

М. Б. Эдлиян

## Применение электронно-вычислительных машин для синтеза несимметричного направляющего механизма

### § 1. Определение параметров несимметричного шарнирно-четырёхзвенного механизма

Механизмы с остановкой некоторой продолжительности в заданном положении ведомого звена представляют собой значительную группу исполнительных механизмов машин автоматов. Для обеспечения приближенного выстоя используют зубчато-рычажные и шарнирные механизмы. Шарнирные механизмы просты по конструкции, дешевы и, вследствие отсутствия высших пар, надежны в работе. Вышеуказанные достоинства последних говорят в пользу внедрения шарнирных механизмов в промышленность с целью обеспечения приближенного выстоя.

П. Л. Чебышевым [3] разработана теория симметричного кругового-направляющего механизма и получены формулы для определения его параметров. Однако, столь ценная с научной точки зрения эта работа П. Л. Чебышева не нашла практического применения из-за того, что не были определены границы выбора свободных параметров механизма, при котором получаются действительные решения. Проблема, указанная П. Л. Чебышевым доведена до инженерного решения в работе Л. С. Гродзенской [5].

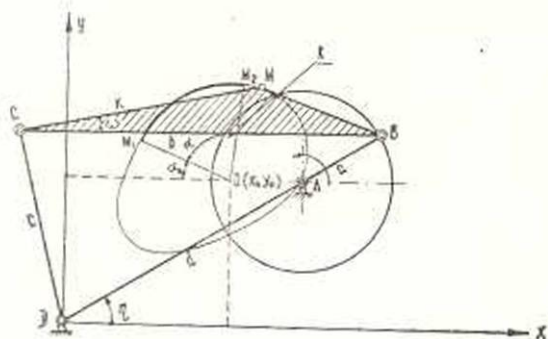
Н. И. Левитским разработана общая теория синтеза приближенных механизмов [1], [2].

Синтез несимметричных механизмов представляет собой более общую задачу. Области существования свободных параметров механизма в общем случае будут более развернутыми. Кроме того, при решении задач синтеза симметричных механизмов часто звенья последних получают неконструктивными. Наконец, данный вопрос актуален тем, что выявляет возможность применения электронно-вычислительных машин для задач синтеза механизмов. Последнее открывает практически безграничные возможности для проектирования самых разнообразных механизмов, воспроизводящих выстой любой продолжительности и отвечающих самым разнообразным требованиям. Изменением и широкой вариацией входных параметров можно спроектировать механизмы для получения различных кривых. Разработка

методики и программирования задач синтеза несимметричного механизма с остановкой и составляет предмет настоящей статьи. В общем случае задача синтеза направляющих четырехзвенников формулируется следующим образом.

Задана некоторая плоская кривая  $y = f_1(x)$  своим уравнением или таблицей значений координат  $x$  и  $y$ . Определить размеры и положение шарнирного четырехзвенника, на шатуне которого имеется точка  $M$ , описывающая шатунную кривую  $y = f_2(x)$ , мало отличающуюся от заданной кривой на некотором участке или на всем своем протяжении.

В данной работе рассматривается случай, когда заданная плоская кривая является дугой окружности (фиг. 1). За исходные параметры приняты:  $CM = k$ ,  $DC = c$ , радиус окружности приближения  $R$ ,



Фиг. 1.

координаты центра окружности приближения  $O(x_0, y_0)$ , центральный угол дуги приближения  $\alpha$  и  $\angle \alpha_0$ , фиксирующий положение дуги приближения относительно оси  $X$ —итого семь параметров.

Подлежат определению следующие величины:  $AB = a$ ,  $BC = b$ ,  $AD = d$ ,  $\angle BCM = \omega$  и угол наклона стойки  $\eta$ —итого пять параметров.

Задача о воспроизведении заданной траектории при помощи шарнирного механизма может быть сведена к задаче о нахождении искомых параметров из условия малого отклонения от нуля взвешенной разности  $\Delta q$ .

