ՀԱՅԿԱԿԱՆ ՍՍՌ ԳԻՏՈՒԹՅՈՒՆՆԵՐԻ ԱԿԱԴԵՄԻԱՅԻ ՏԵՂԵԿԱԳԻՐ
ИЗВЕСТИЯ АКАДЕМИИ НАУК АРМЯНСКОЙ ССР
Ֆիզիկա-մաթեմատ. գիտություններ XIV, № 4, 1961 Физико-математические науки

ФИЗИКА

Э. В. Сехпосян, М. Л. Тер-Микаелян

Угловое распределение и поляризация интерференционного излучения

В статье, методом прицельных параметров, исследуется угловое распределение тормозного излучения (§ 1), пар в кристалле (§ 2) и поляризация (§ 3). Показано, что этот метод расчета приводит к результатам, совпадающим с расчетом по теории возмущений для интерференционных частей соответствующих поперечников.

Введение

Известно [1], что в процессах тормозного излучения и рождения пар при сверхвысоких энергиях существенны большие продольные расстояния, растущие с энергией начальной частицы. При использовании кристаллической мишени эти расстояния могут стать сравнимыми с размерами элементарной ячейки. В этом случае необходим учет интерференционных явлений на периодической структуре кристалла. Ниже, методом прицельных параметров (метод Вайцзекера-Вильямса), рассматривается угловое распределение квантов и электронно-позитронных пар, рождающихся в кристалле. Этим же методом исследована поляризация тормозного излучения.

При расчете тормозного излучения электрона в поле кристалла методом прицельных параметров исследование необходимо вести в системе координат, в которой электрон покоится. Псевдофотоны налетающего кристалла будут рассеиваться на электроне и рассеянные кванты после перехода в лабораторную систему координат дадут тормозное излучение.

Таким образом, вычисление поперечника тормозного излучения сводится к умножению формулы Клейна-Нишины на полное число псевдофотонов и переходу в систему покоящегося кристалла.

§ 1. Угловое распределение квантов

В работе [1] приводится выражение для дифференциального поперечника тормозного излучения в кристалле

$$d\sigma = \frac{Z^2 r_0^2}{137\pi}\,\frac{dk_{11}}{k_{11}^2}\,\frac{d\varepsilon}{\varepsilon_1^2}\left|\frac{\varepsilon_1}{\varepsilon_2} + 1 - \frac{\varepsilon}{\varepsilon_1} - \frac{2\varepsilon}{k_{11}\varepsilon_1\varepsilon_2} + \frac{\varepsilon^2}{k_{11}^2\varepsilon_1^2\varepsilon_2^2}\right| \times$$

$$\times \int \frac{(k_2^2+k_3^2)\, dk_2 dk_3}{(k^2+1/R^2)^2} \left| \sum_l e^{i \vec{k} \vec{r}_l} \right|^2, \tag{1.1}$$

где $R = R_0 Z^{-1/3}$, R_0 — боровский радиус, r_0 — классический радиус электрона, $\vec{r}_l$ — координаты узлов решетки. Кроме того в формуле (1.1) мы положили $\hbar = c = m = 1$ и ввели следующие обозначения: k_{11}, k_2, k_3 — соответственно импульсы, передаваемые ядрам вдоль движения и в плоскости перпендикулярной ему,

$\varepsilon = \hbar\omega$ — энергия излученного кванта,

$\varepsilon_1 = \frac{mc^2 \gamma_0}{\hbar c k_{11}}$ — энергия налетающего электрона,

$\varepsilon_2 = \varepsilon_1 - \varepsilon$ — энергия вторичного электрона.

Связь между k_{11} и углом θ_γ излучения кванта дается соотношением*

$$k_{11} = \delta(1+x^2),$$

где $x = \frac{\theta_\gamma \varepsilon_1}{mc^2}$ — угол излученного кванта в единицах $\frac{mc^2}{\varepsilon_1}$,

$\delta = \frac{\varepsilon mc^2}{2\varepsilon_1(\varepsilon_1-\varepsilon)} mc$ — минимальный продольный переданный импульс.

Произведя несложные преобразования (1.1) можно переписать в виде

$$d\sigma = \frac{4 r_0^2 Z^2}{137\pi} \frac{d\varepsilon}{\varepsilon} x dx \left[\frac{\varepsilon_1^2+\varepsilon_2^2}{(1+x^2)^2 \varepsilon_1^2} - \frac{4x^2 \varepsilon_2}{\varepsilon_1^2 (1+x^2)^4} \right] \times$$

$$\times \int \frac{(k_2^2+k_3^2)\, dk_2 dk_3}{(k^2+1/R^2)^2} \left| \sum_l e^{i \vec{k} \vec{r}_l} \right|^2. \tag{1.2}$$

Найденный поперечник нужно просуммировать по всем возможным конечным состояниям кристаллической решетки. Из-за полноты функций, описывающих состояние решетки, и малости энергий возбуждения по сравнению с энергией электрона, это сведется к усреднению поперечника по основному состоянию. Ответ хорошо известен и сводится в некотором приближении к замене кристаллического фактора $\left| \sum_l e^{i \vec{k} \vec{r}_l} \right|^2$ выражением

$$\left| \sum_l e^{i \vec{k} \vec{r}_l} \right|^2 = \left(1 - e^{-k^2 \overline{u^2}}\right) N + e^{-k^2 \overline{u^2}} \left| \sum_l e^{i \vec{k} \vec{r}_{l0}} \right|^2, \tag{1.3}$$

где $\overline{u^2}$ — средний квадрат тепловых колебаний атомов решетки, $\vec{r}_{l0}$ — равновесные положения атомов решетки, N — число атомов в единице объема кристалла.

* Это соотношение легко получить исходя из формулы Комптона и выражений для преобразования частоты и угла испускания кванта в лабораторную систему.

Легко видеть, что для кристаллов прямоугольной системы имеем

$$\left|\sum_{l} e^{i\vec{k}\vec{r}_l}\right|^2 = N\frac{8\pi^3}{bfd}\sum_{lmn}\delta\left(k_x - \frac{2\pi}{b}l\right)\delta\left(k_y - \frac{2\pi}{f}m\right)\delta\left(k_z - \frac{2\pi}{d}n\right). \quad (1.4)$$

Здесь b, f, d — размеры кристаллической ячейки, k_x, k_y, k_z — составляющие импульса отдачи ядра по осям кристаллической решетки, l, m, n — целые положительные числа.

Соответственно количеству членов в (1.3), поперечники тормозного излучения и рождения пар будут состоять из трех частей $d\sigma = d\sigma_1 + d\sigma_2 + d\sigma_n$, где $d\sigma_1$ — поперечник тормозного излучения при пренебрежении кристаллической структурой (формула Бете-Гайтлера), $d\sigma_2$ — поправочный член, имеющий структуру предыдущего члена, связанный с тепловыми колебаниями и не зависящий от угла влета электрона в кристалл, $d\sigma_n$ — интерференционный поперечник, резко зависящий, как мы увидим ниже, от угла влета электрона, $d\sigma_1 + d\sigma_2$ — аморфная часть поперечника.

Займемся интерференционной частью.

$$d\sigma_n = \frac{4r_0^2 Z^2}{137\pi}\frac{d\varepsilon}{\varepsilon}x\,dx\left|\frac{\varepsilon_1^2+\varepsilon_2^2}{\varepsilon_1^2(1+x^2)^2} - \frac{4x^2\varepsilon_2}{\varepsilon_1(1+x^2)^4}\right| \times$$

$$\times\int\frac{(k_2^2+k_3^2)e^{-k^2u^2}dk_2dk_3}{(k^2+1/R^2)^2}N\frac{8\pi^3}{bfd}\sum_{lmn}\delta\left(k_x - \frac{2\pi}{b}l\right)\times$$

$$\times\,\delta\left(k_y - \frac{2\pi}{f}m\right)\delta\left(k_z - \frac{2\pi}{d}n\right). \quad (1.5)$$

Пусть квант влетает под углом θ к оси z системы кристаллической решетки x, y, z. Введем систему координат $x'y'z'$, где ось z' направлена вдоль скорости падения электрона. Выпишем связь между k_x, k_y, k_z и $k_\perp$ и $k_\parallel$ с помощью углов Эйлера θ, ψ, φ и угла α, характеризующего положение $k_\perp$ в плоскости $x'y'$ [φ есть угол между плоскостью кристалла (zy) и плоскостью содержащей оси z и z'].

$$k_x = k_\perp\cos(\psi + \varphi - \alpha) + k_\parallel\theta\sin\varphi,$$

$$k_y = k_\perp\sin(\psi + \varphi - \alpha) - k_\parallel\theta\cos\varphi,$$

$$k_z = k_\parallel + k_\perp\theta\sin(\alpha - \psi).$$

Будем полагать, что угол влета θ мал. Импульсы, переданные ядрам вдоль направления движения $k_{\parallel\,эфф} \approx \delta$ гораздо меньше импульсов отдачи в плоскости, перпендикулярной к направлению движения. Следовательно

$$k_\parallel\theta \ll k_\perp. \quad (а)$$

Выпишем также условие наступления интерференционных эффектов

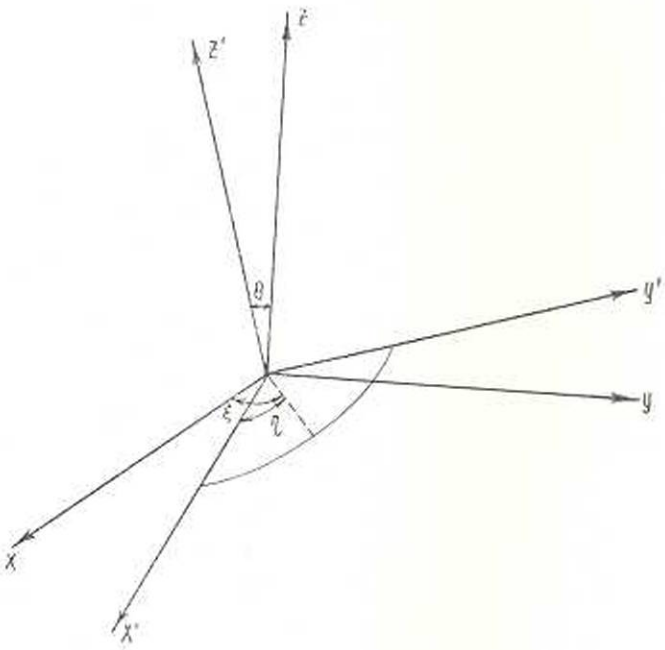
$$k_{11} - \delta \ll \frac{2\pi}{d}. \tag{б}$$

Учитывая условие (а) и (б) и выбрав оси x' и y' так, чтобы $\eta_1 = 0$, мы можем записать

$$\frac{8\pi^3}{bfd} \sum_{lmn}' \delta\left(k_x - \frac{2\pi}{b} l\right) \delta\left(k_y - \frac{2\pi}{f} m\right) \delta\left(k_z - \frac{2\pi}{d} n\right) =$$

$$= \frac{8\pi^3}{bfd} \sum_{lmn} \delta\left| k_\perp \cos(\zeta + \alpha) - \frac{2\pi}{b} l \right| \delta\left| k_\perp \sin(\zeta + \alpha) - \frac{2\pi}{f} m \right| \times$$

$$\times \delta\left| k_z - \frac{2\pi}{d} n \right|. \tag{1.5'}$$



Фиг. 1.

Подставим полученное выражение в формулу (1.5), усредним $d\sigma_0$ по углу ζ и проинтегрируем по α. Учитывая, что

$$\frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} \sum_{lm} \delta\left| k_\perp \cos(\zeta + \alpha) - \frac{2\pi}{b} l \right| \delta\left| k_\perp \sin(\zeta + \alpha) - \frac{2\pi}{f} m \right| d\zeta =$$

$$= \frac{1}{\pi} \sum_{lm} \delta\left| k_\perp^2 - \left(\frac{2\pi}{f}\right)^2 m^2 - \left(\frac{2\pi}{b}\right)^2 l^2 \right|. \tag{1.6}$$

$$\int_0^{2\pi} k_\perp dk_\perp \sum_n \delta\left| k_{11} + k_\perp \theta \sin(\alpha + \eta) - \frac{2\pi}{d} n \right| = \sum_n \frac{2k_\perp dk_\perp}{\sqrt{k_\perp^2 \theta^2 - \left(k_{11} - \frac{2\pi}{d} n\right)^2}}. \tag{1.7}$$

при условии $k_\perp\theta > \left|k_{11} - \frac{2\pi}{d} n\right|$ получим

$$d\sigma_{\theta} = \frac{4r_0^2 Z^2}{137\pi}\frac{d\varepsilon}{\varepsilon} x dx \left[\frac{\varepsilon_1^2+\varepsilon_2^2}{(1+x^2)^2\varepsilon_1^2} - \frac{4x^2\varepsilon_2}{\varepsilon_1(1+x^2)^4}\right] \times$$

$$\times N\frac{8\pi^2}{bfd}\int\limits_0^{\infty}\frac{k_\perp^3 dk_\perp e^{-k_\perp^2 a^2}}{(k_\perp^2+k_{11}^2+1/R^2)^2}\sum_{lmn}\frac{2\delta\left[k_\perp^2-\left(\frac{2\pi}{b}\right)^2 m^2-\left(\frac{2\pi}{f}\right)^2 l\right]}{\sqrt{k_\perp^2\theta^2-\left(k_{11}-\frac{2\pi}{d}n\right)^2}}. \qquad (1.8)$$

Отметим, что интеграл (1.6) обращается в нуль, если (1.7) не выполнено. Из этого условия следует, что минимальное значение $k_\perp > \frac{k_{11}}{\theta} \sim \frac{\delta}{\theta}$, поэтому нижний предел интеграла есть $\frac{\delta}{\theta}$. Однако, если мы будем рассматривать углы влета $\frac{\delta}{\theta} \sim \frac{2\pi}{b}$, то, так как m и l целые положительные числа и $d\sigma_\theta = 0$ при $m = l = 0$, нижний предел интеграла из-за присутствия δ-функции заменяется на $\frac{2\pi}{b}$ (считаем $b > f$). Верхний же предел, который должен был быть порядка $\frac{mc}{\hbar}$, можно заменить на бесконечность, ибо интеграл быстро сходится.

