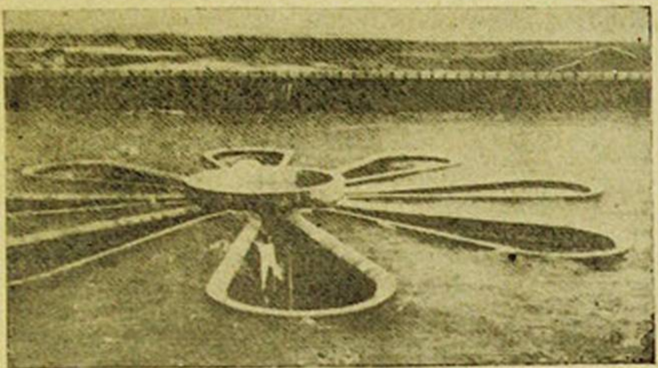
ՀԱՅԿԱԿԱՆ ՍՍՌ ԳԻՏՈՒԹՅՈՒՆՆԵՐԻ ԱԿԱԴԵՄԻԱՅԻ ՏԵՂԵԿԱԳԻՐ
ИЗВЕСТИЯ АКАДЕМИИ НАУК АРМЯНСКОЙ ССР
Ֆիզիկո-մաթեմատ. գիտություններ XIII, № 6, 1960 Физико-математические науки

ГИДРОМЕХАНИКА

В. Г. Саноян, М. Г. Хубларян

Теоретическое и экспериментальное исследование шахтного водосброса типа „маргаритка"

При проектировании шахтного водосброса плотины Сарно в бассейне реки Меккерра, Алжирским комитетом больших плотин был предложен новый тип водосброса, имеющий в плане вид цветка-маргаритки*, общий вид которого показан на фиг. 1. Как показали экспериментальные исследования [1], вышеупомянутый тип водосброса имеет ряд преимуществ, как например, значительно уменьшает толщину переливающегося слоя воды за счет соответствующего увеличения сливного фронта, уменьшает объем строительных работ, тем самым удешевляет стоимость головного узла, а также улучшает гидравлическую картину над водосбросом.



Фиг. 1.

Гидроэнергопроектом СССР [2] было рекомендовано применять этот тип водосброса при проектировании гидроузлов в СССР.

В связи с постройкой Татевской гидроэлектростанции в Армянской ССР, учитывая отсутствие какого-либо теоретического метода для получения очертания водосброса типа „маргаритка", в институте Энергетики и Гидравлики АН Армянской ССР проводились как теоретические, так и экспериментальные исследования такого водосброса.

* Подробное описание и схема водосброса типа „маргаритка" приводятся в [1] и [2].

§ 1. Теоретическое очертание шахтного водосброса типа „маргаритка"

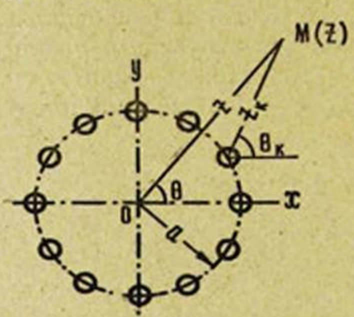
Целью теоретического исследования являлось определение очертания „маргаритки" в плане. Для того, чтобы обеспечить максимальный расход через водосброс, очевидно, его очертание надо выбирать так, чтобы в каждой его точке вектор скорости был перпендикулярен к контуру.

Решается плоская задача, рассматривается бесконечно большой водоем с идеальной, несжимаемой жидкостью.

Задача решается методом „особенностей" с помощью теории функции комплексного переменного. Каждый из лотков маргаритки принимается как отрицательный источник (сток).

Допустим, что имеем n источников с одинаковой мощностью m, расположенных по окружности радиуса a (фиг. 2).