Аналитическое выражение взвешенной разности  $\Delta q$  при  $x_D = 0$ ,  $y_D = 0$  имеет следующий вид:

$$\begin{aligned} \Delta q = & -\frac{bc \cos \omega}{k} (q^2 - k^2 - c^2) - \frac{b \sin \omega}{k} U + \frac{db \sin (\omega + \eta)}{k} (Vx + Wy) + \\ & + \frac{db \cos (\omega + \eta)}{k} (Wx - Vy) - d \sin \eta (Vx + Wy - 2y) - \\ & - d \cos \eta (Wx - Vy - 2x) - c^2 - b^2 - d^2 + a^2. \end{aligned} \quad (1.1)$$

Для вычисления пяти параметров ( $a$ ,  $b$ ,  $d$ ,  $\omega$ ,  $\eta$ ) сгруппируем члены в выражении взвешенной разности (1.1) так, чтобы оно имело вид следующей функции



Центральные углы соответствующих дуг  $S_i$  для шести узлов интерполирования будут равны

$$\beta_i = a_i x \quad i = 1, 2, \dots, 6, \quad (1.5)$$

где

$$\begin{aligned} a_1 &= 0,0170371; & a_2 &= 0,1464466; & a_3 &= 0,3705905; \\ a_4 &= 0,6294095; & a_5 &= 0,8535534; & a_6 &= 0,9829629. \end{aligned}$$

Координаты узлов интерполирования связаны с координатами центра и радиусом окружности приближения следующим образом

$$\begin{aligned} x_i &= x_0 - R \cos(a_i x + \alpha_0), \\ y_i &= y_0 + R \sin(a_i x + \alpha_0), \quad i = 1, 2, \dots, 5. \end{aligned} \quad (1.6)$$

Подсчитывая функции  $f_i(x)$  по (1.3), мы получаем следующую систему уравнений для определения пяти параметров механизма  $(a, b, d, \omega, \eta)$

$$\Delta q_i = p_0 f_{0i}(x) + p_1 f_{1i}(x) + p_2 f_{2i}(x) + \dots + p_6 f_{6i}(x) = 0 \quad (1.7)$$

$$i = 1, 2, \dots, 5.$$

Система уравнений (1.7), путем последовательного исключения  $p_4, p_5, p_6, p_2, p_3$ , приводится к виду

$$\begin{aligned} p_3 &= k_3 p_1 + k_2 p_0, \\ p_2 &= k_3 p_1 + k_4 p_0, \\ p_6 &= k_5 p_1 + k_6 p_0, \\ p_5 &= k_7 p_1 + k_8 p_0, \\ p_4 &= k_9 p_1 + k_{10} p_0. \end{aligned} \quad (1.8)$$

Зависимости (1.8) при обозначении  $\frac{p_i}{p_0} = \xi$  приводятся к кубическому уравнению относительно  $\xi$

$$A_1 \xi^3 + A_2 \xi^2 + A_3 \xi + A_4 = 0, \quad (1.9)$$

где

$$\begin{aligned} A_1 &= k_5 k_1 + k_3 k_7, & A_2 &= (k_2 + k_3) k_5 + (k_4 - k_1) k_7 + k_6 k_1 + k_8 k_3, \\ A_3 &= (k_2 + k_3) k_6 + (k_5 + k_8) k_4 - k_8 k_1 - k_7 k_2, & A_4 &= k_4 k_6 - k_2 k_8. \end{aligned} \quad (1.9')$$

