ՀԱՅԿԱԿԱՆ ՍՍՌ ԳԻՏՈՒԹՅՈՒՆՆԵՐԻ ԱԿԱԴԵՄԻԱՅԻ ՏԵՂԵԿԱԳԻՐ
ИЗВЕСТИЯ АКАДЕМИИ НАУК АРМЯНСКОЙ ССР

Ֆիզիկա-մաթեմատ. գիտություններ XIV, № 5, 1961 Физико-математические науки

ТЕОРИЯ УПРУГОСТИ

Г. С. Варданян

Экспериментальный метод определения температурных напряжений и их концентраций

§ 1. Основы метода

Температурные напряжения в детали возникают в тех случаях, когда исключена возможность ее „свободной" деформации, вызванной изменением температуры. В частности, сопротивления деформациям будут возникать, если деталь нагревается (охлаждается) неравномерно или, если деталь состоит из материалов с различными коэффициентами линейного расширения α, даже в случае равномерного, по объему, нагрева.

Для определения температурных напряжений, вызываемых стационарными температурными полями, применяют как теоретические [1,2], так и различные экспериментальные методы. Экспериментальными методами определяют напряжения либо в деталях, при их эксплуатации, либо в подобных им моделях. В последнем случае, обычно, в модели создаются температурное поле или относительные смещения (по методу дислокации теории упругости), вызывающие поле напряжений, соответствующее напряжениям натурной детали. До последнего времени исследование температурных напряжений на моделях не получило достаточного применения, так как существующие методы требуют сложную технику эксперимента.

В настоящей работе рассматривается метод определения температурных напряжений и их концентраций, аналогичный методу дислокаций, но осуществляемый без выполнения реальных разрезов в модели. Этот метод может быть просто реализован и позволяет достаточно точно осуществить моделирование напряжений. Метод основан на свойстве „замораживания" и „размораживания" деформаций у некоторых прозрачных, оптически—чувствительных материалов (ЭД6—М, МИХМ—ИМАШ и др.).

Сущность этого метода заключается в следующем. Разделим мысленно деталь по изотермам на ряд участков и на каждом участке i произведения $\alpha_i \Delta T_i = \overline{\varepsilon}_i$ будем считать постоянными или изменяющимися линейно. Если на этих участках внешней нагрузкой создать деформации $\overline{\varepsilon}_i$, под нагрузкой соединить их и после соединения снять нагрузку, то в натурной детали возникнут напряжения, эквивалентные температурным. Подобным образом можно поступить и с моделью из прозрачного оптически—чувствительного материала. Модель изготовляется из частей с предварительно „замороженными“ деформациями, соответствующими „свободным“ температурным деформациям натурной детали, монолитным склеиванием клеем холодного отверждения. После этого модель „размораживается“ (для материала ЭД6—М при нагреве до 130°С), в результате чего происходит перераспределение „замороженных“ деформаций. Полученные таким образом напряжения в модели, пропорциональные искомым температурным напряжениям в детали, могут определяться обычными методами фотоупругости.

Применением „замораживания“ линейных и плоских деформаций заготовок частей модели можно решать как одномерные, так и двухмерные задачи температурных напряжений. При одномерном распределении температур необходимо в частях модели создать и „заморозить“ деформации, соответствующие „свободным“ температурным деформациям натурной детали, только в одном направлении. В остальных направлениях деформации могут быть произвольными, так как при дальнейшем „размораживании“ модели эти деформации не вызывают оптического эффекта, при этом задача может быть решена одной моделью.

§ 2. Выполнение модели и переход от напряжений, полученных в модели, к напряжениям в детали