Обозначим комплексную координату любой точки M пространства относительно начала координат через z, а координаты относительно отдельных источников через z_k ($k = 1, 2, 3, \dots, n$). Тогда комплексный потенциал движения $w = \varphi + i\psi$ (где φ потенциал скоростей, а ψ функция тока) выразится следующим образом [3]



Фиг. 2.

$$w = \frac{m}{2\pi} \ln z_1 z_2 z_3 \cdots z_n = \frac{m}{2\pi} \sum_{k=1}^{n} \ln z_k, \tag{1.1}$$

или замечая, что

$$z_k = z - a e^{i\frac{2\pi k}{n}} = \rho e^{i\theta} - a e^{i\frac{2\pi k}{n}}, \tag{1.2}$$

согласно (1.1), будем иметь

$$w = \frac{m}{2\pi} \sum_{k=1}^{n} \ln \left(\rho e^{i\theta} - a e^{i\frac{2\pi k}{n}}\right) = \frac{m}{2\pi} \ln \prod_{k=0}^{n-1} \left(\rho e^{i\theta} - a e^{i\frac{2\pi k}{n}}\right), \tag{1.3}$$

где ρ — модуль, а θ — аргумент z.

Для определения потенциала скоростей φ выделим действительную часть w.

$$w = \frac{m}{2\pi} \ln \prod_{k=0}^{n-1} \left[\rho(\cos\theta + i\sin\theta) - a\left(\cos\frac{2\pi k}{n} + i\sin\frac{2\pi k}{n}\right)\right] =$$

$$= \frac{m}{2\pi} \ln \prod_{k=0}^{n-1} \left(\rho\cos\theta - a\cos\frac{2\pi k}{n}\right) + i\left(\rho\sin\theta - a\sin\frac{2\pi k}{n}\right). \tag{1.4}$$

Если обозначить выражение под знаком произведения через

$$\chi_k = u_k + i v_k = r_k e^{i\theta_k}, \tag{1.5}$$

где

$$r_k = |\chi_k|, \quad \theta_k = arg\chi_k,$$

получим

$$u_k = \rho\cos\theta - a\cos\frac{2\pi k}{n},$$

$$v_k = \rho\sin\theta - a\sin\frac{2\pi k}{n}, \tag{1.6}$$

$$z_k = \sqrt{u_k^2 + v_k^2} = \left[\rho^2 + a^2 - 2\rho a\cos\left(\theta - \frac{2\pi k}{n}\right)\right]^{1/2},$$

$$\theta_k = \operatorname{arc\,tg}\frac{\rho\sin\theta - a\sin\frac{2\pi k}{n}}{\rho\cos\theta - a\cos\frac{2\pi k}{n}}. \tag{1.7}$$

Учитывая (1.5), (1.6) и (1.7), выражение для комплексного потенциала (1.4) приводим к виду

$$w = \frac{m}{2\pi}\ln\prod_{k=0}^{n-1} r_k\prod_{k=0}^{n-1} e^{i\theta_k} = \frac{m}{2\pi}\ln e^{i\sum\limits_{k=0}^{n-1}\theta_k}\prod_{k=0}^{n-1} r_k =$$

$$= \frac{m}{2\pi}\left(i\sum_{k=0}^{n-1}\theta_k + \ln\prod_{k=0}^{n-1} r_k\right). \tag{1.8}$$

Согласно (1.8) для потенциала скоростей φ будем иметь следующее выражение

$$\varphi = \text{д.ч.}w = \frac{m}{2\pi}\ln\prod_{k=0}^{n-1} r_k = \frac{m}{4\pi}\ln\prod_{k=0}^{n-1}\left[\rho^2 + a^2 - 2\rho a\cos\left(\theta - \frac{2\pi k}{n}\right)\right]. \tag{1.9}$$

Имея в виду, что [4]

$$\prod_{k=0}^{n-1}\left[\rho^2 + a^2 - 2\rho a\cos\left(\theta - \frac{2\pi k}{n}\right)\right] = \rho^{2n} + a^{2n} - 2\rho^n a^n\cos n\theta,$$

из (1.9) получим

$$\varphi = \frac{m}{4\pi}\ln\left(\rho^{2n} + a^{2n} - 2\rho^n a^n\cos n\theta\right). \tag{1.10}$$

Приравнивая потенциал скоростей к постоянной ($\varphi = \text{const}$), получим семейство линий равных потенциалов. Эти линии будут служить очертаниями маргариток, т. к. скорости в точках, расположенных на этих линиях будут перпендикулярны к ним. Таким образом, согласно (1.10) уравнение маргаритки представится следующим образом

$$\rho^{2n} + a^{2n} - 2\rho^n a^n\cos n\theta = \text{const}. \tag{1.10'}$$

Включая a^{2n} в значение const и разделив полученное уравнение на a^{2n}, будем иметь

$$\alpha^{2n} - 2\alpha^n \cos n\theta = C, \qquad \text{где} \quad \alpha = \frac{\rho}{a}. \tag{1.11}$$

Решив уравнение (1.11) относительно $\cos n\theta$, получим

$$\cos n\theta = \frac{\alpha^{2n} - C}{2\alpha^n}, \tag{1.12}$$

представляющее уравнение очертания маргаритки в общем случае, которым в дальнейшем будем пользоваться для ее построения.