После определения  $\xi$ , параметры  $p_i$  выражаются следующими зависимостями

$$\begin{aligned} p_3 &= -\frac{k_5 \xi + k_6 + (k_2 \xi + k_8) \xi}{1 + \xi^2}, \\ p_2 &= -\frac{k_7 \xi - k_8 + (k_5 \xi + k_6) \xi}{1 + \xi^2}, \\ p_1 &= \frac{k_4 p_3 - k_2 p_2}{k_1 k_4 - k_3 k_2}, & p_0 &= \frac{k_1 p_2 - k_3 p_3}{k_1 k_4 - k_3 k_2}, \\ p_6 &= k_5 p_1 + k_6 p_0, & p_5 &= k_7 p_1 + k_8 p_0, & p_4 &= k_9 p_1 + k_{10} p_0. \end{aligned} \quad (1.10)$$

Отыскиваемые параметры  $a, b, d, \omega, \gamma$  будут соответственно равны

$$b = k \sqrt{p_0^2 + p_1^2}, \quad d = \sqrt{p_2^2 + p_3^2}, \quad a = \sqrt{c^2 + b^2 + d^2 + p_4^2},$$

$$\omega = \arccos p_0 \frac{k}{b}, \quad \gamma = \arcsin \frac{p_2}{d}. \quad (1.11)$$

Полученные параметры  $p_i$  необходимо подставить в исходные уравнения  $\Delta q_i$  (1.7) и проверить условия

$$\Delta q_i = 0 \quad i = 1, 2, \dots, 5. \quad (1.12)$$

После получения параметров механизма ( $a, b, d, \omega, \gamma$ ) следует также проверить

1) условие проворачиваемости кривошипа

$$a + d \leq b + c, \quad (1.13)$$

2) условие обеспечения минимального угла передачи

$$\cos \phi_{\min} = \left| \frac{b^2 + c^2 - (d \pm a)^2}{2bc} \right|, \quad (1.14)$$

при предварительно заданной величине  $\phi_{\min}$ ,

3) конструктивную приемлемость соотношений длин звеньев механизма

$$\frac{d}{a} \text{ и } \frac{c}{a}, \quad (1.15)$$

желательные значения которых заранее оговариваются

$$m_1 \leq \frac{d}{a} \leq m_2, \quad n_1 \leq \frac{c}{a} \leq n_2.$$

## § 2. Определение отклонений шатунной кривой от дуги окружности

Примем, что точки  $M_1$  и  $M_2$  лежат на данной окружности (фиг. 2). Тогда для координат этих точек можно написать

$$\begin{aligned} x_1 &= x_0 - R \cos z_0, & x_2 &= x_0 - R \cos (z_0 + \alpha), \\ y_1 &= y_0 + R \sin z_0, & y_2 &= y_0 + R \sin (z_0 + \alpha). \end{aligned} \quad (2.1)$$

Используя рекуррентные соотношения между координатами точек шатунной кривой и кривошипа, мы можем написать (фиг. 3)

$$\begin{aligned} x_{B_i} &= x_i + \frac{V_i Q_i + W_i T_i}{2k}, \\ y_{B_i} &= y_i + \frac{V_i T_i - W_i Q_i}{2k} \quad i = 1, 2, \end{aligned} \quad (2.2)$$

где



$$\begin{aligned}
 Q_{B_i} &= -x_{B_i} k \sin \omega - y_{B_i} (k \cos \omega - b), \\
 T_{B_i} &= -y_{B_i} k \sin \omega + x_{B_i} (k \cos \omega - b), \\
 p_{B_i}^2 &= x_{B_i}^2 + y_{B_i}^2.
 \end{aligned}
 \quad (2.8)$$

Определив значения координат точек шатунной кривой, найдем отклонения между шатунной кривой и окружностью на дуге приближения по следующей формуле

$$\Delta_n^i = R - \sqrt{(x^i - x_0)^2 + (y^i - y_0)^2}, \quad (2.9)$$

где  $x_0, y_0, R$  — координаты центра и радиус окружности приближения,  $\Delta_n^i$  — отклонение по нормали между шатунной кривой и окружностью на дуге приближения.

Необходимо определить также значение угла поворота звена  $AB = a$ , соответствующего углу выстоя  $\alpha$ .