Предположим, что в исследуемых детали и модели напряжения и деформации меняются в пределах пропорциональности. Для получения зависимости между напряжениями в частях модели $\bar{\sigma}_i$ и „свободными“ деформациями в частях натурной детали $\bar{\varepsilon}_i$ принимают, что максимальным и минимальным деффорациям ε_{max} и ε_{min} частей детали соответствуют максимальные и минимальные напряжения σ_{max} и σ_{min} в соответствующих частях модели при их „замораживании“ (фиг. 1). Рассматривая треугольники OAD и ABC (фиг. 1), получаем следующую зависимость для определения $\bar{\sigma}_i$

$$\bar{\sigma}_i = \frac{b}{a}(\bar{\varepsilon}_i - a). \tag{2.1}$$

Постоянные a и b определяются по формулам

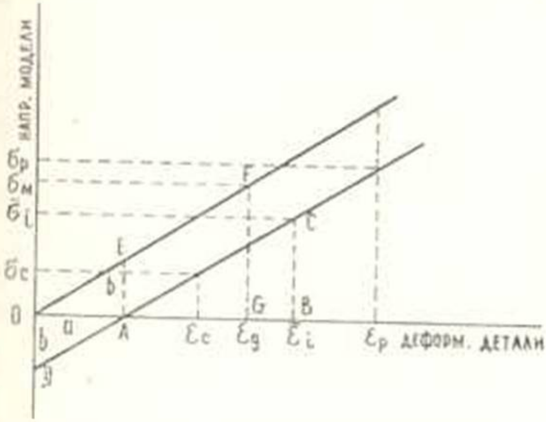
$$a = \frac{\sigma_p \varepsilon_c - \sigma_c \varepsilon_p}{\sigma_p - \sigma_c}, \qquad b = \frac{\sigma_p \varepsilon_c - \sigma_c \varepsilon_p}{\varepsilon_p - \varepsilon_c}, \tag{2.2}$$

где $\sigma_p = \sigma_{max} \leqslant \sigma_{пц.\,раст} \approx 12$ $кг/см^2$; $|\sigma_c| = |\sigma_{min}| \leqslant |\sigma_{пц.\,сж}| \approx 12$ $кг/см^2$; $\varepsilon_p = \varepsilon_{max}$; $\varepsilon_c = \varepsilon_{min}$.

Подставляя (2.2) в (2.1) получим

$$\overline{\sigma_i} = \frac{\sigma_p - \sigma_c}{\varepsilon_p - \varepsilon_c}\left(\overline{\varepsilon_i} - \frac{\sigma_p \varepsilon_c - \sigma_c \varepsilon_p}{\sigma_p - \sigma_c}\right). \quad (2.3)$$

В случае неравномерного нагрева детали, состоящей из однородного материала, $\overline{\varepsilon_i} = \alpha \Delta T_i$, $\varepsilon_p = \alpha \Delta T_{max}$, $\varepsilon_c = \alpha \Delta T_{min}$. В случае равномерного нагрева детали, состоящей из различных материалов с



Фиг. 1. Диаграмма зависимости между напряжением в модели и деформациями в натурной детали.

различными коэффициентами линейного расширения α_i,

$$\overline{\varepsilon_i} = \alpha_i \Delta T, \quad \varepsilon_p = \Delta T \cdot \alpha_{max}, \quad \varepsilon_c = \Delta T \cdot \alpha_{min}.$$

Условия подобия, по которым выполняется упругая модель и производится переход от замеров на модели к искомым величинам в натурной детали, составляются из рассмотрения фиг. 1. Из треугольников OAE и OGF следует

$$\sigma_д = \frac{a}{b} E_д \cdot \sigma_м. \quad (2.4)$$

Подставив значения a и b из (2.2), получим

$$\sigma_д = E_д \frac{\varepsilon_p - \varepsilon_c}{\sigma_p - \sigma_c} \sigma_м. \quad (2.5)$$

По формуле (2.5) производят пересчет найденных напряжений в модели на напряжения в детали, если напряжения не зависят от коэффициента Пуассона или коэффициенты Пуассона материалов модели и детали одинаковы ($\nu_м = \nu_д$).