Перейдем к определению функции тока ψ.

Согласно (1.8) и второму выражению из (1.7), будем иметь

$$\psi = \text{м. ч. } w = \frac{m}{2\pi}\sum_{k=0}^{n-1} \operatorname{arc\,tg}\left(\frac{\rho\sin\theta - a\sin\frac{2\pi k}{n}}{\rho\cos\theta - a\cos\frac{2\pi k}{n}}\right). \tag{1.13}$$

Но для получения более простого выражения ψ, воспользуемся следующими известными соотношениями между φ и ψ

$$\frac{\partial\varphi}{\partial\alpha} = \frac{1}{\alpha}\frac{\partial\psi}{\partial\theta}; \qquad \frac{\partial\varphi}{\alpha\partial\theta} = -\frac{\partial\psi}{\partial\alpha}. \tag{1.14}$$

Отсюда имеем

$$\psi = \int\left(\frac{\partial\psi}{\partial\alpha}d\alpha + \frac{\partial\varphi}{\partial\theta}d\theta\right) = \int\left(\alpha\frac{\partial\varphi}{\partial\alpha}d\theta - \frac{\partial\varphi}{\alpha\partial\theta}d\alpha\right). \tag{1.15}$$

Интегрирование производим по следующему пути: сначала от начала координат идем по оси $\theta = 0$ до точки $(\alpha;\ 0)$, затем от точки $(\alpha;\ 0)$ до точки $(\alpha;\ \theta)$. Тогда последнее выражение примет вид

$$\psi = \int_0^\alpha -\frac{\partial\varphi(\alpha;\ 0)}{\alpha\partial\theta}d\alpha + \int_0^\theta \alpha\frac{\partial\varphi(\alpha;\ \theta)}{\partial\alpha}d\theta, \tag{1.16}$$

или принимая во внимание, что при $\theta = 0$ $\frac{1}{a\alpha}\frac{\partial\varphi}{\partial\theta} = v_0 a = 0$ (т. к. при $\theta = 0$ из условия симметрии $v_0 = 0$), получим

$$\psi = \int_0^\theta \alpha\frac{\partial\varphi}{\partial\alpha}d\theta. \tag{1.17}$$

Вычисляя производную $\frac{\partial\varphi}{\partial\alpha}$ по (1.10) и подставляя в (1.17), после интегрирования будем иметь

$$\frac{4\pi\psi}{m} = \left\{n\theta - 2\operatorname{arc\,tg}\left[\left(\frac{1+\alpha^n}{1-\alpha^n}\right)\operatorname{tg}\frac{n\theta}{2}\right]\right\} \quad \text{для} \quad \alpha < 1 \tag{1.18}$$

и

$$\frac{4\pi\psi}{m} = \left\{n\theta + 2\operatorname{arc\,tg}\left[\left(\frac{\alpha^{n+1}}{\alpha^{n-1}}\right)\operatorname{tg}\frac{n\theta}{2}\right]\right\} \quad \text{для} \quad \alpha > 1. \tag{1.19}$$

В выражениях (1.18) и (1.19) левые части приравнивая постоянной c и решая полученные уравнения относительно α, получим следующие уравнения для определения линий тока