В формуле (1.5[1]) три δ — функции накладывают условие на передаваемый импульс $k_y = \frac{2\pi}{b} l$, $k_x = \frac{2\pi}{f} m$, $k_z = \frac{2\pi}{d} n$ и $k_{11} = 2\pi\left(\frac{n\cos\theta}{d} + \frac{m\beta}{f} + \frac{e\gamma}{b}\right)$, где $\cos\theta$, β, γ — направляющие косинусы влета электрона относительно осей кристалла. Из последнего видно, что, для удовлетворения условию интерференции $k_{11} \sim \frac{2\pi}{d}$, при малых θ необходимо положить $n = 0$.

Учитывая все сказанное и обозначив нижний предел через A, после замены суммы по l и m на интеграл по $dm dl = 2\pi\sqrt{m^2+l^2} \times \times d\sqrt{m^2+l^2}$ $(b = f = d)$ (последнее, вместе с усреднением по ζ эквивалентно замене реального трехмерного кристалла линейной цепочкой атомов), мы получаем

$$d\sigma_\theta = \frac{8N}{d}\frac{Z^2 r_0^2}{137}\frac{d\varepsilon}{\varepsilon} x dx\left[\frac{\varepsilon_1^2+\varepsilon_2^2}{(1+x^2)^2\varepsilon_1^2} - \frac{4x^2\varepsilon_2}{\varepsilon_1(1+x^2)^4}\right] \times$$

$$\times \int\limits_A^{\infty} \frac{k_\perp^2 dk_\perp^2 e^{-k_\perp^2 a^2}}{(k_\perp^2+1/R^2)^2\sqrt{k_\perp^2\theta^2-k_{11}^2}}. \qquad (1.9)$$

Однако, для оценки погрешности такого перехода, вследствие несущественности условия, налагаемого δ-функцией, мы под A будем понимать наибольшее из двух величин $\frac{\delta}{\eta}$ и $\frac{2\pi}{b}$.

Обозначим $I = \int\limits_{A}^{\infty} \frac{k^2\,dk^2}{(k^2 + 1/R^2)^2} \frac{e^{-k^2\overline{u^2}}}{\sqrt{k^2\eta^2 - k_{11}^2}}$. Перейдем к вычислению. Нетрудно показать, что

$$I = \frac{1}{\eta}\left(I_1 - \frac{1}{R^2}\frac{\partial}{\partial(1/R^2)} I_1\right), \quad \text{где} \quad I_1 = \int\limits_{A}^{\infty} \frac{dk^2\,e^{-k^2\overline{u^2}}}{(k^2 + 1/R^2)\sqrt{k^2 - \frac{k_{11}^2}{\eta^2}}}.$$

Введем новую переменную интегрирования $k^2 - \frac{k_{11}^2}{\eta^2} = z^2$.

Тогда, после простых преобразований, получим

$$I_1 = 2e^{\overline{u^2}/R^2}\left\{\left(\frac{1}{R^2} + \frac{k_{11}^2}{\eta^2}\right)^{-1/2}\left(\frac{\pi}{2} - \operatorname{arctg}\sqrt{\frac{A^2 - \frac{k_{11}^2}{\eta^2}}{\frac{1}{R^2} + \frac{k_{11}^2}{\eta^2}}}\right) - \right.$$

$$- \sqrt{\pi}\left(\frac{1}{R^2} + \frac{k_{11}^2}{\eta^2}\right)^{-1/2} \int\limits_{0}^{\sqrt{\frac{\overline{u^2}}{R^2} + \overline{u^2}\frac{k_{11}^2}{\eta^2}}} e^{-y^2}dy +$$

$$\left. + \int\limits_{0}^{\overline{u^2}} e^{-x^2\left(\frac{k_{11}^2}{\eta^2} + \frac{1}{R^2}\right)} dx^2 \int\limits_{0}^{\sqrt{A^2 - \frac{k_{11}^2}{\eta^2}}} e^{-x^2z^2}dz\right\}. \qquad (1.10)$$

Рассмотрим случай углов влета, удовлетворяющих условию $\frac{k_{11}}{\eta} = \frac{\delta(1 + x^2)}{\eta} > \frac{2\pi}{b}$. Тогда, как уже отмечалось, $A = \frac{k_{11}}{\eta}$ и мы имеем

$$I = \frac{\pi R}{\eta} \frac{\exp\left[\frac{\overline{u^2}}{R^2}\right]}{\left(1 + \frac{\delta^2(1 + x^2)^2R^2}{\eta^2}\right)^{1/2}}\left[1 - \Phi\left(\sqrt{\frac{\overline{u^2}}{R^2} + \overline{u^2}\frac{k_{11}^2}{\eta^2}}\right)\right] \times$$

$$\times \left[1 + \frac{\overline{u^2}}{R^2} - \frac{1}{2\left(1 + \frac{\delta^2(1 + x^2)^2R^2}{\eta^2}\right)}\right] -$$

$$- \sqrt{\pi\overline{u^2}}\,\exp\left[-\overline{u^2}\frac{k_{11}^2}{\eta^2}\right]\left(1 + \frac{\delta^2(1 + x^2)^2R^2}{\eta^2}\right)^{-1}. \qquad (1.11)$$

где $\Phi(x) = \frac{2}{\sqrt{\pi}} \int_0^x e^{-x^2} dx$.

Рассмотрим условие $\frac{k_{11}}{\eta} = \frac{\delta(1+x^2)}{\eta} \sim \frac{2\pi}{b} < \frac{1}{R}$. Тогда $A = \frac{2\pi}{b}$ и

$$I_1 = 2e^{\frac{\overline{u^2}}{R^2}} \left\{ \left(\frac{1}{R^2}\right)^{1/2} \left(\frac{\pi}{2} - \operatorname{arctg} R \sqrt{\left(\frac{2\pi}{b}\right)^2 - \frac{k_{11}^2}{\eta^2}}\right) - \right.$$

$$\left. - R\sqrt{\pi} \int_0^{\left(\frac{\overline{u^2}}{R^2}\right)^{1/2}} \exp[-x^2] dx \int_0^{\overline{u^2}} e^{-\xi R^2} d\xi \int_0^{\sqrt{\left(\frac{2\pi}{b}\right)^2 - \frac{k_{11}^2}{\eta^2}}} \exp[-\xi x^2] dx \right\}.$$

При не очень высоких температурах, когда $\frac{1}{R} \sim \frac{1}{\sqrt{\overline{u^2}}}$, будем иметь для I $\left(\text{разложив по малым параметрам } \frac{4\pi^2}{b^2} \overline{u^2} < 1,\ \frac{4\pi^2}{b^2} R^2 < 1\right)$

$$I = \frac{\exp\left[\frac{\overline{u^2}}{R^2}\right]}{\eta} \left(\pi R - 2\sqrt{\pi} R \int_0^{\left(\frac{\overline{u^2}}{R^2}\right)^{1/2}} e^{-x^2} dx\right)\left(\frac{1}{2} - \frac{\overline{u^2}}{R^2}\right) - \frac{\sqrt{\pi \overline{u^2}}}{\eta} -$$

$$- \frac{2R^3}{3} \left[\left(\frac{2\pi}{b}\right)^2 - \frac{k_{11}^2}{\eta^2}\right]^{1/2}. \qquad (1.12)$$

Отметим, что последний член является результатом учета трехмерности кристалла и для линейного случая отсутствует.

При низких температурах, порядка температуры Дебая, можно пренебречь величиной $\frac{\overline{u^2}}{R^2}$ и получить

$$I = \frac{R}{\eta}\left[\frac{\pi}{2} - \frac{\sqrt{\pi \overline{u^2}}}{R}\right] \quad \text{или} \quad I = \frac{R\pi}{2\eta}. \qquad (1.13)$$

Обратимся к аморфной части поперечника $d\sigma_1 + d\sigma_2$. Как следует из (1.2) и (1.3)

$$d\sigma_1 = N \frac{4r_0^2 Z^2}{137} \frac{d\varepsilon}{\varepsilon} x\,dx \left[\frac{\varepsilon_1^2 + \varepsilon_2^2}{\varepsilon_1^2 (1+x^2)^2} - \frac{4x^2 \varepsilon_2}{\varepsilon_1 (1+x^2)^4}\right] \int_0^{\sim \frac{mc}{\hbar}} \frac{k^2\, dk^2}{\left(k^2 + k_{11}^2 + \frac{1}{R^2}\right)^2}. \qquad (1.14)$$

Тогда выражение для $d\sigma_1$ будет иметь логарифмическую точность. Точное выражение можно взять из работы Шиффа [2]

$$d\sigma_1 = 4N\frac{Z^2 r_0^2}{137}\frac{d\varepsilon}{\varepsilon}xdx\left\{\left[\frac{\varepsilon_1^2+\varepsilon_2^2}{(1+x^2)^2\varepsilon_1^2}-\frac{4x^2\varepsilon_2}{\varepsilon_1(1+x^2)^4}\right]\times\right.$$

$$\left.\times\ln\left[\frac{\delta^2}{m^2c^4}+\frac{Z^{2/3}}{111^2(1+x^2)^2}\right]^{-1}+\frac{16x^2\varepsilon_2}{(1+x^2)^4\varepsilon_1}-\frac{(\varepsilon_1+\varepsilon_2)^2}{(1+x^2)^2\varepsilon_1^2}\right\}. \qquad (1.15)$$

Для $d\sigma_2$ получим выражение

$$d\sigma_2 = -N\frac{4Z^2 r_0^2}{137}\frac{d\varepsilon}{\varepsilon}xdx\left[\frac{\varepsilon_1^2+\varepsilon_2^2}{(1+x^2)^2\varepsilon_1^2}-\frac{4x^2\varepsilon_2}{\varepsilon_1(1+x^2)^4}\right]\int_0^\infty\frac{k_\perp^2\,dk_\perp^2\,e^{-k_\perp^2\overline{u^2}}}{\left(k_\perp^2+\frac{1}{R^2}\right)^2}. \qquad (1.16)$$

Нетрудно показать, что

$$\int_0^\infty\frac{k_\perp^2\,dk_\perp^2\,e^{-k_\perp^2\overline{u^2}}}{\left(k_\perp^2+\frac{1}{R^2}\right)^2} = -\left\{e^{\frac{\overline{u^2}}{R^2}}E_i\left(-\frac{\overline{u^2}}{R^2}\right)+\frac{1}{R^2}\frac{\partial}{\partial\left(\frac{1}{R^2}\right)}e^{\frac{\overline{u^2}}{R^2}}E_i\left(-\frac{\overline{u^2}}{R^2}\right)\right\} =$$

$$= -\left[e^{\frac{\overline{u^2}}{R^2}}E_i\left(-\frac{\overline{u^2}}{R^2}\right)\left(1+\frac{\overline{u^2}}{R^2}\right)+1\right]; \quad E_i(-x) = -\int_x^\infty e^{-t}t^{-1}dt.$$

Отметим, что последний интеграл (1.15) при $\overline{u^2}\to 0$ имеет логарифмическую точность, поэтому точным выражением Шиффа для $d\sigma_1$ имеет смысл пользоваться лишь при достаточно высоких температурах, когда $\frac{1}{\overline{u^2}} \ll \frac{1}{R^2}$ и интеграл (1.16) точный. При $\overline{u^2}\to 0$ остается только интерференционная часть так как (1.16) и (1.14) сокращаются.

Из сравнения формул для разных слагаемых полного поперечника $d\sigma = d\sigma_1 + d\sigma_2 + d\sigma_0$ следует, что при достаточно малых углах влета основной вклад в тормозное излучение под малыми углами к оси кристалла дает интерференционная часть. При углах $\theta < \sqrt{\overline{u^2}}\times\times\delta(1+x^2)$ интерференционное излучение экспоненциально мало. При $\overline{u^2}\to\infty$ остается только аморфная часть $d\sigma_1$. Формула, полученная для линейной цепочки с помощью теории возмущений [3], совпадает с нашей после усреднения по азимутальному углу φ, замены суммы по m, l на интеграл и при $A = \frac{k_{11}}{\theta} \sim \frac{2\pi}{b}$ (для линейной цепочки $b\to\infty$). Как наши формулы, так и результаты работы [3] получены в предположении полной экранировки.

§ 2. Рождение пар

Поскольку матричный элемент для рождения пар от γ-квантов совпадает с матричным элементом для процесса тормозного излучения, то процедура получения формулы для рождения пар сводится к изменению плотности конечных состояний, т. е. — умножению на множитель $\frac{\varepsilon_-^2 d\varepsilon}{\varepsilon^2 d\varepsilon}$ и переобозначению переменных $\varepsilon_1 \to \varepsilon$ и $\varepsilon_2 \to -\varepsilon_-$ (ε — энергия электрона, $-\varepsilon_-$ — позитрона). Угол θ теперь определяет угол влета γ — кванта в кристалл. $\theta_1 = \theta_- + x\frac{mc^2}{\varepsilon_-}$ есть угол между направлением влета кванта и направлением вылета электрона.

$$d\sigma = d\sigma_1 + d\sigma_2 + d\sigma_a =$$

$$= 4N\frac{Z^2r_0^2}{137}\frac{\varepsilon_-^2 d\varepsilon_+}{(\varepsilon_- + \varepsilon_+)^4}\,x\,dx\left\{\left[\frac{\varepsilon_-^2 + \varepsilon_+^2}{(1+x^2)^2\varepsilon_-^2} + \frac{4x^2\varepsilon_+}{\varepsilon_-(1+x^2)^4}\right]\times\right.$$

$$\left.\times\ln\left[\frac{\varepsilon_+^2}{m^2c^4} + \frac{Z^{2/3}}{111^2(1+x^2)^2}\right]^{-1} - \frac{16x^2\varepsilon_+}{(1+x^2)^4\varepsilon_-} - \frac{(\varepsilon_+ - \varepsilon_-)^2}{(1+x^2)^2\varepsilon_-^2}\right\} +$$

$$+ 4N\frac{Z^2r_0^2}{137}\frac{\varepsilon_-^2 d\varepsilon_+}{(\varepsilon_- + \varepsilon_+)^4}\,x\,dx\left[\frac{\varepsilon_-^2 + \varepsilon_+^2}{(1+x^2)^2\varepsilon_-^2} + \frac{4x^2\varepsilon_+}{\varepsilon_-(1+x^2)^4}\right]\times$$

$$\times\left[e^{\frac{u^2}{R^2}}\left(1 + \frac{u^2}{R^2}\right)E_i\left(-\frac{u^2}{R^2}\right) + 1\right] + 8\frac{N}{d}\frac{Z^2r_0^2}{137}\frac{\varepsilon_-^2 d\varepsilon_+}{(\varepsilon_- + \varepsilon_+)^4}\times$$

$$\times\,x\,dx\left[\frac{\varepsilon_-^2 + \varepsilon_+^2}{(1+x^2)^2\varepsilon_-^2} + \frac{4x^2\varepsilon_+}{\varepsilon_-(1+x^2)^4}\right]\cdot I, \qquad (2.1)$$

где I определяется выражениями (1.11)—(1.13). Все выводы предыдущего параграфа легко перенести и на этот случай.

§ 3. Поляризация

Рассмотрим поляризацию квантов тормозного излучения. Для вычисления поперечника необходимо использовать формулу для рассеяния поляризованного кванта на свободном электроне. Будем исходить из формулы

$$d\Phi = \frac{r_0^2 d\Omega}{4}\frac{\nu'^2}{\nu^2}\left(\frac{\nu}{\nu'} + \frac{\nu'}{\nu} - 2 + 4\cos^2\theta_2\right), \qquad (3.1)$$

где ν и ν' частоты падающего и рассеянного фотонов, θ_2 — угол между направлениями поляризаций налетающего и вторичного фотонов. Усредняя (3.1) по поляризации налетающего псевдофотона, получаем

$$d\varphi = \frac{1}{4}r_0^2 d\Omega\frac{\nu'^2}{\nu^2}\left[\frac{\nu}{\nu'} + \frac{\nu'}{\nu} - 2\cos^2\xi\sin^2\theta\right] \qquad (3.2)$$

Здесь θ — угол рассеяния кванта.

ξ есть угол между плоскостью поляризации рассеянного псевдофотона $(\vec{e}'\vec{n}')$ и плоскостью $(\vec{n}'\vec{n})$, где $\vec{e}'$ — вектор поляризации рассеянного кванта, $\vec{n}$ — направление движения начального псевдофотона,

$\vec{n}'$ — направление движения рассеянного псевдофотона. Вычисление поперечника сводится к умножению (3.2) на соответствующую формулу для числа квантов и переходу в систему покоящегося ядра (или кристалла). Приведем окончательные формулы. Для одного атома

$$d\sigma_\perp = 4xdx\frac{Z^2r_0^2}{137}\frac{d\varepsilon}{\varepsilon}\left|\frac{1}{2}\frac{\varepsilon_1^2+\varepsilon_2^2}{\varepsilon_1^2(1+x^2)^2}\right|\int\frac{k^2\,dk^2}{\left(k^2+k_\parallel^2+\dfrac{1}{R^2}\right)^2} \tag{3.3}$$

$$d\sigma_\parallel = 4xdx\frac{Z^2r_0^2}{137}\frac{d\varepsilon}{\varepsilon}\left|\frac{1}{2}\frac{\varepsilon_1^2+\varepsilon_2^2}{\varepsilon_1^2(1+x^2)^2}-\frac{4x^2\varepsilon_2}{\varepsilon_1(1+x^2)^4}\right|\int\frac{k^2\,dk}{\left(k^2+k_\parallel^2+\dfrac{1}{R^2}\right)^2} \tag{3.4}$$

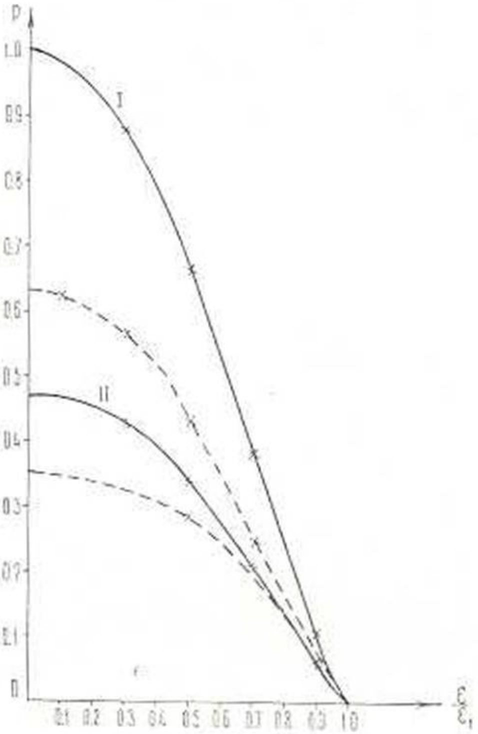
Здесь $d\sigma_\perp$ соответствует углу $\xi=90^\circ$, а $d\sigma_\parallel$ — углу $\xi=0^\circ$. Поляризация, определяемая как $P=(d\sigma_\perp-d\sigma_\parallel)/(d\sigma_\perp+d\sigma_\parallel)$, наибольшая при некотором оптимальном угле испускания $\theta_1=\dfrac{mc^2}{\varepsilon_1}$. При фиксированном угле испускания поляризация наибольшая для самых мягких квантов, достигая значения равного единицы при $\varepsilon\ll\varepsilon_1$, $\theta=\dfrac{mc^2}{\varepsilon_1}$ (см. фиг. 2). Сравнение с точными формулами, выведенными с помощью теории возмущений [3], [4], приводит к количественным расхождениям. Они обусловлены логарифмической неточностью метода прицельных параметров и указывают на неприменимость этого метода к вычислению поляризационных явлений. Отметим, что формулы, эквивалентные (3.3) и (3.4), были получены в работе [5], однако в упомянутых работах не производилось сравнения с точными рассчетами. В случае кристалла, формулы для $d\sigma_\perp$ и $d\sigma_\parallel$ выглядят так

$$d\sigma_\perp = 4xdx\frac{Z^2r_0^2}{137}\frac{d\varepsilon}{\varepsilon}\left|\frac{1}{2}\frac{\varepsilon_1^2+\varepsilon_2^2}{\varepsilon_1^2(1+x^2)^2}\right|\int\frac{k^2\,dk^2}{\left(k^2+k_\parallel^2+\dfrac{1}{R^2}\right)^2}\left|\sum_i e^{i\vec{k}\vec{r}_i}\right|^2,$$

$$d\sigma_\parallel = 4xdx\frac{Z^2r_0^2}{137}\frac{d\varepsilon}{\varepsilon}\left|\frac{1}{2}\frac{\varepsilon_1^2+\varepsilon_2^2}{\varepsilon_1^2(1+x^2)^2}-\frac{4x^2\varepsilon_2}{\varepsilon_1(1+x^2)^4}\right|\times$$

$$\times\int\frac{k^2\,dk^2\left|\sum\limits_i e^{i\vec{k}\vec{r}_i}\right|^2}{\left(k^2+k_\parallel^2+\dfrac{1}{R^2}\right)^2}.$$

Из последних выражений видно, что поляризация P для кристалла совпадает с поляризацией для одного атома, рассчитанной тем же методом прицельных параметров. Сравнение с результатами расчетов для кристалла [3] по теории возмущений (после интегрирования последних по углу ψ_1) показывает, что метод Вайцзекера-Вильямса



Фиг. 2. Кривая I соответствует углу излучения $\theta_1 = \frac{mc^2}{\varepsilon_1}$, кривая II — углам излучения $\theta_1 = \frac{1}{2} \times \frac{mc^2}{\varepsilon_1}$ и $\theta_1 = 2\frac{mc^2}{\varepsilon_1}$. Пунктирной линией приведены кривые для поляризации излучения на одном атоме, рассчитанные по теории возмущений, соответственно для углов излучения $\theta_1 = \frac{mc^2}{\varepsilon_1}$ и

$$\theta_1 = \frac{1}{2}\frac{mc^2}{\varepsilon_1}.$$

приводит к точным результатам при тех углах влета электрона в кристалл, при которых вклад в излучение вносится, в основном, интерференционной частью. Для тех же углов влета, для которых существенна и аморфная часть, результаты метода прицельных параметров для кристалла, так же как и для атома, приводят к большой погрешности в поляризации, в то время как при вычислении полных поперечников погрешность только логарифмическая.

Физический институт
АН Армянской ССР

Поступила 29 XII 1960

Է. Վ. Սեխպոսյան, Մ. Լ. Տեր-Միքաելյան

ԻՆՏԵՐՖԵՐԵՆՑԻՈՆ ՃԱՌԱԳԱՅԹՄԱՆ ԱՆԿՅՈՒՆԱՅԻՆ ԲԱՇԽՈՒՄԸ ԵՎ ԲԵՎԵՌԱՑՈՒՄԸ

Ա Մ Փ Ո Փ Ո Ւ Մ

Հոդվածում բախման պարամետրերի մեթոդով քննարկված է արգելակման ճառագայթման (§ 1), զույգերի ծնման (§ 2) անկյունային բաշխումը բյուրեղում և ճառագայթման բևեռացումը (§ 3):

Ցույց է տրված, որ հաշվման այդ մեթոդը հանգում է այնպիսի արդյունքների, որոնք համընկնում են գրգռման տեսությամբ ինտերֆերենցիոն ճառագայթման համար ստացված համապատասխան արդյունքների հետ:

ЛИТЕРАТУРА

1. *Тер-Микаелян М. Л.* Интерференционное излучение сверхбыстрых электронов. „ЖЭТФ“, **25**, 296, 289, 1953.
2. *Schiff L. I.* Energy-Angle distribution of thin target bremsstrahlung. „Phys. Rev.“, **83**, 252, 1951.
3. *Überall H.* Polarization of bremsstrahlung from monocrystalline targets. „Phys. Rev.“, **107**, 223, 1956.
4. *Michael M. May.* On the polarization of high energy bremsstrahlung and of high energy Pairs. „Phys. Rev.“ **84**, 265, 1951.
5. *May M.* and *Wick G. C.* On the production of polarized high energy X-Rays. „Phys. Rev.“ **81**, 628, 1951.