Имея величины ε_p и ε_c в частях детали выбирается σ_p и σ_c, а $\overline{\sigma_i}$ определяется по формуле (2.3). Возможны три частных случая:

1) $\sigma_c = 0$, $\varepsilon_c \neq 0$, т. е. минимальным деформациям частей детали ε_c соответствуют напряжения $\sigma_c = 0$ в соответствующих частях модели. В этом случае формулы (2.3) и (2.5) принимают вид

$$\bar{\sigma}_i = \frac{\sigma_p}{\varepsilon_p - \varepsilon_c}(\bar{\varepsilon}_i - \varepsilon_c), \tag{2.3а}$$

$$\sigma_\text{д} = E_\text{д}\frac{\varepsilon_p - \varepsilon_c}{\sigma_p}\sigma_\text{м}. \tag{2.5а}$$

2) $\varepsilon_c = 0$, $\sigma_c \neq 0$, т. е. минимальным деформациям $\varepsilon_c = 0$ частей детали соответствуют минимальные напряжения $\sigma_c \neq 0$ в соответствующих частях модели. Для этого случая:

$$\sigma_i = \frac{\sigma_p - \sigma_c}{\varepsilon_p}\left(\bar{\varepsilon}_i - \frac{\sigma_c\varepsilon_p}{\sigma_p - \sigma_c}\right). \tag{2.3б}$$

$$\sigma_\text{д} = \frac{E_\text{д}\varepsilon_p}{\sigma_p - \sigma_c}\sigma_\text{м}. \tag{2.5б}$$

3) $\varepsilon_c = 0$, $\sigma_c = 0$, т. е. части модели, соответствующие частям натурной детали, имеющие деформации $\varepsilon_c = 0$, оставлены без напряжения ($\sigma_c = 0$). Тогда

$$\sigma_i = \frac{\sigma_p}{\varepsilon_p}\bar{\varepsilon}_i, \tag{2.3в}$$

$$\sigma_\text{д} = \frac{E_\text{д}\varepsilon_p}{\sigma_p}\sigma_\text{м}. \tag{2.5в}$$

Напряжения в модели из оптически—чувствительного материала определяются методами фотоупругости [3,4]. Во внутренних точках объемной (плоской) модели имеем

$$(\sigma_1 - \sigma_2)_\text{м} = \frac{\sigma_0^{(1,0)}}{t}m,$$

а на свободном от нагрузки контуре плоской модели—

$$\sigma_\text{м} = \frac{\sigma_0^{(1,0)}}{t}m,$$

где $\sigma_1 - \sigma_2$ квазиглавные (или главные) напряжения; σ_u — напряжение вдоль контура; $\sigma_0^{(1,0)}$ — оптическая постоянная материала модели; m— —порядок полосы интерференции; t — толщина модели в направлении просвечивания.

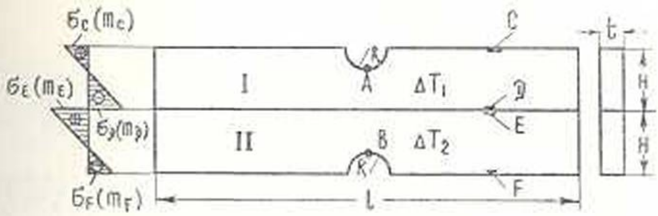
§ 3. Примеры применения

Излагаемый метод иллюстрируем двумя примерами определения температурных напряжений и их концентрации в плоских деталях.

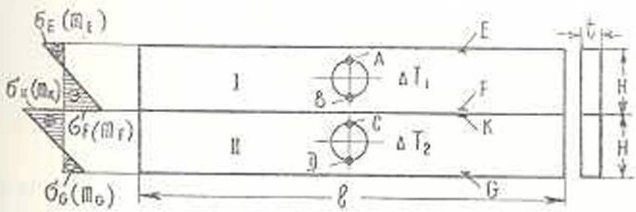
Пример 1. Определялись температурные напряжения и их концентрации в стальной пластинке с двухсторонними неглубокими выточками (фиг. 2). Верхняя 1 часть имела температуру $\Delta T_1 = 200°C$, нижняя — $\Delta T_2 = 0$. Материал пластинки — сталь ($E = 2\cdot 10^6$ *кг/см²*;

$\alpha = 12 \cdot 10^{-6}$). Модель из ЭД6—М с оптической постоянной $\sigma_0^{(1,0)} = 0{,}35$ *кг/см² см/полос* имела размеры: $2h_{мод} = 30{,}8$ *мм*; $l_{мод} = 116{,}4$ *мм* (коэффициент геометрического подобия $\alpha_e = 2$) толщина модели $t_{мод} = 6{,}3$ *мм*. Часть I модели была „заморожена" при растягивающем напряжении 8,3 *кг/см²*, а часть II была оставлена без напряжений.

После склеивания частей I и II модели по ребрам и обработки по поверхности, перед „размораживанием" были сделаны выточки (фиг. 2) радиусами $r = 5$ *мм*. Из картины полос, полученной после



Фиг. 2. Пластинка с двухсторонними неглубокими выточками и эпюры напряжений (порядков полос) по неослабленному сечению. $\Delta T_1 = 200°C$; $\Delta T_2 = 0$; $R = 5$ *мм*.



Фиг. 3. Пластинка с двумя отверстиями диаметром $d = 8{,}0$ *мм* и эпюры напряжений (порядков полос) по неослабленному сечению. $\Delta T_1 = 200°C$; $\Delta T_2 = 0$.

„размораживания" модели (фиг. 4), видно, что напряжения в пластинке, на расстоянии равном $\approx 1{,}5h$ от выточек и от торцов, изменяются линейно. Порядки полос на контуре модели и у склейки определялись с учетом краевого эффекта. Эпюра напряжений (полос) для этих участков показана на фиг. 2.

По формуле $\sigma_з = \frac{E_з \varepsilon_p}{\sigma_p} \sigma_м = \frac{E_з \alpha \Delta T_{max}}{\sigma_p} \cdot \sigma_м$ получаем

$$\sigma_C = -\sigma_F = \frac{12 \cdot 10^{-6} \cdot 2 \cdot 10^6 \cdot 200}{-8{,}3} \cdot \frac{0{,}35}{0{,}63} (-4{,}5) = 1445 \text{ кг/см}^2,$$

$$\sigma_D = -\sigma_E = \frac{12 \cdot 10^{-6} \cdot 2 \cdot 10^6 \cdot 200}{-8{,}3} \cdot \frac{0{,}35}{0{,}63} \cdot 9 = -2890 \text{ кг/см}^2.$$

По наибольшим порядкам полос m_{max} в точках A и B и $m_{ном}$ (фиг 2), отсчитанных на полярископе, найдены коэффициенты концентрации $\alpha_з = \frac{m_{max}}{m_{ном}}$, отнесенные к неослабленным сечениям частей I и II. В точках A и B (фиг. 2) $(m_{max})_A = 11,5$; $(m_{max})_B = 11,0$. $m_{ном} = 4,5$ берется в точках модели, соответствующих точкам C и F фиг. 2.

Для коэффициентов концентрации получаем

$$(\alpha_з)_A = \frac{(m_{max})_A}{m_{ном}} = \frac{11,5}{4,5} = 2,56,$$

$$(\alpha_з)_B = \frac{(m_{max})_B}{m_{ном}} = \frac{11,0}{4,5} = 2,45.$$

Определены коэффициенты концентрации также расчетным путем. При расчете принималось, что на каждой части I и II пластинки, имеющей односторонние неглубокие выточки, действуют сосредоточенная сила P, вызывающая чистое растяжение или сжатие и изгибающий момент $M = \frac{H}{2}P$, вызывающий чистый изгиб. Исходя из закона независимости действия сил, получаем

$$\alpha_з = \frac{\sigma_{max}}{\sigma_{ном}} = \frac{3\alpha_з^{изг} - \alpha_з^{раст}}{2}, \tag{3.1}$$

где $\alpha_з^{изг}$ — коэффициент концентрации для пластинки с односторонней неглубокой выточкой, при изгибе моментом $M = \frac{H}{2}P$; $\alpha_з^{раст}$ — коэффициент концентрации для той же пластинки при чистом растяжении; $\sigma_{ном} = \sigma_{ном}^{изг} - \sigma_{ном}^{раст} = \frac{3P}{tH} - \frac{P}{tH}$. При расчете принимают [6]

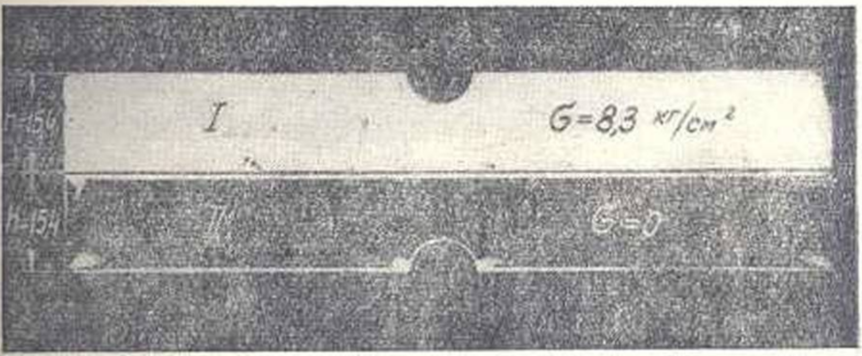
$$\alpha_з^{изг} = \alpha_з^{раст} = 3\sqrt{\frac{R}{2R}} - 1 + \frac{4}{2 + \sqrt{\frac{R}{2R}}} = 2,6.$$

Подставляя эти значения в формулу (3.1), получим

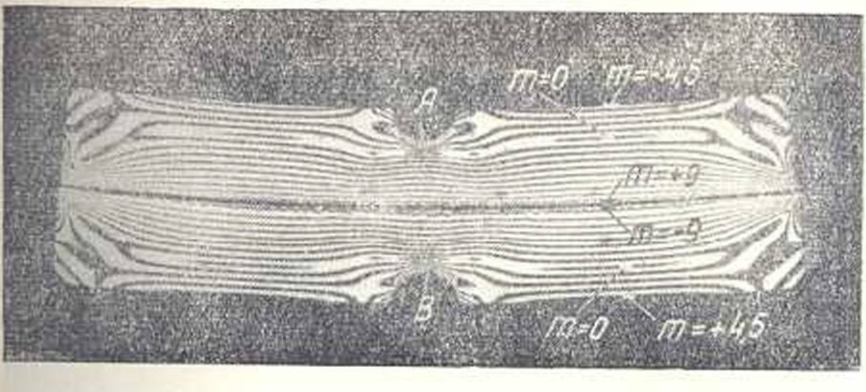
$$\alpha_з = \alpha_з^{изг} = \alpha_з^{раст} = 2,6.$$

Пример 2. Определялись температурные напряжения и их концентрации в стальной пластинке, имеющей два отверстия (фиг. 3). Верхняя часть I имела температуру $\Delta T_1 = 200°C$, нижняя часть II—$\Delta T_2 = 0$.

Модель была выполнена из материала ЭД6—М, имеющего оптическую постоянную $\sigma_0^{(1,0)} = 0,354$ *кг/см² см/полос*. Размеры модели: $2h = 30,2$ *мм*; $l = 99,3$ *мм*; $t_м = 6,2$ *мм*. Часть I модели с предварительно „замороженными" деформациями, соответствующими продольным напряжениям $\sigma = 8,47$ *кг/см²*, склеена с частью II по ребрам. После этого были просверлены отверстия диаметром $d_м = 8,0$ *мм* (фиг. 5а) и модель путем нагрева была „разморожена". Полученная картина полос интерференции показана на фиг. 5б. Эпюра напряжений (полос) по сечениям, где влияние отверстия затухает, показана на фиг. 3. Напряжения σ_E, σ_G, σ_K и σ_F определяются по формуле (2.5в).



а



б

Фиг. 4. Картина полос при определении температурных напряжений в пластинке, изображенной на фиг. 2

а) при „свободной" деформации I пластинки,

б) после „размораживания" склеенной модели, $m_A = 11.5$; $m_B = 11.0$

$$\sigma_E = -\sigma_G = \frac{12\cdot 10^{-6}\cdot 2\cdot 10^{6}\cdot 200}{-8{,}47}\cdot\frac{0{,}354}{0{,}62}(-4{,}4) = 1425\ кг/см^2$$

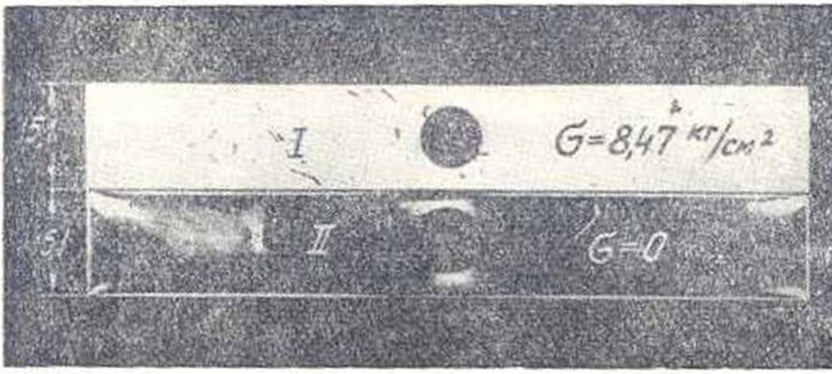
$$\sigma_K = -\sigma_F = \frac{12\cdot 10^{-6}\cdot 2\cdot 10^{6}\cdot 200}{-8{,}47}\cdot\frac{0{,}354}{0{,}62}(-8{,}8) = 2850\ кг/см^2.$$

Коэффициенты концентраций в точках A, B, C и D (фиг. 5б) определяются по формуле $\alpha_\sigma = \frac{m_{max}}{m_{ном}}$, где номинальный порядок полосы $m_{ном}$ по ослабленному сечению определяется по порядкам полос неослабленного сечения

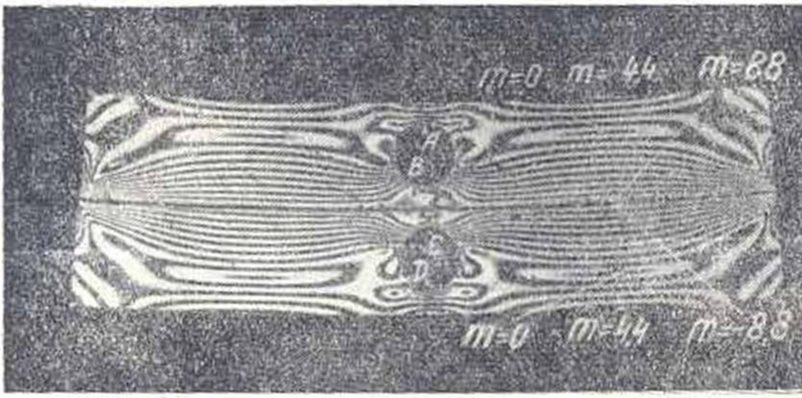
$$m^{\text{раст}}_{\text{ном}} = \frac{h}{h-d} \cdot m_{\text{раст}} = 4{,}68; \qquad m^{\text{изг}}_{\text{ном}} = \frac{h^3}{h^3 - d^3} \cdot m_{\text{изг}} = 7{,}75$$

$$(m_{\max})_A = 1{,}5; \quad (m_{\max})_B = 16; \quad (m_{\max})_C = 18; \quad (m_{\max})_D = 2{,}5.$$

Для коэффициентов концентрации получаем



а



б

Фиг. 5. Картина полос при определении температурных напряжений в [пла]стинке, изображенной на фиг. 3

а) при „свободной“ деформации 1 пластинки.

б) после „размораживания“ склеенной модели $m_A = 1{,}5$; $m_B = 16$; $m_C =$ [18]; $m_D = 2{,}5$.

$$(\alpha_z)_{\frac{A,D}{B,C}} = \frac{m_{\max}}{m^{\text{изг}}_{\text{ном}} \pm m^{\text{раст}}_{\text{ном}}},$$

$$(\alpha_z)_A = \frac{1{,}5}{3{,}07} = 0{,}49; \quad (\alpha_z)_B = \frac{16}{12{,}43} = 1{,}29;$$

$$(\alpha_z)_C = \frac{18}{12{,}43} = 1{,}45; \qquad (\alpha_z)_D = \frac{2{,}5}{3{,}07} = 0{,}815,$$

т. е. в точках A и D не имеется концентрации напряжений. Для сравнения получены коэффициенты концентрации расчетным путем. При расчете каждая часть I и II модели рассматривается как отдельная пластинка, шириною h с центральным круговым отверстием диаметра d, находящаяся под одновременным действием сосредоточенной силы P (действует по оси пластинки) и изгибающего момента $M = \frac{h}{2}$P.

Исходя из закона независимости действия сил, получаем

$$(\alpha_z)_{\substack{A,D \\ B,C}} = \frac{\frac{3h^2}{h^2 + hd + d^2}\alpha_z^{\text{изг}} \pm \alpha_z^{\text{раст}}}{\frac{3h^2}{h^2 + hd + d^2} \mp 1}, \tag{3.2}$$

где $h = 15{,}1$ *мм*; $d = 8$ *мм*; $\alpha_z^{\text{изг}} \approx \frac{2d}{h} = \frac{16}{15{,}1} = 1{,}06$; $\alpha_z^{\text{раст}} \approx \frac{3h}{h+d} = \frac{3 \cdot 15{,}1}{23{,}1} = 1{,}96$. Номинальные напряжения берутся по ослабленному сечению на контуре [6]

$$\sigma_{\text{ном}}^{\text{изг}} = \frac{6Mh}{t\,(h^3 - d^3)} = \frac{3\text{P}h^2}{t\,(h^3 - d^3)}, \qquad \sigma_{\text{ном}}^{\text{раст}} = \frac{\text{P}}{t\,(h - d)}.$$

Из формулы (3.2) получаем расчетные величины для коэффициентов концентраций в точках A, B, C и D

$$(\alpha_z)_A = (\alpha_z)_D = 0{,}314; \quad (\alpha_z)_B = (\alpha_z)_C = 1{,}4.$$

Полученные отклонения в экспериментальных величинах коэффициентов концентрации в сходственных точках связаны с тем, что отверстия расположены не точно на осях частей модели. Это особенно сильно сказывается в точках A и D, где напряжения небольшие.

Институт машиноведения
АН СССР

Поступила 4 III 1961

Գ. Ս. Վարդանյան

ՋԵՐՄԱՅԻՆ ԼԱՐՈՒՄՆԵՐԻ ԵՎ ՆՐԱՆՑ ԿՈՆՑԵՆՏՐԱՑԻԱՅԻ ՈՐՈՇՄԱՆ ԷՔՍՊԵՐԻՄԵՆՏԱԼ ՄԵԹՈԴ

Ա Մ Փ Ո Փ Ո Ւ Մ

Աշխատության մեջ դիտարկվում է ջերմային լարումների և նրանց կոնցենտրացիայի որոշման նոր էքսպերիմենտալ մեթոդ, օպտիկական մեթոդի կիրառմամբ: Մեթոդը հիմնված է դեֆորմացիաների համեմատման և ընտ-

բևռման հատկությունների վրա, որոնցով օժտված են մի քանի օպտիկական ակտիվ նյութեր: Լարումները որոշվում են այդ նյութերից պատրաստված մոդելներում, այնուհետև նմանության բանաձևերի միջոցով անցում է կատարվում դետալին:

Մեթոդի էությունն այն է, որ մոդելավորվում է ոչ թե դետալի ջերմային դաշտը, այլ այդ դաշտին համապատասխանող դեֆորմացիաները:

Մեթոդը պարզաբանելու նպատակով դիտարկված են հետևյալ օրինակները՝

1. Երկկողմանի ոչ խորը հանվածքներ ունեցող թիթեղում ջերմային լարումների և նրանց կոնցենտրացիայի որոշումը:

2. Անցքեր ունեցող թիթեղում ջերմային լարումների և նրանց կոնցենտրացիայի որոշումը:

ЛИТЕРАТУРА

1. *Гейтвуд Б. Е.* Термоупругие напряжения. ИЛ, М., 1959.
2. *Мелан Э.* и *Паркус Г.* Температурные напряжения вызываемые стационарными температурными полями, Физматгиз, М., 1958.
3. Справочник Машиностроителя, т. 3, Машгиз, М., 1961.
4. *Пригоровский Н. И., Прейсс А. К., Бокштейн М. Ф., Куприкова Н. А.* Модели из нового оптически—чувствительного материала ЭД6—М для поляризационно—оптического метода исследования напряжений. Из-ние Филиала ВИНИТИ, М., 1958.
5. *Папкович П. Ф.* Теория упругости. ОБОРОНГИЗ, М.—Л., 1939.
6. *Нейбер Г.* Концентрация напряжений. ОГИЗ—Гостехиздат, М., 1947.