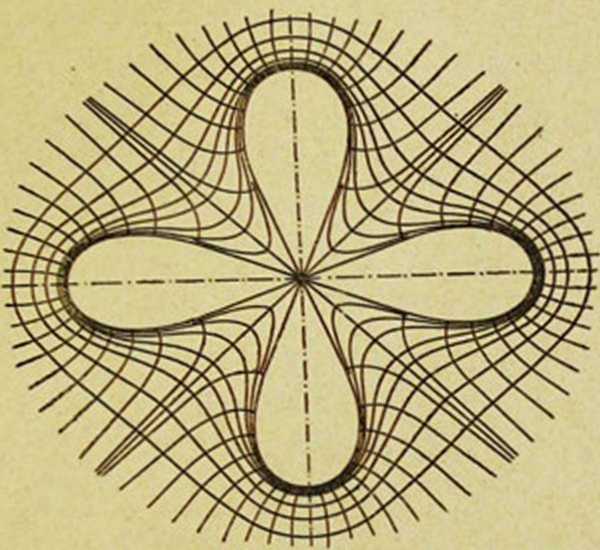
$$\alpha = \left[\frac{\operatorname{tg}\left(\frac{n\theta - C}{2}\right) - \operatorname{tg}\frac{n\theta}{2}}{\operatorname{tg}\left(\frac{n\theta - C}{2}\right) + \operatorname{tg}\frac{n\theta}{2}}\right]^{1/n} \quad \text{для} \quad \alpha < 1 \tag{1.20}$$

и

$$\alpha = \left[\frac{\operatorname{tg}\left(\frac{C + 2\pi - n\theta}{2}\right) + \operatorname{tg}\frac{n\theta}{2}}{\operatorname{tg}\left(\frac{C + 2\pi - n\theta}{2}\right) - \operatorname{tg}\frac{n\theta}{2}}\right]^{1/n} \quad \text{для} \quad \alpha > 1. \tag{1.21}$$

Для иллюстрации расчета по полученным формулам, положим, что мы хотим найти семейство очертания четырехлоточных маргариток и соответствующие им линии тока.

В данном случае полагая $n = 4$, $a = 1$, а следовательно $\alpha = \rho$, и задавая в уравнении (1.12) для C различные значения, получаем различные очертания четырехлоточной маргаритки.



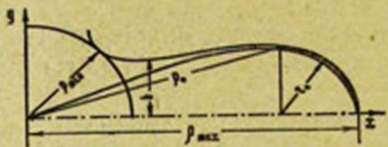
Фиг. 3.

Эти очертания представлены на графике фиг. 3 (жирные линии). На том же рисунке проведены линии тока течения, рассчитанные по формулам (1.20) и (1.21).

В практических случаях обычно задаются либо внутренним и внешним радиусами маргаритки (назовем условно первым вариантом), либо внутренним радиусом и периметром маргаритки (назовем вторым вариантом). Для решения практических задач, уравнение (1.12) напишем в следующем виде

$$\cos n\theta = \frac{\left(\frac{\rho}{a}\right)^{2n} - C}{2\left(\frac{\rho}{a}\right)^{n}}, \tag{1.22}$$

где через n, как уже было отмечено выше, обозначено количество лотков. Первоначально для обоих вариантов n задается с таким расчетом, чтобы при заданной толщине переливающегося слоя минимальная ширина b (фиг. 4) получившегося очертания маргаритки была не меньше заданной (из условия захлебывания или из конструктивных соображений). Параметры C и a, входящие в (1.22), определим для задачи первого варианта так, чтобы маргаритка имела заданные внутренний и внешний радиусы.



Фиг. 4.

Обозначим эти радиусы, соответственно, через ρ_{min} и ρ_{max}, а их отношения к a соответственно через α_{min} и α_{max}. Тогда из (1.11) определив производную $\frac{d\alpha}{d\theta}$ и приравняв ее нулю, получим, что α_{min} соответствует значению $\theta = \frac{2\pi(k+1)}{n}$, а α_{max} — значению $\theta = \frac{2\pi k}{n}$, где k — целые натуральные числа ($k = 0, 1, 2, 3 \ldots$).

Исходя из сказанного и уравнения (1.12), будем иметь

$$-1 = \frac{\alpha_{min}^{2n} - C}{2\alpha_{min}^{n}}, \tag{1.23}$$

$$1 = \frac{\alpha_{max}^{2n} - C}{2\alpha_{max}^{n}}. \tag{1.24}$$

Отсюда

$$\alpha_{min} = (\sqrt{1+C} - 1)^{1/n}, \tag{1.25}$$

$$\alpha_{max} = (\sqrt{1+C} + 1)^{1/n} \tag{1.26}$$

или

$$\frac{\rho_{min}}{a} = (\sqrt{1+C} - 1)^{1/n}, \tag{1.25'}$$

$$\frac{\rho_{max}}{a} = (\sqrt{1+C} + 1)^{1/n}. \tag{1.26'}$$

При известном n и заданных ρ_{min} и ρ_{max} из уравнений (1.25′) и (1.26′) определяем a и C, а по уравнению (1.22) строим очертание маргаритки. Таким образом, задача первого варианта разрешена.

Для решения задачи второго варианта приведем формулу для определения периметра (длины сливного фронта) L маргаритки

$$L = 2n \int_{\rho_{min}}^{\rho_{max}} \sqrt{1 + \rho^2 \left(\frac{d\theta}{d\rho}\right)^2}\, d\rho \tag{1.27}$$

или

$$L = 2na \int_{\alpha_{min}}^{\alpha_{max}} \sqrt{1 + \alpha^2 \left(\frac{d\theta}{d\alpha}\right)^2}\, d\alpha. \tag{1.27′}$$

Определив из уравнения (1.12) $\frac{d\theta}{d\alpha}$ и подставив найденное значение в (1.27′), после преобразований получим

$$\frac{L}{2na\sqrt{C+1}} \int_{\alpha_{min}}^{\alpha_{max}} \frac{d\alpha}{\sqrt{1 - \left(\frac{\alpha^{2n} - C}{2\alpha^n}\right)^2}}. \tag{1.28}$$

Интеграл в (1.28) в конечном виде не берется.

Учитывая, что выражение $\frac{\alpha^{2n} - C}{2\alpha^n} < 1$, подынтегральную функцию можно разложить в ряд по степеням этого члена и почленно интегрировать. Когда значение $\frac{\alpha^{2n} - C}{2\alpha^n}$ близко к единице, ряд сходится очень медленно из-за чего для таких значений мы прибегаем к особому способу. Часть кривой, начиная от координаты $\alpha_0 = \frac{\rho_0}{a}$, с достаточной степенью точности, заменяем дугой окружности (фиг. 4)*. Тогда уравнение (1.28) примет вид

$$\frac{L}{2na\sqrt{C+1}} = \int_{\alpha_{min}}^{\alpha_0} \frac{d\alpha}{\sqrt{1 - \left(\frac{\alpha^{2n} - C}{2\alpha^n}\right)^2}} + l, \tag{1.29}$$

где l—длина дуги окружности с радиусом r_0, заменившей определенную часть очертания маргаритки.

Ход решения следующий. Сперва строим очертание маргаритки в безразмерных координатах (в координатах, отнесенных к a) по уравнению (1.12), одновременно полагая $C = 0$**.

* Возможность такой замены доказывается и теоретически, но ввиду громоздкости выкладок вывод здесь не приводится.

** Величина C для маргаритки очень мало отличается от нуля.

На начерченной кривой маргаритки определяем точку с координатой α_0, от которой кривую можно считать дугой окружности.

Задавая ρ_{min} и L, из (1.25′) и (1.29) определяются a и C, а имея их значения по (1.22) строится очертание маргаритки.

Задача первого варианта решается сравнительно легче, чем задача второго варианта. Для примера решим задачу второго варианта.

§ 2. Пример расчета

Даны внутренний радиус $\rho_{min} = 2{,}85$ *м* и длина маргаритки $L = 62{,}80$ *м* (эти данные соответствуют обыкновенному круглому шахтному водосбросу с радиусами шахты $r = 2{,}60$ *м* и воронки $R = 10{,}00$ *м*). Требуется построить очертание маргаритки с четырьмя лотками ($n = 4$)*.

Сперва построим очертание маргаритки в безразмерных координатах (в координатах отнесенных к a) по уравнению (1.12), одновременно полагая $C = 0$.

Из начерченной кривой маргаритки определяем точку с координатой α_0 от которой кривую можно считать дугой окружности.

Из уравнения (1.25′) C выражаем через a, полагая $n = 4$

$$C = \left[\left(\frac{2{,}85}{a}\right)^4 + 1\right] - 1.$$

Это значение C подставляем в левую часть (1.29), а правую разбиваем на две части.

