորը համապատասխանաբար գտնվում է ճառագայթման հարթության մեջ, կամ ուղղահայաց է այդ հարթությանը։ Քննարկված են նաև որոշ մասնավոր դեպքեր։

ЛИТЕРАТУРА

1. *Гарибян Г. М.* К теории переходных эффектов в электродинамике. Известия АН АрмССР, серия физ.-мат. наук, **11**, 7, 1958.
2. *Гарибян Г. М.* Переходное излучение при наклонном падении заряда. ЖЭТФ. **38**, 1814, 1960.
3. *Корхмазян Н. А.* Переходное излучение при наклонном падении заряда. Известия АН АрмССР, серия физ.-мат. наук, **11**, 87, 1958.
4. *Гинзбург В. Л.* и *Франк И. М.* Излучение равномерно движущегося электрона, возникающее при его переходе из одной среды в другую. ЖЭТФ, **16**, 15, 1946.
5. *Тер-Микаелян М. Л.* К теории переходного излучения. Известия АН АрмССР, серия физ.-мат. наук, **12**, 141, 1959.
6. *Маханяк С.* Кандидатская диссертация, МГУ, 1961.
7. *Гарибян Г. М.* К теории переходного излучения и ионизационных потерь энергии частицы. ЖЭТФ, **37**, 527, 1959.