Расстояние между точками  $B_2$  и  $B_1$  равно

$$l = \sqrt{(x_{B_2} - x_{B_1})^2 + (y_{B_2} - y_{B_1})^2} \quad (2.10)$$

и

$$\alpha_{kp} = 2 \arcsin \frac{l}{2a}. \quad (2.11)$$

Сориентируем данный угол  $\alpha_{kp}$  с нулевым положением механизма. Согласно фиг. 3, если  $x_{B_2} > d \cos \eta$ , то

$$\gamma = \arccos \frac{x_{B_2} - d \cos \eta}{a} \quad (2.12)$$

и

$$\gamma_0 = \gamma - \eta.$$

Если  $x_{B_2} < d \cos \eta$ , тогда

$$\gamma = 180^\circ - \arccos \frac{d \cos \eta - x_{B_2}}{a} \quad (2.13)$$

и

$$\gamma_0 = \gamma - \eta.$$

На основании построенного алгоритма Вычислительным центром Академии наук Армянской ССР составлена программа и выполнены вычисления на автоматической цифровой электронной вычислительной машине\*. Прочитано свыше 500 различных механизмов.

Механизмы не удовлетворяющие условиям (1.13), (1.14), (1.15) отбраковываются. В (1.14) величина угла  $\psi_{\min} = 20^\circ$ . В (1.15) величины

\* Автор считает своим приятным долгом выразить искреннюю благодарность зав. сектором программирования ВЦ Академии наук АрмССР кандидату физико-математических наук Т. М. Тер-Микаеляну и сотрудникам ВЦ Х. К. Брутяну Г. А. Саркисяну.

$m_1 = n_1 = 1,5$ ,  $m_2 = n_2 = 8$ . Отклонения просчитываются для 50 точек, т. е. в (2,5)  $n = 50$ .

Для иллюстрации, из отобранных механизмов приведены некоторые, наиболее характерные.

В таблицах № 1 и № 2 приведены параметры и отклонения 2-х различных механизмов.

Таблица 1

| Входные параметры |           | Отыскиваемые параметры |           |
|-------------------|-----------|------------------------|-----------|
| $R$               | 1,309523  | $b$                    | 3,373337  |
|                   | 1,909523  |                        | 4,005557  |
| $\kappa$          | 3,363491  | $d$                    | 2,395603  |
|                   | 3,363491  |                        | 2,784047  |
| $c$               | 2,199999  | $a$                    | 1,304320  |
|                   | 2,199999  |                        | 1,456320  |
| $\alpha_0$        | 0,287979  | $\omega$               | 0,0035526 |
|                   | 0,462511  |                        | 0,2304035 |
| $\alpha$          | 1,169370  | $\gamma$               | 0,8452596 |
|                   | 1,343903  |                        | 0,6432647 |
| $x_0$             | 1,5793650 |                        |           |
| $y_0$             | 1,7936507 |                        |           |

Таблица 2

| Отклонение взвешенной разности $\Delta g$ в 5 узлах интерполирования |                          |                          |                          |                          | Отклонение по нормали $\Delta n_{\text{норм}}$ |
|----------------------------------------------------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|------------------------------------------------|
| $10^{-8} \cdot 0,208616$                                             | $10^{-4} \cdot 0,084043$ | $10^{-4} \cdot 0,240803$ | $10^{-4} \cdot 0,341237$ | $10^{-2} \cdot 0,341236$ | 0,0000306                                      |
| $10^{-6} \cdot 0,357628$                                             | $10^{-5} \cdot 0,352866$ | $10^{-7} \cdot 0,596046$ | $10^{-6} \cdot 0,357628$ | $10^{-6} \cdot 0,417233$ | 0,0012764                                      |

Проектирование присоединенной диады к основному направляющему механизму не входит в содержание данной статьи.

Присоединяемая группа проектируется по условию нестесненности и с учетом угла передачи [6].