Имея ввиду, что в данном случае (см. фиг. 4) $\alpha_0 = 0{,}965$ и $l = 0{,}432$ (что соответствует длине четверти окружности радиуса $r_0 = 0{,}275$) выражение (1.29) примет вид

$$\frac{62{,}80}{2\cdot 4\cdot a\left[\left(\frac{2{,}85}{a}\right)^4 + 1\right)} - 0{,}432 = \int\limits_{\frac{2{,}85}{a}}^{0{,}965} \frac{d\alpha}{\sqrt{1 - \left(\frac{\alpha^8 - C}{2\alpha^4}\right)^2}}.$$

Теперь подынтегральную функцию разлагаем в ряд

$$\left[1 - \left(\frac{\alpha^8 - C}{2\alpha^4}\right)^2\right]^{-1/2} = 1 + \frac{1}{2}\left(\frac{\alpha^8 - C}{2\alpha^4}\right)^2 + \frac{1\cdot 3}{2\cdot 4}\left(\frac{\alpha^8 - C}{2\alpha^4}\right)^4 + $$

$$+ \frac{1\cdot 3\cdot 5}{2\cdot 4\cdot 6}\left(\frac{\alpha^8 - C}{2\alpha^4}\right)^6 + \cdots$$

в котором C заменяем его известным значением в функции от a и почленно интегрируем. После подстановки значений верхнего и нижнего пределов интегрирования получаем трансцендентное уравнение, левая и правая части которого становятся зависимыми только от a

---

* Маргаритка с такими данными применена как проектный вариант при проектировании Татевской ГЭС в Армянской ССР.

$$\frac{7{,}85}{a\left[\left(\frac{2{,}85}{a}\right)^{4}+1\right]}-0{,}432=\Bigg\{0{,}965+\frac{1}{72}\,(0{,}965)^{9}-\frac{1}{4}\,0{,}965\Bigg[\left(\frac{2{,}85}{a}\right)^{8}+$$

$$+2\left(\frac{2{,}85}{a}\right)^{4}\Bigg]-\frac{1}{56}\,\frac{\left[\left(\frac{2{,}85}{a}\right)^{8}+2\left(\frac{2{,}85}{a}\right)^{4}\right]^{2}}{0{,}965^{7}}+\frac{3}{2176}\cdot 0{,}965^{17}-$$

$$-\frac{1}{96}\,0{,}965^{9}\left[\left(\frac{2{,}85}{a}\right)^{8}+2\left(\frac{2{,}85}{a}\right)^{4}\right]+\frac{9}{64}\cdot 0{,}965\Bigg[\left(\frac{2{,}85}{a}\right)^{8}+$$

$$+2\left(\frac{2{,}85}{a}\right)^{4}\Bigg]^{2}+\frac{3}{244}\,\frac{\left[\left(\frac{2{,}85}{a}\right)^{8}+2\left(\frac{2{,}85}{a}\right)^{4}\right]^{3}}{0{,}965}+$$

$$+\frac{3}{128}\cdot 0{,}965\left[\left(\frac{2{,}85}{a}\right)^{8}+2\left(\frac{2{,}85}{a}\right)^{4}\right]^{4}\Bigg\}-$$

$$-\Bigg\{\frac{2{,}85}{a}+\frac{1}{72}\left(\frac{2{,}85}{a}\right)^{9}-\frac{1}{4}\left(\frac{2{,}85}{a}\right)\left[\left(\frac{2{,}85}{a}\right)^{8}-2\left(\frac{2{,}85}{a}\right)^{4}\right]-$$

$$-\frac{1}{56}\,\frac{\left[\left(\frac{2{,}85}{a}\right)^{8}+2\left(\frac{2{,}85}{a}\right)^{4}\right]^{2}}{\left(\frac{2{,}85}{a}\right)^{7}}+\frac{3}{2176}\left(\frac{2{,}85}{a}\right)^{17}-\frac{1}{96}\left(\frac{2{,}85}{a}\right)^{9}\Bigg[\left(\frac{2{,}85}{a}\right)^{8}+$$

$$+2\left(\frac{2{,}85}{a}\right)^{4}\Bigg]+\frac{9}{64}\left(\frac{2{,}85}{a}\right)\left[\left(\frac{2{,}85}{a}\right)^{8}+2\left(\frac{2{,}85}{a}\right)^{4}\right]^{2}+$$

$$+\frac{3}{224}\,\frac{\left[\left(\frac{2{,}85}{a}\right)^{8}+2\left(\frac{2{,}85}{a}\right)^{4}\right]^{3}}{\left(\frac{2{,}85}{a}\right)^{7}}+$$

$$+\frac{3}{128}\left(\frac{2{,}85}{a}\right)\left[\left(\frac{2{,}85}{a}\right)^{8}+2\left(\frac{2{,}85}{a}\right)^{4}\right]^{4}\Bigg\}.$$

Это уравнение решается подбором. Величине a задаются значения до тех пор, пока левая и правая части становятся равными друг другу.

