

МЕХАНИКА ГРУНТОВ

И. И. Кандауров

О распределении напряжений в зернистых
(грунтовых) средах

Известно, что вопрос о распределении напряжений в дискретных средах, также как и в континуальных, является центральным при расчете различных сооружений, ибо без знания характера распределения напряжений невозможно определить допускаемую нагрузку, коэффициент запаса, деформацию сооружения и т. д.

Использование грунтового полупространства в качестве основания под различные сооружения привело к необходимости создания ряда расчетных моделей грунтового основания (модель Фусса-Винклера, упругого основания П. Л. Пастернака, Уэрстергарда, М. М. Филоненко-Бородича, В. З. Власова, упругого слоя конечной мощности Г. К. Клейна, И. И. Черкасова и др.) [20, 26]. В каждой из этих моделей в явном или неявном виде принимается тот или иной характер распределения напряжений в грунтовом массиве.

Принятие в качестве расчетных различных моделей объясняется большим многообразием и сложностью процессов, протекающих в природных грунтах и зависящих от их структурных особенностей. Учет этих особенностей при расчете различных инженерных сооружений представлял и представляет собой актуальную проблему механики грунтов [10, 11, 14, 15, 9].

Поскольку грунт вообще, а зернистая среда в особенности, представляет физическое тело, образованное совокупностью различных по размеру и форме частиц, то решение вопроса о распределении напряжений в нем невозможно без применения теории вероятностей и математической статистики.

Идея применения к изучению напряженного состояния дисперсной грунтовой среды вероятностных методов впервые была высказана Г. И. Покровским [12]. О плодотворности этой идеи свидетельствуют полученные в последние годы новые результаты в механике сыпучих и зернистых сред, обстоятельный обзор которых приведен в постановочной статье М. Н. Гольдштейна [1].

С другой стороны Г. К. Клейн, оценивая гипотезу сплошности в применении к строительной механике сыпучих тел, считает, что "создание дискретной теории является уже сейчас своевременным" [9].

Таким образом, применение вероятностных методов в сочетании с учетом дискретного строения грунта должно быть основой для дальнейшего изучения напряженного состояния зернистых грунтовых сред. Распределение напряжений в таких средах необходимо рассматривать как направленный конкретно заданной нагрузкой стохастический процесс.

Используя указанные выше идеи, дополняя и развивая их рядом новых гипотез, учитывающих более полно на базе математической статистики и теории вероятностей дискретное строение грунта, автором получены новые решения по распределению напряжений в зернистой грунтовой среде [23, 24]*.

Основные предпосылки построенной теории опубликованы в статье автора [25], поэтому в данной статье, опуская предпосылки и выводы, приводим окончательные решения.

Составляющие напряжения в случае плоского загрузения зернистого грунтового массива вертикальной произвольно заданной нагрузкой имеют вид:

$$\sigma_z = \frac{2}{z} \sqrt{\frac{\lambda}{\pi}} \int_{-b}^{+b} f(\xi) e^{-\frac{\lambda}{z^2}(x-\xi)^2} d\xi,$$

$$\sigma_x = \frac{2}{z^3} \sqrt{\frac{\lambda}{\pi}} \int_{-b}^{+b} f(\xi) (x-\xi)^2 e^{-\frac{\lambda}{z^2}(x-\xi)^2} d\xi,$$

$$\sigma_y = \frac{1}{4z} \sqrt{\frac{\lambda}{\pi}} \int_{-b}^{+b} f(\xi) e^{-\frac{\lambda}{z^2}(x-\xi)^2} d\xi,$$

$$\tau_{xz} = \tau_{zx} = \frac{2}{z^2} \sqrt{\frac{\lambda}{\pi}} \int_{-b}^{+b} f(\xi) (x-\xi) e^{-\frac{\lambda}{z^2}(x-\xi)^2} d\xi,$$

где σ_z — вертикальные напряжения;

σ_y, σ_x — горизонтальные напряжения;

$\tau_{xz} = \tau_{zx}$ — касательные напряжения;

λ — коэффициент распределительной способности среды, определяемый по экспериментальным данным;

$f(x)$ — функция, описывающая распределение вертикальной нагрузки по полосе шириной $2b$;

x, y, z — координаты рассматриваемой точки.

В случае пространственного загрузения зернистого массива получены следующие выражения для составляющих напряжения:

* Полученные автором решения докладывались на 1 Всесоюзном съезде по теоретической и прикладной механике в январе-феврале 1960 г.

$$\sigma_z = \frac{4\lambda}{\pi z^2} \int_F f(\eta; \xi) e^{-\frac{4\lambda[(x-\xi)^2 + (y-\eta)^2]}{z^2}} dF,$$

$$\sigma_x = \frac{4\lambda}{\pi z^4} \int_F f(\eta; \xi) (x-\xi)^2 e^{-\frac{4\lambda[(x-\xi)^2 + (y-\eta)^2]}{z^2}} dF,$$

$$\sigma_y = \frac{4\lambda}{\pi z^4} \int_F f(\eta; \xi) (y-\eta)^2 e^{-\frac{4\lambda[(x-\xi)^2 + (y-\eta)^2]}{z^2}} dF,$$

$$\tau_{xz} = \tau_{zx} = \frac{4\lambda}{\pi z^3} \int_F f(\eta; \xi) (x-\xi) e^{-\frac{4\lambda[(x-\xi)^2 + (y-\eta)^2]}{z^2}} dF,$$

$$\tau_{zy} = \tau_{yz} = \frac{4\lambda}{\pi z^3} \int_F f(\eta; \xi) (y-\eta) e^{-\frac{4\lambda[(x-\xi)^2 + (y-\eta)^2]}{z^2}} dF,$$

$$\tau_{xy} = \tau_{yx} = \frac{4\lambda}{\pi z^4} \int_F f(\eta; \xi) (y-\eta) (x-\xi) e^{-\frac{4\lambda[(x-\xi)^2 + (y-\eta)^2]}{z^2}} dF,$$

где F — площадь интегрирования ($dF = d\xi \cdot d\eta$);

$\xi; \eta$ — переменные интегрирования;

$f(\eta; \xi)$ — функция, описывающая характер нагрузки.

В таблице 1 приведены формулы, полученные для различных случаев плоского нагружения массива, а в таблице 2 — для пространственного нагружения.

Таблица 1

Характер нагрузки	Выражения для вертикальных напряжений при плоском нагружении массива
Фиг. 1 I	$\sigma_z = \frac{2P_1}{z} \sqrt{\frac{\lambda}{\pi}} e^{-\frac{4\lambda x^2}{z^2}}$
Фиг. 1 V	$\sigma_z = \frac{P}{2} \left\{ \Phi \left[\frac{2(x+b)}{z} \sqrt{2\lambda} \right] - \Phi \left[\frac{2(x-b)}{z} \sqrt{2\lambda} \right] \right\}$
Фиг. 1 VII	$\begin{aligned} \sigma_z = \frac{P}{2} \left(1 - \frac{z^2}{8b^2\lambda} - \frac{x^2}{b^2} \right) & \left\{ \Phi \left[\frac{2(x+b)}{z} \sqrt{2\lambda} \right] - \right. \\ & - \Phi \left[\frac{2(x-b)}{z} \sqrt{2\lambda} \right] \left. \right\} + \frac{Pz}{4b\sqrt{\pi\lambda}} \left[\left(1 + \frac{x}{b} \right) e^{-\frac{4\lambda(x-b)^2}{z^2}} + \right. \\ & \left. + \left(1 - \frac{x}{b} \right) e^{-\frac{4\lambda(x+b)^2}{z^2}} \right] \end{aligned}$

Фиг. 1
II

$$\sigma_z = \frac{1}{2m} \left\{ (x+b) \Phi \left[\frac{2(x+b)}{z} \sqrt{2\lambda} \right] + \right. \\ \left. + (x-b) \Phi \left[\frac{2(x-b)}{z} \sqrt{2\lambda} \right] - 2x \Phi \left(\frac{2x}{z} \sqrt{2\lambda} \right) \right\} + \\ + \frac{z}{4m \sqrt{\pi \lambda}} \left[e^{-\frac{4\lambda(x+b)^2}{z^2}} + e^{-\frac{4\lambda(x-b)^2}{z^2}} - 2e^{-\frac{4\lambda x^2}{z^2}} \right]$$

Фиг. 1
VI

$$\sigma_z = \frac{1}{2m} \left\{ (x+b) \Phi \left[\frac{2(x+b)}{z} \sqrt{2\lambda} \right] + \right. \\ \left. + (x+b) \Phi \left[\frac{2(x-b)}{z} \sqrt{2\lambda} \right] - \right. \\ \left. - (x+B) \Phi \left[\frac{2(x+B)}{z} \sqrt{2\lambda} \right] - \right. \\ \left. - (x-B) \Phi \left[\frac{2(x-B)}{z} \sqrt{2\lambda} \right] \right\} + \\ + \frac{z}{4m \sqrt{\pi \lambda}} \left[e^{-\frac{4\lambda(x+b)^2}{z^2}} + e^{-\frac{4\lambda(x-b)^2}{z^2}} - e^{-\frac{4\lambda(x+B)^2}{z^2}} - e^{-\frac{4\lambda(x-B)^2}{z^2}} \right]$$

Фиг. 1
IV

$$\sigma_z = \frac{P_1}{\sqrt{1 + \frac{C_1 z^2}{4\lambda}}} e^{-\frac{C_2 z^2}{1 + \frac{C_1 z^2}{4\lambda}}}$$

Фиг. 1
VIII

$$\sigma_z = p \frac{\lambda}{\sqrt{1 + \frac{\lambda^2 z^2}{4\lambda}}} \int_{-b}^{+b} f(\xi) e^{-\frac{4\lambda^2(x-\xi)^2}{1 + \frac{\lambda^2 z^2}{4\lambda}}} d\xi$$

Фиг. 1
III

$$\sigma_z = \frac{Qx}{2} \left\{ \Phi \left[\frac{2x}{z} \sqrt{2\lambda} \right] - \Phi \left[\frac{2(x-b)}{z} \sqrt{2\lambda} \right] \right\} + \\ + \frac{Qz}{4 \sqrt{\pi \lambda}} \left(e^{-\frac{4\lambda x^2}{z^2}} - e^{-\frac{4\lambda(x-b)^2}{z^2}} \right)$$

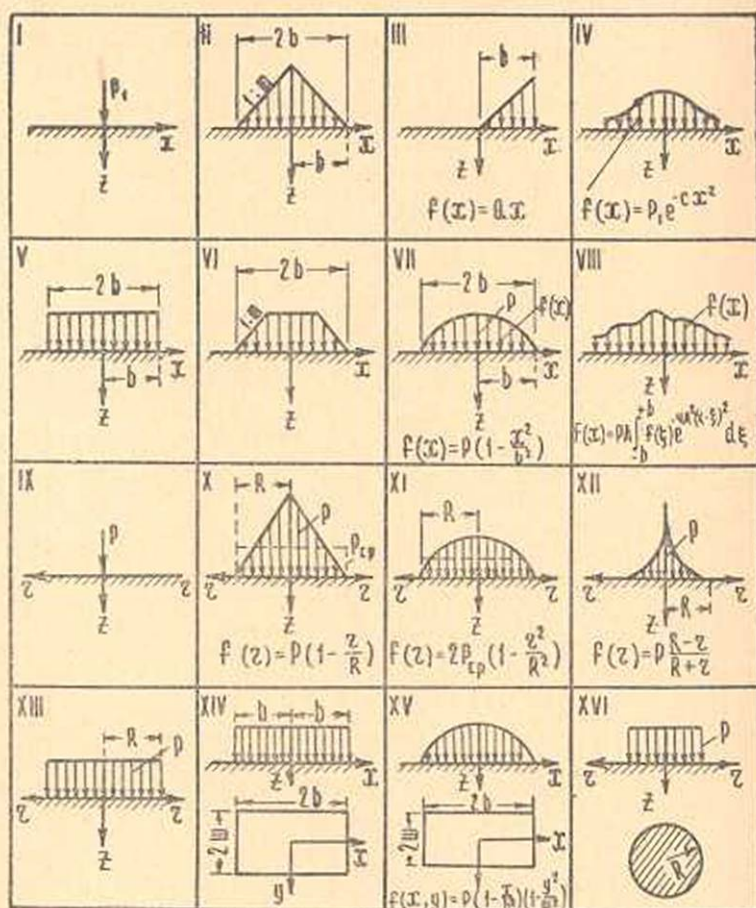
Таблица 2

Характер нагрузки	Выражения для вертикальных напряжений при пространственном загрузении массива
Фиг. 1 IX	$\sigma = \frac{4P\lambda}{\pi z^2} e^{-\frac{4\lambda R^2}{z^2}}$
Фиг. 1 XIII	$\sigma_{z_0} = P \left(1 - e^{-\frac{4\lambda R^2}{z^2}} \right)$
Фиг. 1 IX	$\sigma_{z_0} = 2P_{cp} \left[1 - \frac{z^2}{4\lambda R^2} \left(1 - e^{-\frac{4\lambda R^2}{z^2}} \right) \right]$
Фиг. 1 X	$\sigma_{z_0} = 3P_{cp} \left[1 - \frac{z}{4R} \sqrt{\frac{\pi}{\lambda}} \Phi \left(\frac{2R\sqrt{2\lambda}}{z} \right) \right]$
Фиг. 1 XII	$\sigma_{z_0} = P \left[1 - 2R \int_0^{\frac{R}{z}} \frac{1}{(R+\eta)^2} e^{-\frac{4\lambda \eta^2}{z^2}} d\eta \right]$
Фиг. 1 XIV	$\sigma_z = \frac{P}{4} \left\{ \Phi \left[\frac{2(x+b)}{z} \sqrt{2\lambda} \right] - \Phi \left[\frac{2(x-b)}{z} \sqrt{2\lambda} \right] \right\} \times \\ \times \left\{ \Phi \left[\frac{2(y+w)}{z} \sqrt{2\lambda} \right] - \Phi \left[\frac{2(y-w)}{z} \sqrt{2\lambda} \right] \right\}$
Фиг. 1 XV	$\sigma_z = \frac{P}{4} \left\{ \left(1 - \frac{z^2}{8b^2\lambda} - \frac{x^2}{b^2} \right) \left[\Phi \left(\frac{2(x+b)}{z} \sqrt{2\lambda} \right) - \right. \right. \\ \left. \left. - \Phi \left(\frac{2(x-b)}{z} \sqrt{2\lambda} \right) \right] + \frac{z}{2b\sqrt{\pi\lambda}} \left[\left(1 + \frac{x}{b} \right) e^{-\frac{4\lambda(x-b)^2}{z^2}} + \right. \right. \\ \left. \left. + \left(1 - \frac{x}{b} \right) e^{-\frac{4\lambda(x+b)^2}{z^2}} \right] \right\} \times \left\{ \left(1 - \frac{z^2}{8w^2\lambda} - \frac{y^2}{w^2} \right) \times \right. \\ \left. \times \left[\Phi \left(\frac{2(y+w)}{z} \sqrt{2\lambda} \right) - \Phi \left(\frac{2(y-w)}{z} \sqrt{2\lambda} \right) \right] + \right. \\ \left. + \frac{z}{2w\sqrt{\pi\lambda}} \left[\left(1 + \frac{y}{w} \right) e^{-\frac{4\lambda(y-w)^2}{z^2}} + \left(1 - \frac{y}{w} \right) e^{-\frac{4\lambda(y+w)^2}{z^2}} \right] \right\}$
Фиг. 1 XVI	$\sigma_z \approx \frac{P}{4} \left\{ \Phi \left[\frac{2}{z} \sqrt{\lambda} \left(r + R \sqrt{\frac{\pi}{2}} \right) \right] - \right. \\ \left. - \Phi \left[\frac{2}{z} \sqrt{\lambda} \left(r - R \sqrt{\frac{\pi}{2}} \right) \right] \right\}^2$

В таблицах 1 и 2

$$\Phi(t) = \frac{2}{\sqrt{2\pi}} \int_0^t e^{-\frac{u^2}{2}} du.$$

На фиг. 2 сравниваются теоретические напряжения с опытными данными, полученными Гольдбеком [7] для разных размеров штампов при одинаковом среднем удельном давлении на штамп и для одинаковой глубины.



Фиг. 1.

Теоретические кривые построены для нагрузки, распределенной по подошве штампа по параболическому закону. Величины напряжений вычислены при $\lambda=0,91$.

На фиг. 3 приведено сравнение теоретических напряжений с опытными данными специальной Комиссии по напряжениям в железнодорожном пути Американской ассоциации гражданских инженеров [7]. На верхнем чертеже сравниваются напряжения под одной шпалой и на нижнем чертеже — под тремя шпалами.

Теоретические напряжения вычислены для параболической нагрузки, распределенной по полосе, при $\lambda=1$.

На фиг. 4 приведено сравнение опытных кривых линий равных напряжений, полученных Кеглером и Шейдигем [7], с теоретическими кривыми.

При построении теоретических кривых, величины напряжений, вычисленные для квадратного штампа, пересчитывались для круглого штампа умножением на соответствующий коэффициент. Коэффициент этот вычислялся как отношение напряжений на одной и той же глубине по оси загруженных одинаковой нагрузкой круглой и квадратной площадок.

На фиг. 5 представлено сравнение теоретических результатов с опытными данными, полученными для вертикальных напряжений по оси загруженного штампа различными исследователями.

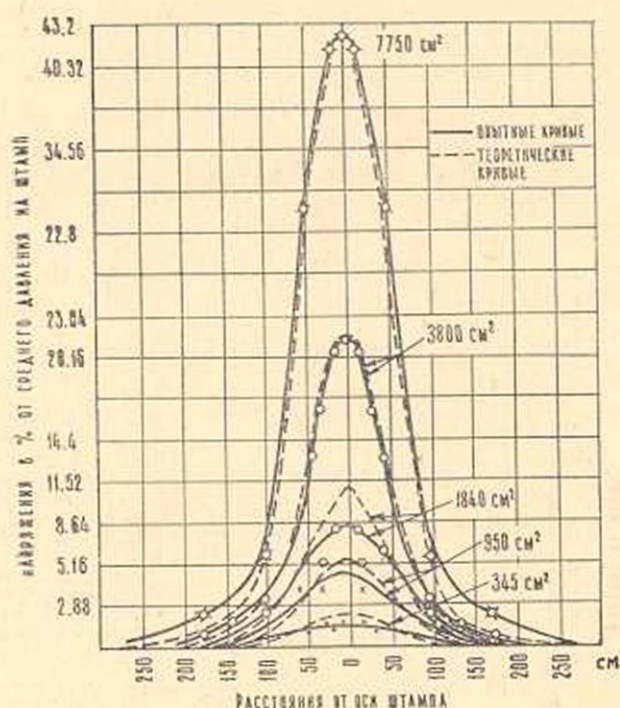
Таблица 3

$\frac{z}{R}$	Отношение $\frac{\sigma_z}{P}$ по теории автора при λ равном				$\frac{\sigma_{z \text{ упр.}}}{P}$ по теории упругости	Отношение $\frac{\sigma_z}{\sigma_{z \text{ упр.}}}$ при λ равном			
	0,3763	1,5	0,75	1,0		0,3763	0,5	0,75	1,0
0	1,0	1,0	1,0	1,0	1,0	1,0	1,0	1,0	1,0
0,2	1,0	1,0	1,0	1,0	0,993	1,01	1,01	1,01	1,01
0,4	0,9999	1,0	1,0	1,0	0,949	1,05	1,05	1,05	1,05
0,6	0,9837	0,9951	0,9999	1,0	0,864	1,14	1,15	1,151	1,156
0,7	0,9340	0,9820	0,9976	0,9997	0,810	1,151	1,21	1,23	1,24
0,8	0,8825	0,9317	0,9915	0,9980	0,756	1,16	1,23	1,31	1,32
0,9	0,8342	0,8821	0,9798	0,9925	0,701	1,19	1,25	1,39	1,41
1,0	0,7597	0,8301	0,9197	0,9817	0,646	1,17	1,29	1,42	1,52
1,5	0,4750	0,5520	0,7325	0,8297	0,426	1,11	1,30	1,72	1,95
2,0	0,3080	0,3750	0,5229	0,6321	0,285	1,08	1,33	1,83	2,22
2,5	0,2190	0,2850	0,3865	0,4727	0,210	1,03	1,36	1,84	2,25
3,0	0,1509	0,2012	0,2824	0,3592	0,146	1,03	1,38	1,93	2,46
3,5	0,1142	0,1560	0,2202	0,2790	0,112	1,02	1,39	1,97	2,5
4,0	0,0898	0,1240	0,1750	0,2212	0,088	1,02	1,41	1,98	2,5
5,0	0,0582	0,0816	0,1156	0,1479	0,057	1,02	1,43	2,04	2,6
6,0	0,0410	0,0572	0,0815	0,1050	0,040	1,02	1,43	2,04	2,63

Изображенный на фиг. 5 график без кривых автора составлен В. Ф. Бабковым [7]. Этим графиком и воспользовался автор для анализа полученных теоретических результатов.

Для оценки с количественной стороны результатов разработанной теории по отношению к результатам теории упругости, в таблице 3 приведено сравнение для напряжений по оси круга, загруженного равномерно распределенной нагрузкой. В таблице 4 сравнение результатов теории дискретного распределения напряжений с

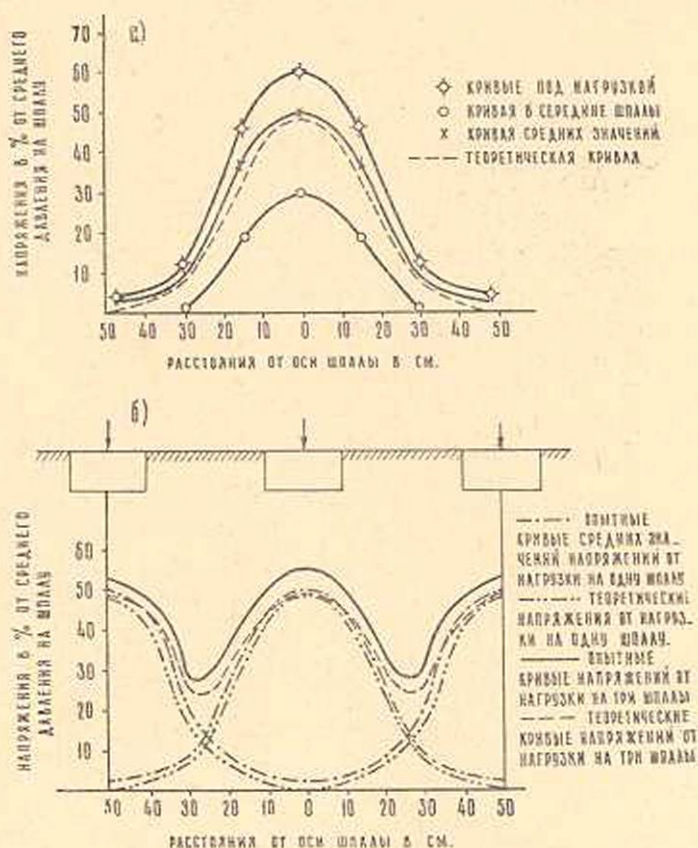
теорией упругости произведено для сосредоточенной нагрузки в пространственной задаче, а в таблице 5—для сосредоточенной нагрузки в плоской задаче.



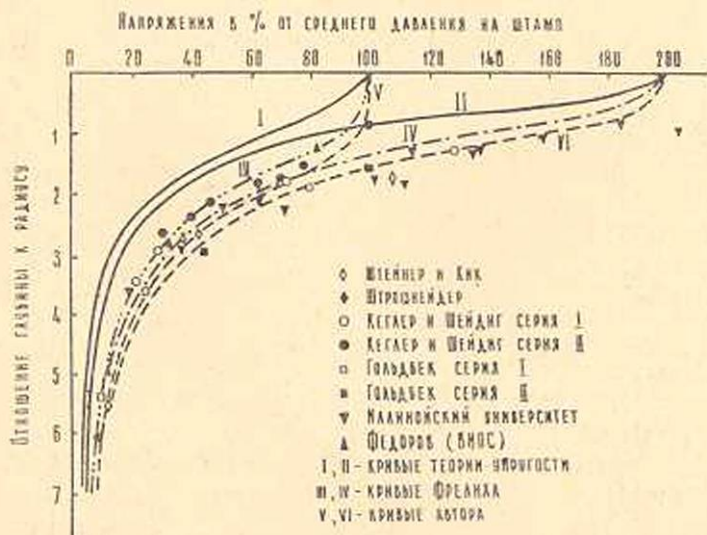
Фиг. 2. Сравнение теоретических результатов с опытными данными Гольдбека при удельном давлении по подошве штампа $2,43 \text{ кг/см}^2$ и разной величине штампа на глубине 137 см.

Таблица 4

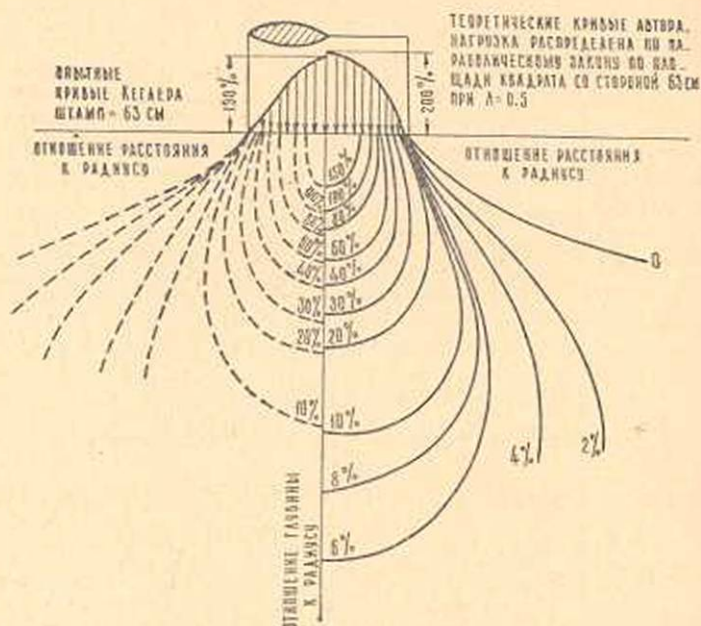
$\frac{r}{z}$	$\frac{\sigma_z}{P} z^2$ по теории автора при λ равном				$\frac{\sigma_z}{P} z^2$ по теории упругости
	1	0,75	0,5	0,3763	
0	1,2724	0,9541	0,6362	0,4775	0,4775
0,1	1,2228	0,9259	0,6236	0,4702	0,4657
0,2	1,0847	0,8462	0,5873	0,4497	0,4329
0,3	0,8877	0,7284	0,5314	0,4178	0,3849
0,4	0,6708	0,5904	0,462	0,3756	0,3294
0,5	0,4681	0,4507	0,3558	0,3298	0,2733
1,0	0,0233	0,0475	0,0861	0,1065	0,0844
1,5	0,0001	0,0011	0,0071	0,0164	0,0251
2,0	0,00001	0,00002	0,0001	0,0012	0,0085
2,5	0	0	0,00002	0,00004	0,0034
2,59	0	0	0	0,00002	0,0029
4,91	0	0	0	0	0,0001



Фиг. 3. Сравнение теоретических результатов с опытными данными Комиссии Американской ассоциации гражданских инженеров в песке на глубине 45 см. а) под одной штампой; б) под тремя штампой.



Фиг. 4



Фиг. 5. Сравнение теоретических результатов с экспериментальными данными различных исследователей для напряжений по оси нагруженной круглой площадки.

Таблица 5

$\frac{x}{z}$	$\frac{\sigma_z}{P_1} z$ по теории автора при λ равном				$\frac{\sigma_z}{P_1} z$ по теории упругости
	1	0,75	0,5	0,3763	
0	1,128	0,9768	0,7976	0,691	0,636
0,1	1,084	0,9479	0,7818	0,6804	0,624
0,2	0,9616	0,8663	0,7363	0,6508	0,588
0,3	0,787	0,7457	0,6663	0,6046	0,536
0,4	0,5947	0,6044	0,5792	0,5436	0,473
0,5	0,415	0,4614	0,4837	0,4773	0,406
1,0	0,0207	0,0486	0,1079	0,1541	0,159
1,5	0,0001	0,0011	0,0089	0,0237	0,0501
2,0	0,00001	0,00002	0,0002	0,0017	0,0254
2,5	0	0	0,00003	0,0006	0,0121
2,59	0	0	0	0,00003	0,0107
4,91	0	0	0	0	0,001

Выводы

1. Подходя к зернистой среде как к статически определимой системе, автор на основе уравнений равновесия и статистического осреднения получил принципиально новые решения о распределении напряжений в сыпучей среде, не находящейся в предельном состоянии.

2. Сравнение теоретических решений автора с экспериментальными данными различных исследователей показывает хорошую их сходимость.

3. Из сравнения теоретических результатов автора с решениями теории упругости для аналогичных задач видно, что полученные автором решения дают большую, по сравнению с теорией упругости, концентрацию напряжений к линии действия нагрузки, так как рассматриваемая автором среда не воспринимает растягивающих усилий.

Ленинград, Военная Академия
Тыла и Транспорта

Поступила 10 VIII 1960

Ի. Ի. Կանգաւորով

ՀԱՏԻԿԱՅԻՆ (ԳՐՈՒՆՏԱՅԻՆ) ՄԻՋԱՎԱՅՐԵՐՈՒՄ ԼԱՐՈՒՄՆԵՐԻ ԲԱՇԽՄԱՆ ՄԱՍԻՆ

Ա Մ Փ Ո Փ Ո Մ

Հատիկալին միջավայրում լարումների բաշխման հարցը լուծելու համար, հողվածում ալդ միջավայրը դիտված է որպես ստատիկորեն որոշակի սխեմա և ստացված են սլոնցիվալի նոր լուծումներ: Տեսական լուծումների և էքսպերիմենտալ տվյալների համեմատությունը ցույց է տալիս, որ նրանց տարբերությունը մեծ չէ:

Հեղինակի տեսական արդյունքների և առաձգականության տեսության նման խնդիրների լուծման համեմատությունից պարզված է, որ հողվածում բերված լուծման հիման վրա լարումների կոնցենտրացիան բևեռ աղղման աղղղվածքի ալելի մեծ է, քան ըստ առաձգականության տեսության, քանի որ դիտվող միջավայրում չեն կարող առաջանալ ձգող ճիգեր:

Л И Т Е Р А Т У Р А

1. Гольдштейн М. Н. Некоторые вопросы развития механики грунтов. „Основания, фундаменты и механика грунтов“, № 1, 1960.
2. Фрелиш О. К. Распределение давления в грунте, изд. Наркомхоза РСФСР, М., 1938.
3. Соколовский В. В. Статика сыпучей среды. Изд. АН СССР, М., 1942.
4. Березанцев В. Г. Осесимметричная задача предельного равновесия сыпучей среды. Гостехтеориздат, М., 1952.
5. Васильев Б. Д. Основания и фундаменты. Госстройиздат, М., Л., 1955.
6. Флорин В. А. Расчеты оснований гидротехнических сооружений. Госстройиздат, М., Л., 1948. Основы механики грунтов. Госстройиздат, Л., М., 1959.
7. Бабков В. Ф. Обзор экспериментальных работ по измерению напряжений в грунте. „Труды ДорНИИ“, вып. 1, Гумосдор, М., 1938.
8. Цытович Н. А. Механика грунтов. Стройиздат, М., 1951.
9. Клейн Г. К. Строительная механика сыпучих тел. Госстройиздат, М., 1956.
10. Снитко Н. К. Теория прочности металлов с учетом внутрикristаллической структуры, ВТА Л., 1946. Изв. АН СССР, ОТН, вып. 7—8, 1942, ЖТФ, XVIII, 6, 1948.

11. Бирюля А. К. Об упругих и пластических деформациях щебеночных покрытий. «Труды ХАДИ», сб. 6, 1939.
12. Покровский Г. И. Исследования по физике грунтов. ОНТИ, М., 1937.
13. Яропольский И. В. Основания и фундаменты. Водтрансиздат, Л., 1954.
14. Арутюнян Н. Х. Некоторые вопросы теории ползучести. Гостехиздат, 1952.
15. Черкасов И. И. Структурные и упругие деформации песчаных грунтов. НИИ АС ВВС, 1952.
16. Горбунов-Посадов М. И. К решению смешанной задачи теории упругости и пластичности для песчаных оснований. «Сборник НИИ Оснований и фундаментов», № 21, 1953.
17. Малышев М. В. Теоретические и экспериментальные исследования несущей способности песчаного основания. «ВОДГЕО. Лаборатория оснований и фундаментов. Информационные материалы», № 2, М., 1953.
18. Материалы к IV Международному конгрессу по механике грунтов. Изд. АН СССР, 1957.
19. Липовицкая Т. Ф. Экспериментальные исследования распределения напряжений по подошве жестких штампов, расположенных на песчаном основании. «Известия ВНИИГ», 49, 1953.
20. Горбунов-Посадов М. И. Осадки фундаментов на слое грунта, подстилаемом скальным основанием. Стройиздат, 1946.
21. Федоров Н. С. Исследование распределения напряжений в грунте и осадок фундаментов при помощи моделей. «ЖТФ», 5, вып. 6, 1935.
22. Белухов Н. И. Теория упругости и пластичности. Гостехтеориздат, М., 1953.
23. Кандауров И. И. Теория дискретного распределения вертикальных напряжений и деформаций сжатия в однородных и многослойных грунтовых основаниях военно-транспортных и других сооружений. ВАТТ Л., 1959.
24. Кандауров И. И. Основные предпосылки дискретной теории распределения напряжений и деформаций сжатия в грунтовых средах. «Информационный бюллетень ВАТТ», № 17, 1958.
25. Кандауров И. И. К теории распределения напряжений в зернистых грунтовых основаниях. «Основания, фундаменты, механика грунтов», № 4, 1960.
26. Кузнецов В. И. Упругое основание. Госстройиздат, М., 1952.