Մ. Բ. Էդիլյան

## ՈՒՂՂՈՐԴ ՄԵՔԵՆԱՆԵՐԻ ՍԻՆԹԵԶԸ ԷԼԵԿՏՐՈՆԱՅԻՆ ՀԱՇՎԻԶ ՄԵՔԵՆԱՆԵՐԻ ՄԻՋՈՑՈՎ

Ա Մ Փ Ո Փ Ո Ւ Մ

Մեքենա-ավտոմատներում որոշակի խումբ են կազմում այն մեխանիզմները, որոնց տարվող աշխատանքային օղակը աշխատում է կանխատեսված կանգնումներով:

Նման նպատակների համար կիրառվում են ատամնավոր-լծակային և հոդավոր մեխանիզմներ:

Հողավոր մեխանիզմները կառուցվածքով պարզ են, էժան և բարձր զուգորդակալության պատճառով հուսալի են աշխատանքում:

Վերահիշյալ առավելությունները հնարավոր են դարձնում հողավոր մեխանիզմների լայն կիրառումը արդյունաբերության մեջ:

Էլեկտրոնային հաշվիչ մեքենաների կիրառումը նման մեխանիզմների հաշվարկներում դործնականորեն անսահման հնարավորություններ է ստեղծում բազմազան մեխանիզմների հաշվարկին ու նախադժուրը ճշտելու և արագացնելու համար:

Հողվածի հիմնական նպատակն է վերահիշյալ մեխանիզմների նախագծման և էլեկտրոնային հաշվիչ մեքենաների համար ծրագրման մեթոդի մշակումը:

Հարթ-ուղղորդ-հողակապալին քառոդակների սինթեզի խնդիրը ընդհանուր առմամբ ձևակերպվում է այսպես՝

Տրված է մի հարթ կոր  $y = f_1(x)^*$ , որոշել հողակապալին քառոդակի չափը և դիրքը, որի շուռավիկի վրա գտնվող  $M$  կետը կվերադառալի  $y = f_2(x)$  շուռավիկային կորն այնպես, որ նա քիչ տարբերվի տրված  $y = f_1(x)$  կորից՝ կորի ամբողջ երկարությամբ կամ նրա որոշ մասում:

Հողակապալին մեխանիզմի միջոցով տրված տրայեկտորիայի վերադառնալիս խնդիրը կարելի է թերել որոնվող պարամետրների որոշման խնդրին այնպես, վոր կշռային տարբերությունը (տե՛ս բանաձև 1.1) քիչ տարբերվի զերսից:

Տվյալ խնդրի ալգորիթմի հիման վրա կազմված է ծրագիր էլեկտրոնային հաշվիչ մեքենայի համար: Հաշվարկված են մոտ 500 տարբեր մեխանիզմներ և, որպես օրինակ, բերված են մի քանի հատկանշական մեխանիզմներ:

Ереванский политехнический институт  
им. К. Маркса

Поступила 18 IV 1961

# Л И Т Е Р А Т У Р А

1. Левитский Н. И. Синтез механизмов по Чебышеву. Изд. АН СССР, М., 1946.
2. Артоболевский И. И., Левитский Н. И., Черкудинов С. А. Синтез плоских механизмов. Гос. издательство физико-математической литературы, М., 1959.
3. Чебышев П. Л. О простейшей суставчатой системе, доставляющей движения, симметрические около оси. Собр. соч. АН СССР, т. IV, 1948.
4. Артоболевский И. И., Добровольский В. В., Блох Э. Ш. Синтез механизмов. ГТТИ М., 1944.
5. Гродзенская Л. С. Проектирование шарнирных механизмов по заданной продолжительности остайовки ведомого звена. Диссертация, М., 1958.
6. Hrones J. A., Nelson G. L. Analysis of the Four-Bar Linkage, New York, 1951.

\* Կորը կարող է տրված լինել անալիտիկ ձևով կամ էլ  $x$  և  $y$  կոորդինատների աղյուսակի միջոցով: