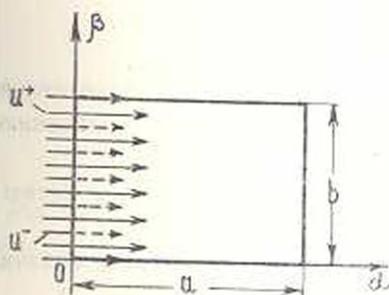


Ж. Е. Багдасарян

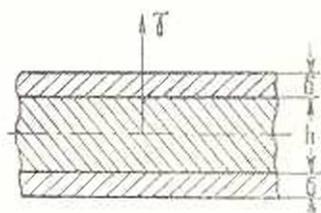
Об устойчивости трехслойной ортотропной пластинки в сверхзвуковом потоке газа

Задачи нелинейного флаттера однородных пластин и оболочек рассмотрены в работах [4, 5, 6, 16], для слоистых пластин и оболочек, насколько нам известно, такие задачи не рассматривались.

В настоящей работе делается попытка дать решение задачи нелинейного флаттера трехслойных прямоугольных пластинок, обтекаемых сверхзвуковыми потоками газа при нулевом угле атаки (фиг. 1).



Фиг. 1



Фиг. 2

Избыточное давление газа учитывается приближенной формулой, справедливой при $M \gg 1$ [8, 9]

$$P = P_{\infty} \left(1 + \frac{\kappa - 1}{2} \frac{v^2}{a_{\infty}^2} \right)^{\frac{2\kappa}{\kappa - 1}} \quad (1)$$

Здесь P — давление газа на поверхности пластинки, P_{∞} — давление невозмущенного потока газа, v — нормальная составляющая скорости поверхности пластинки, a_{∞} — скорость звука для невозмущенного газа, κ — показатель политропы.

1. Рассмотрим прямоугольную трехслойную ортотропную пластинку со сторонами a и b , которая обтекается с обеих сторон сверхзвуковым потоком газа с невозмущенными скоростями, направленными вдоль оси Ox и равными соответственно U_+ и U_- . Предположим, что слои пластинки симметрично расположены относительно срединной плоскости пластинки, которая является одновременно и координатной плоскостью (xz) (фиг. 2).

Пусть материал каждого слоя пластинки подчиняется обобщенному закону Гука и в каждой точке имеет три плоскости упругой симметрии, главные направления которых совпадают с направлениями ортогональных координатных линий α , β , γ . Третья координатная линия γ тоже прямолинейна и представляет расстояние по нормали от точки (α, β) срединной плоскости до точки (α, β, γ) пластинки.

Вопросами построения теории трехслойных пластин занимались многие авторы, например, [11, 12, 13, 14, 15]. В некотором отличии от них здесь в основу кладутся следующие предположения:

А. Для наружных слоев: справедливость гипотезы недеформируемых нормалей.

В. Для внутреннего слоя принимаются гипотезы С. А. Амбарцумяна, а именно:

а) касательные напряжения $\tau_{\alpha\gamma}$ и $\tau_{\beta\gamma}$ имеют вид [1, 2]

$$\tau_{\alpha\gamma} = f(\gamma) \varphi(\alpha, \beta), \quad \tau_{\beta\gamma} = f(\gamma) \psi(\alpha, \beta), \quad (1.1)$$

где $\varphi(\alpha, \beta)$ и $\psi(\alpha, \beta)$ — искомые функции координат α и β ; $f(\gamma)$ — функция, характеризующая закон изменения касательных напряжений по толщине слоя причем $f\left(\pm \frac{h}{2}\right) = 0$;

б) нормальные напряжения σ_γ на площадках, параллельных срединной плоскости, могут быть пренебрежимо по сравнению с прочими напряжениями;

в) по толщине пластинки нормальные перемещения остаются неизменными.

Предполагается также, что нормальные перемещения сравнимы с толщиной пластинки [7].

2. На основе принятых предположений основная разрешающая система дифференциальных уравнений движения имеет вид

$$a_{11} \frac{\partial^4 F}{\partial \alpha^4} + (a_{66} + 2a_{12}) \frac{\partial^4 F}{\partial \alpha^2 \partial \beta^2} + a_{22} \frac{\partial^4 F}{\partial \beta^4} + \frac{1}{2} L(w, w) = 0, \quad (2.1)$$

$$\begin{aligned} & D_{11} \frac{\partial^4 w}{\partial \alpha^4} + 2(D_{12} + 2D_{66}) \frac{\partial^4 w}{\partial \alpha^2 \partial \beta^2} + D_{22} \frac{\partial^4 w}{\partial \beta^4} - L(w, F) - \\ & - b_1 \frac{\partial \Phi_1}{\partial \alpha} - b_2 \frac{\partial \Phi_2}{\partial \beta} - k_{11} \frac{\partial^3 \Phi_1}{\partial \alpha^3} - k_{22} \frac{\partial^3 \Phi_2}{\partial \beta^3} - (k_{22} + 2k_{66}) \times \\ & \times \left(\frac{\partial^3 \Phi_1}{\partial \alpha \partial \beta^2} + \frac{\partial^3 \Phi_2}{\partial \alpha^2 \partial \beta} \right) - Z(\alpha, \beta, t) = 0, \quad (2.2) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} & D_{11} \frac{\partial^3 w}{\partial \alpha^3} + (D_{12} + 2D_{66}) \frac{\partial^3 w}{\partial \alpha \partial \beta^2} + b_1 \Phi_1 - b_{11} \frac{\partial^2 \Phi_1}{\partial \alpha^2} - b_{66} \frac{\partial^2 \Phi_1}{\partial \beta^2} - \\ & - (b_{12} + b_{66}) \frac{\partial^2 \Phi_2}{\partial \alpha \partial \beta} = 0, \quad (2.3) \end{aligned}$$

$$D_{12} \frac{\partial^3 w}{\partial \beta^3} + (D_{12} + 2D_{66}) \frac{\partial^3 w}{\partial \alpha^2 \partial \beta} + b_2 \Phi_2 - b_{22} \frac{\partial^2 \Phi_2}{\partial \beta^2} - b_{66} \frac{\partial^2 \Phi_2}{\partial \alpha^2} - (b_{12} + b_{66}) \frac{\partial^2 \Phi_1}{\partial \alpha \partial \beta} = 0, \quad (2.4)$$

где $w(\alpha, \beta, t)$ — прогиб пластинки, $F = F(\alpha, \beta, t)$ — функция напряжений, через которую внутренние усилия представляются следующим образом

$$T_1 = \frac{\partial^2 F}{\partial \beta^2}, \quad T_2 = \frac{\partial^2 F}{\partial \alpha^2}, \quad S = -\frac{\partial^2 F}{\partial \alpha \partial \beta}. \quad (2.5)$$

Для коэффициентов a_{ik} имеем

$$a_{11} = \frac{C_{11}}{\Omega}, \quad a_{22} = \frac{C_{22}}{\Omega}, \quad a_{12} = \frac{C_{12}}{\Omega}, \quad a_{66} = \frac{1}{C_{66}}, \quad (2.6)$$

$$\Omega = C_{11}C_{22} - C_{12}^2.$$

Жесткости растяжения C_{ik} и изгиба D_{ik} и \bar{D}_{ik} имеют вид

$$C_{ik} = 2B'_{ik}\delta + B''_{ik}h, \quad (2.7)$$

$$D_{ik} = B'_{ik} \frac{h\delta(h+\delta)}{2} + B''_{ik} \frac{h^3}{12}, \quad (2.8)$$

$$\bar{D}_{ik} = B'_{ik} \left(\frac{2}{3} \delta^3 + \frac{h\delta^2}{2} \right).$$

где B''_{ik} — упругие постоянные внутреннего слоя, а B'_{ik} — внешних слоев

$$B_{11} = \frac{E_1}{1 - \nu_1 \nu_2}, \quad B_{22} = \frac{E_2}{1 - \nu_1 \nu_2}, \quad B_{12} = \nu_1 B_{22} = \nu_2 B_{11}, \quad (2.9)$$

$$B_{44} = G_{23}, \quad B_{55} = G_{13}, \quad B_{66} = G_{12}.$$

В (2.1) — (2.4) приняты следующие обозначения

$$\Phi_1 = \frac{1}{B_{55}^0} \varphi(\alpha, \beta), \quad \Phi_2 = \frac{1}{B_{44}^0} \psi(\alpha, \beta), \quad (2.10)$$

$$b_{ik} = B_{ik}^0 J_1 + B'_{ik} h \delta J_0(h/2), \quad (2.11)$$

$$k_{ik} = B'_{ik} \delta^2 J_0(h/2),$$

$$b_1 = 2B_{55}^0 J_0(h/2), \quad b_2 = 2B_{44}^0 J_0(h/2), \quad (2.12)$$

$$L(w, F) = \frac{\partial^2 w}{\partial \alpha^2} \frac{\partial^2 F}{\partial \beta^2} - 2 \frac{\partial^2 w}{\partial \alpha \partial \beta} \frac{\partial^2 F}{\partial \alpha \partial \beta} + \frac{\partial^2 w}{\partial \beta^2} \frac{\partial^2 F}{\partial \alpha^2},$$

где

$$J_0(\gamma) = \int_0^\gamma f(\gamma) d\gamma, \quad J_1 = \int_{-h/2}^{h/2} \gamma J_0(\gamma) d\gamma. \quad (2.13)$$

Поперечная нагрузка $Z(x, \beta, t)$ складывается из сил инерции, сил демпфирования и аэродинамического давления

$$Z(x, \beta, t) = -m^* \frac{\partial^2 w}{\partial t^2} - 2m^* \varepsilon \frac{\partial w}{\partial t} + \Delta P. \quad (2.14)$$

Здесь ε — коэффициент затухания, m^* — приведенная масса пластинки, которая имеет вид

$$m^* = \frac{1}{g} (2\gamma^i h + \gamma^s h).$$

где γ^i — удельные веса материала слоев, g — ускорение силы тяжести.

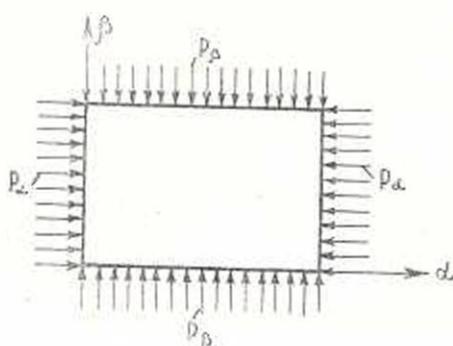
Аэродинамическое давление ΔP в случае одностороннего обтекания имеет вид [4]

$$\Delta P = -\alpha P_\infty \left[M \frac{\partial w}{\partial x} + \frac{\alpha+1}{4} M^2 \left(\frac{\partial w}{\partial x} \right)^2 + \frac{\alpha+1}{12} M^3 \left(\frac{\partial w}{\partial x} \right)^3 + \dots \right]. \quad (2.15)$$

где $M = U_+ / a_\infty$ — число Маха для невозмущенного потока.

В случае двухстороннего обтекания, когда $U_+ = U_-$, формула аэродинамического давления упрощается и принимает вид

$$\Delta P = -2\alpha P_\infty \left[M \frac{\partial w}{\partial x} + \frac{\alpha+1}{12} M^3 \left(\frac{\partial w}{\partial x} \right)^3 - \dots \right]. \quad (2.16)$$



Фиг. 3

Принимается, что пластинка свободно опирается по всему контуру и в своей срединной плоскости подвергается действию сжимающих усилий, средние значения которых суть P_α , P_β (фиг. 3).

Для рассматриваемой задачи граничные условия запишутся следующим образом

$$\text{при } x=0, x=a$$

$$w=0, M_1 = -\bar{D}_{11} \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} - \bar{D}_{12} \frac{\partial^2 w}{\partial \beta^2} +$$

$$+ k_{11} \frac{\partial \Phi_1}{\partial x} + k_{22} \frac{\partial \Phi_2}{\partial \beta} = 0, \quad (2.17)$$

$$\bar{S} = 0, \quad T_1 = -P_\alpha, \quad (2.18)$$

$$\psi = 0; \quad (2.19)$$

$$\text{при } \beta=0, \beta=b$$

$$w=0, \quad M_2 = -\bar{D}_{22} \frac{\partial^2 w}{\partial \beta^2} - \bar{D}_{12} \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} + k_{22} \frac{\partial \Phi_2}{\partial \beta} + k_{11} \frac{\partial \Phi_1}{\partial x} = 0, \quad (2.20)$$

$$\bar{S} = 0, \quad T_2 = -P_\beta, \quad (2.21)$$

$$\varphi = 0, \quad (2.22)$$

где \bar{T}_1 , \bar{T}_2 и \bar{S} — средние усилия на краях.

Таким образом, задача сводится к исследованию системы нелинейных уравнений (2.1)–(2.4) при граничных условиях (2.17)–(2.22), когда функция Z определяется выражениями (2.14), (2.15) и (2.16).

3. Будем искать приближенное решение системы (2.1)–(2.4) в виде

$$w = f_{11}(t) \sin \lambda_1 x \sin \mu_1 \beta + f_{21}(t) \sin \lambda_2 x \sin \mu_1 \beta, \quad (3.1)$$

$$\Phi_1 = P_{11}(t) \cos \lambda_1 x \sin \mu_1 \beta + P_{21}(t) \cos \lambda_2 x \sin \mu_1 \beta, \quad (3.2)$$

$$\Phi_2 = R_{11}(t) \sin \lambda_1 x \cos \mu_1 \beta + R_{21}(t) \sin \lambda_2 x \cos \mu_1 \beta. \quad (3.3)$$

где $\lambda_k = \frac{i\pi}{a}$, $\mu_k = \frac{k\pi}{b}$; $f_{ik}(t)$, $P_{ik}(t)$, $R_{ik}(t)$ — некоторые функции, подлежащие определению.

Рассматривая (3.1)–(3.3) легко заметить, что граничные условия (2.17), (2.19), (2.20) и (2.22) удовлетворены полностью.

Подставив (3.1) в (2.1), найдем функцию F , удовлетворяющую граничным условиям (2.18) и (2.21). Затем, значения w , Φ_1 и Φ_2 соответственно из (3.1), (3.2) и (3.3) подставив в уравнения (2.3) и (2.4) получим алгебраическую систему относительно искомых $P_{ik}(t)$ и $R_{ik}(t)$. Решив эту систему найдем функции Φ_1 и Φ_2 , выраженные через $f_{ik}(t)$. Наконец, подставив найденные выражения для F , Φ_1 и Φ_2 , зависящие от неизвестных функций $f_{ik}(t)$, в уравнение (2.2) и решив его методом Бубнова-Галеркина, в случае одностороннего обтекания получим следующую нелинейную систему двух уравнений относительно двух искомых безразмерных функций

$$x_1 = \frac{f_{11}}{h_1}, \quad x_2 = \frac{f_{21}}{h_1}, \quad (3.4)$$

$$\frac{d^2 x_1}{d\tau^2} + \lambda \frac{dx_1}{d\tau} + x_1 - K \mu \left[-\frac{2}{3} x_2 + \mu (\alpha_{11} x_1^2 + \alpha_{12} x_2^2) + \mu^2 x_2 (\beta_{11} x_1^2 + \beta_{12} x_2^2) \right] + Q x_1 (\gamma_{11} x_1^2 + \gamma_{12} x_2^2) = 0, \quad (3.5)$$

$$\frac{d^2 x_2}{d\tau^2} + \lambda \frac{dx_2}{d\tau} + \gamma^2 x_2 + K \mu \left[\frac{2}{3} x_1 + \mu \alpha_{21} x_1 x_2 + \mu^2 x_1 (\beta_{21} x_1^2 + \beta_{22} x_2^2) \right] + Q x_2 (\gamma_{21} x_1^2 + \gamma_{22} x_2^2) = 0,$$

где

$$\lambda = \frac{2\epsilon}{\omega_1}, \quad \gamma = \frac{\omega_2}{\omega_1}, \quad \mu = M \frac{h_1}{a}, \quad h_1 = h + 2\delta, \quad (3.6)$$

$$K = \frac{4\lambda P_\infty}{m^* \omega_1^2 h_1}, \quad Q = \frac{h_1^2}{16m^* \omega_1^2}. \quad (3.7)$$

$$\alpha_{11} = \frac{2}{9}(\kappa + 1), \quad \alpha_{12} = \frac{56}{45}(\kappa + 1), \quad \alpha_{21} = \frac{16}{45}(\kappa + 1).$$

$$\beta_{11} = \beta_{21} = \frac{\pi^2(x+1)}{40}, \quad \beta_{12} = -\frac{9\pi^2(x+1)}{70}, \quad \beta_{22} = \frac{11\pi^2(x+1)}{70}. \quad (3.8)$$

$$\gamma_{11} = \frac{\lambda_1^4}{a_{22}} + \frac{\mu_1^4}{a_{11}}, \quad \gamma_{12} = \gamma_{21} = 4\gamma_{11} + \frac{81\lambda_1^4\mu_1^4}{\Delta_{\lambda\mu_1}} + \frac{\lambda_1^4\mu_1^4}{\Delta_{\lambda\mu_2}}$$

$$\gamma_{22} = \frac{\lambda_2^4}{a_{22}} + \frac{\mu_2^4}{a_{11}}, \quad \nu_1 = \frac{i\pi}{a}, \quad \nu_2 = \frac{k\pi}{b}$$

$$\begin{aligned} \omega_1^2 = \frac{1}{m^*} [& \bar{D}_{11}\lambda_1^4 + 2(\bar{D}_{12} + 2\bar{D}_{00})\lambda_1^2\mu_1^2 + \bar{D}_{22}\mu_1^4 + b_1\lambda_1 A_{11} + \\ & + b_2\mu_1 \bar{A}_{11} - k_{11}\lambda_1^3 A_{11} - (k_{12} + 2k_{00})(\mu_1 A_{11} + \lambda_1 \bar{A}_{11})\lambda_1\mu_1 - \\ & - \mu_1^3 k_{22} \bar{A}_{11} - \lambda_1^2 P_3 - \mu_1^2 P_4], \end{aligned} \quad (3.9)$$

$$\begin{aligned} \omega_2^2 = \frac{1}{m^*} [& \bar{D}_{11}\lambda_2^4 + 2(\bar{D}_{12} + 2\bar{D}_{00})\lambda_2^2\mu_2^2 + \bar{D}_{22}\mu_2^4 + b_1\lambda_2 A_{21} + \\ & + b_2\mu_2 \bar{A}_{21} - k_{11}\lambda_2^3 A_{21} - (k_{12} + 2k_{00})(\mu_2 A_{21} + \lambda_2 \bar{A}_{21})\lambda_2\mu_2 - \\ & - \mu_2^3 k_{22} \bar{A}_{21} - \lambda_2^2 P_4 - \mu_2^2 P_5], \end{aligned} \quad (3.10)$$

$$\Delta_{\lambda\mu_1} = a_{11}\lambda_1^4 + (a_{00} + 2a_{12})\lambda_1^2\mu_1^2 + a_{22}\mu_1^4, \quad (3.11)$$

$$\Delta_{\lambda\mu_2} = a_{11}\lambda_2^4 + (a_{00} + 2a_{12})\lambda_2^2\mu_2^2 + a_{22}\mu_2^4, \quad (3.12)$$

$$\begin{aligned} A_{ik} = \frac{Y}{(b_1 + b_{11}\lambda_i^2 + b_{00}\mu_k^2)(b_2 + b_{22}\mu_k^2 + b_{00}\lambda_i^2) - (b_{12} + b_{00})^2 \lambda_i^2 \mu_k^2} \lambda_i, \\ Y = [D_{11}\lambda_i^2 + (D_{12} + 2D_{00})\mu_k^2](b_2 + b_{22}\mu_k^2 + b_{00}\lambda_i^2) - \\ - (b_{12} + b_{00})[D_{22}\mu_k^2 + (D_{12} + 2D_{00})\lambda_i^2] \mu_k^2 \end{aligned} \quad (3.13)$$

$$\begin{aligned} \bar{A}_{ik} = \frac{Y'}{(b_1 + b_{11}\lambda_i^2 + b_{00}\mu_k^2)(b_2 + b_{22}\mu_k^2 + b_{00}\lambda_i^2) - (b_{12} + b_{00})^2 \lambda_i^2 \mu_k^2} \mu_k, \\ Y' = [D_{22}\mu_k^2 + (D_{12} + 2D_{00})\lambda_i^2](b_1 + b_{11}\lambda_i^2 + b_{00}\mu_k^2) - \\ - (b_{12} + b_{00})[D_{11}\lambda_i^2 + (D_{12} + 2D_{00})\mu_k^2] \lambda_i^2 \end{aligned}$$

В случае двухстороннего обтекания с равными скоростями потока, система (3.5) принимает более простой вид

$$\begin{aligned} \frac{d^2 x_1}{d\tau^2} + \lambda \frac{dx_1}{d\tau} + x_1 + k\mu \left[-\frac{2}{3}x_2 + \mu^2 x_2 (\beta_{11}x_1^2 + \beta_{12}x_2^2) \right] + \\ + Qx_1 (\gamma_{11}x_1^2 + \gamma_{12}x_2^2) = 0, \end{aligned} \quad (3.14)$$

$$\begin{aligned} \frac{d^2 x_2}{d\tau^2} + \lambda \frac{dx_2}{d\tau} + \gamma^2 x_2 + k\mu \left[\frac{2}{3}x_1 + \mu^2 x_1 (\beta_{21}x_1^2 + \beta_{22}x_2^2) \right] + \\ + Qx_2 (\gamma_{21}x_1^2 + \gamma_{22}x_2^2) = 0, \end{aligned}$$

где $K = \frac{8\pi P_\infty}{m^* \omega_1^2 h_1}$, т. е. в два раза большее, чем в случае одностороннего обтекания.

Соответствующая (3.5) и (3.14) линейная система допускает решения в виде

$$x_i = y_i e^{w\tau}. \quad (3.15)$$

В случае малых значений μ , все характеристические показатели w лежат в левой полуплоскости комплексного переменного, и тривиальное решение $w = 0$ асимптотически устойчиво по отношению к малым возмущениям. Значение параметра $\mu = \mu_*$, при котором два из характеристических показателей становятся чисто мнимыми, а остальные по-прежнему лежат в левой полуплоскости, является критическим и соответствует критической скорости панельного флаттера в линейной постановке этой задачи

$$\mu_* = \frac{3}{4} \frac{\gamma^2 - 1}{K} \sqrt{1 + \frac{2(\gamma^2 + 1)\lambda^2}{(\gamma^2 - 1)^2}}. \quad (3.16)$$

4. Периодическое решение системы (3.5) в окрестности критического значения будем искать методом последовательных приближений. С этой целью, проинтегрировав два раза, перепишем систему (3.5) в виде

$$x_1 = - \int_0^\tau \int_0^\tau \left\{ \lambda x_1' + x_1 + K\mu \left[-\frac{2}{3} x_2 + \mu (x_{11} x_1^2 + x_{12} x_2^2) + \mu^2 x_2 (\beta_{11} x_1^2 + \beta_{12} x_2^2) \right] + Qx_1 (\gamma_{11} x_1^2 + \gamma_{12} x_2^2) \right\} d\tau d\tau + C_1, \quad (4.1)$$

$$x_2 = - \int_0^\tau \int_0^\tau \left\{ \lambda x_2' + \gamma^2 x_2 + K\mu \left[\frac{2}{3} x_1 + \mu x_{21} x_1 x_2 + \mu^2 x_1 (\beta_{21} x_1^2 + \beta_{22} x_2^2) \right] + Qx_2 (\gamma_{21} x_1^2 + \gamma_{22} x_2^2) \right\} d\tau d\tau + C_2,$$

где C_1 и C_2 — постоянные интегрирования, которые определяются из начальных условий.

В качестве первого приближения принимаем, что

$$\begin{aligned} x_1^{(1)} &= A^{(1)} \cos \theta \tau, \\ x_2^{(1)} &= -A^{(1)} \cos \theta \tau, \end{aligned} \quad (4.2)$$

где $A^{(1)}$ и θ — амплитуда и частота установившихся колебаний флаттера, найденные методом Бубнова-Галеркина

$$A^{(1)} = \frac{4}{3} \sqrt{\frac{(\mu - \mu_*) K}{Q\gamma_0 - K\mu^2 \beta_0}}, \quad (4.3)$$

$$g^2 = 1 + \frac{2}{3} K_{\mu} + \frac{3}{4} (Q\gamma_1 - K_{\mu}^2 \beta_1) (A^{(1)})^2. \quad (4.4)$$

Здесь

$$\gamma_0 = \gamma_{21} + \gamma_{22} - \gamma_{11} - \gamma_{12}, \quad \beta_0 = \beta_{21} + \beta_{22} - \beta_{11} - \beta_{12}, \quad (4.5)$$

$$\gamma_1 = \gamma_{11} + \gamma_{12}, \quad \beta_1 = \beta_{11} + \beta_{12}. \quad (4.6)$$

Подставив (4.2) в правую часть системы (4.1) и удовлетворив начальным условиям, для амплитуды второго приближения получим

$$A^{(2)} = A^{(1)} \sqrt{1 + \frac{\lambda^2}{g^2}}. \quad (4.7)$$

Из формулы (4.7) видно, что характер движения вблизи критического значения μ зависит от поведения амплитуды первого приближения $A^{(1)}$.

Здесь возможны следующие два случая.

а) Если при $\mu > \mu_*$ $Q\gamma_0 - K_{\mu}^2 \beta_0 > 0$, то это означает, что амплитуда установившихся колебаний флаттера, равная нулю на границе области флаттера, постепенно увеличивается при дальнейшем увеличении параметра μ .

в) Если $Q\gamma_0 - K_{\mu}^2 \beta_0 < 0$ при $\mu < \mu_*$, то в этом случае амплитуда постепенно уменьшается при увеличении параметра μ . Но когда μ становится больше, чем μ_* , действительные значения $A^{(1)}$ отсутствуют и получается резкий переход от устойчивости невозмущенной формы к неустойчивости.

5. Для примера приводим решение поставленной задачи для трехслойной квадратной пластинки, характерные размеры срединной плоскости которой суть $a = b = 3.14$ м. Для вычисления берем: $\kappa = 1,4$, $\lambda = 0,05$ и $P_2 = P_3 = 0$.

Упругие постоянные материала каждого слоя приводятся ниже.

Слой	E_1 кг/м ²	E_2 кг/м ²	G_{12} кг/м ²	G_{13} кг/м ²	G_{23} кг/м ²	ν_1	ν_2
I и III	$1253,7 \cdot 10^6$	$37,3 \cdot 10^6$	$63,2 \cdot 10^6$	$50,6 \cdot 10^6$	$2,4 \cdot 10^6$	0,3487	0,0104
II	$37,3 \cdot 10^6$	$1253,7 \cdot 10^6$	$63,2 \cdot 10^6$	$2,4 \cdot 10^6$	$50,6 \cdot 10^6$	0,0104	0,3487

Далее, для удельных весов материала каждого слоя имеем $\gamma' = \gamma'' = 818$ кг/м³.

При этих исходных данных из (3.16) с учетом (3.6) — (3.10) для критического значения параметра μ получим

$$\mu_* = 0,945. \quad (5.1)$$

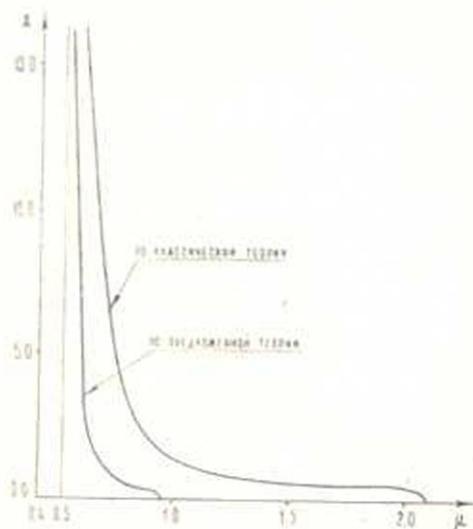
Для сравнения приводим значение μ_* без учета поперечных сдвигов в среднем слое пластинки

$$\mu_* = 2,11. \quad (5.2)$$

Сравнив (5.1) и (5.2), легко заметить существенное уменьшение значений μ_c в случае учета поперечных сдвигов.

Это означает, что значение критической скорости флаттера, найденное по предложенной теории, значительно меньше соответствующей величины, вычисленной по классической теории.

На фиг. 4 представлен график зависимости амплитуды установившихся колебаний флаттера от параметра μ по классической и предложенной теориям. Поскольку наибольший прогиб пластинки имеет порядок $A^{(1)}h_1$, то из фиг. 4 видно, что возмущения, вызывающие интенсивные колебания пластинки, значительно уменьшаются вследствие учета поперечных сдвигов в среднем слое пластинки.



Фиг. 4

Вычисления показывают также, что расхождение результатов, полученных по классической и предложенной теориям, увеличивается с увеличением отношения h_1/a .

Институт математики и механики
АН Армянской ССР

Поступила 11 IV 1961

Ճ. Ե. Շահգասարյան

ԵՌԱՇԵՐՏ ՕՐԹՈՏՐՈՊ ՍԱԼԻ ԿԱՅՈՒՆՈՒԹՅՈՒՆԸ ՉԱՅՆԻՑ ՄԵԾ ԱՐԱԳՈՒԹՅՈՒՆ ՈՒՆԵՑՈՂ ՀՈՍԱՆՔԻ ՄԵՋ

Ս. Մ. Փ. Ո. Փ. Ո. Ի. Ս.

Հաղվածում գիտարկվում է օրթոտրոպ սալի ոչ-զծային կալունսթրուկտուրայի մեծ արագություն ունեցող հասանքով շրջնառվելիս:

Սալի միջին շերտում բնորոշվում են Ս, Ս₁ Համբարձումյանի առաջադրած հիպոթեզները, իսկ արտաքին շերտերում՝ Կիրլոսովի հիպոթեզները:

Ստացված են բանաձևեր, կրիտիկական արագություն և կալունացված ամպլիտուդաների համար:

Ցույց է տրված, որ կրիտիկական արագությունը, միջին շերտում շոշափող լարումները հաշվի առնելու հետևանքով, խիստ փոքրանում է, իսկ ամպլիտուդաներն զգալիորեն մեծանում են:

ЛИТЕРАТУРА

1. Амбарцумян С. А. К теории изгиба анизотропных пластинок. „Изв. АН СССР, ОТН“, вып. 5, 1958.
2. Амбарцумян С. А. К теории изгиба анизотропных пластинок и пологих оболочек. „ПММ“, 24, вып. 2, 1960.
3. Амбарцумян С. А. К общей теории анизотропных оболочек. „ПММ“, 22, вып. 2, 1958.
4. Болотин В. В. Нелинейный флаттер пластин и оболочек. „Инж. сб.“, 28, 1950.
5. Болотин В. В. О критических скоростях в нелинейной теории аэроупругости. „Научные доклады высшей школы, серия машиностроение и приборостроение“, № 3, 1958.
6. Болотин В. В., Гаврилов Ю. В., Макаров Б. П., Швейкао Ю. Ю. Нелинейные задачи устойчивости плоских панелей при больших сверхзвуковых скоростях. „Известия АН СССР, ОТН“, вып. 3, 1959.
7. Вольмир А. С. Гибкие пластинки и оболочки, ГИИТЛ, М., 1956.
8. Ивкович А. А. Закон плоских сечений при больших сверхзвуковых скоростях. „ПММ“, 20, № 6, 1956.
9. Ashley H. and Zartarian C. Piston theory—a new aerodynamic tool for the aeroelastician. „J. Aeron. Sci.“ vol. 23, № 6, 1956.
10. Хеджетт Д. Флаттер прямоугольных свободно опертых панелей при больших сверхзвуковых скоростях. „Сб. механика ИЛ“, № 2, 1958.
11. Reissner E. Small bending and stretching of sandwich-type shells. „NASA“ Report № 975, 1950.
12. Хачатрян А. А. К расчету трехслойной ортотропной оболочки. „Известия АН АрмССР серия физ.-мат. наук“, 12, № 5, 1959.
13. Григолюк Э. И. Уравнения трехслойных оболочек с легким наполнителем. „Известия АН СССР, ОТН“, № 1, 1957.
14. Куршин Л. М. Уравнения трехслойных цилиндрических оболочек. „Известия АН СССР, ОТН“, № 3, 1958.
15. Прусаков А. П. Основные уравнения изгиба и устойчивости трехслойных пластин с легким наполнителем. „ПММ“, вып. 1, 1951.
16. Амбарцумян С. А., Багдасарян Ж. Е. Об устойчивости ортотропных пластинок, обтекаемых сверхзвуковым потоком газа. „Известия АН СССР, ОТН“, № 5, 1961.