Результаты вычислений приведены в таблице 1.

Таблица 1

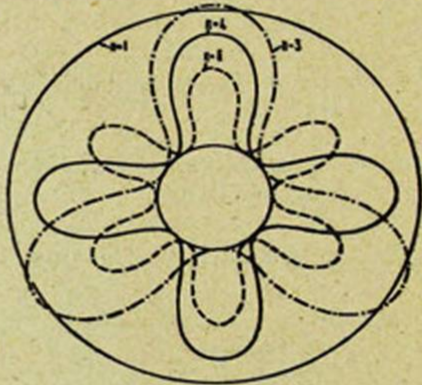
a в *м*	Левая часть	Правая часть	Разность
7,30	0,618	0,598	0,020
7,40	0,603	0,627	—0,024
7,35	0,610	0,610	0,000

Из таблицы видно, что $a = 7{,}35$ м. Имея a, сразу из (1.25′) определяется $C = 0{,}04568$. Тогда по уравнению (1.22), в котором параметры a и C уже известны, вычисляются координаты кривой маргаритки. Координаты очертания маргаритки приведены в последних двух графах таблицы 2.

Таблица 2

№№ п/п	a	$\cos 4\theta$	θ	$\overline{x} = a\cos\theta$	$\overline{y} = a\sin\theta$	$x = a\overline{x}$	$y = a\overline{y}$
1	0,338	−1,000	45°00′	0,274	0,274	2,018	2,018
2	0,400	−0,882	37°58′	0,315	0,246	2,320	1,810
3	0,450	−0,537	30°37′	0,387	0,229	2,840	1,680
4	0,500	−0,334	27°22′	0,444	0,230	3,260	1,690
5	0,550	−0,294	25°27′	0,497	0,236	3,650	1,730
6	0,600	−0,111	24°06′	0,547	0,245	4,025	1,800
7	0,700	0,025	22°08′	0,698	0,264	4,770	1,940
8	0,800	0,149	20°21′	0,750	0,278	5,520	2,040
9	0,900	0,292	18°15′	0,855	0,282	6,280	2,070
10	1,000	0,477	15°22′	0,964	0,265	7,080	1,950
11	1,100	0,713	11°08′	1,080	0,221	7,940	1,560
12	1,140	0,828	8°32′	1,128	0,169	8,300	1,240
13	1,180	0,958	4°13′	1,175	0,087	8,650	0,637
14	1,193	1,000	0°00′	1,193	0,000	8,750	0,000

Аналогичным образом можно построить очертания маргариток, имеющих любое количество лотков. На фиг. 5, наряду с обыкновенным круглым шахтным водосбросом, представлены очертания маргариток с количеством лотков равным трем, четырем и шести. Все они имеют одинаковый периметр ($L = 62{,}8$ *м*).



Фиг. 5.

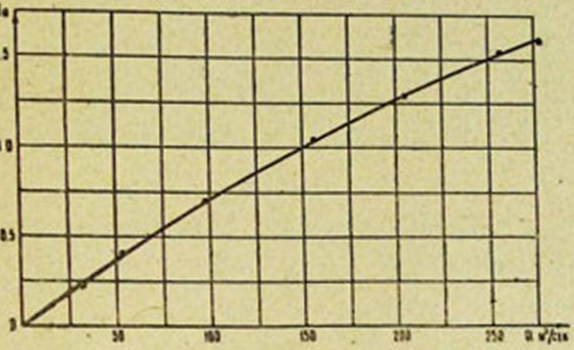
Расчет и координаты маргариток с тремя и шестью лотками здесь не приводятся из-за экономии места.

§ 3. Экспериментальная проверка маргаритки с четырьмя лотками

В гидравлической лаборатории Института энергетики и гидравлики АН Армянской ССР была построена и экспериментально исследована маргаритка с четырьмя лотками, которая, как отмечалось выше, предусматривалась для Татевской ГЭС.

Отвод воды производился вертикальным шахтным водосбросом, который в меридиональном сечении имел как прямолинейное, так и криволинейное очертание.

На графике фиг. 6 показана зависимость толщины переливающегося слоя H от расхода Q. Величины приведены к их натурному

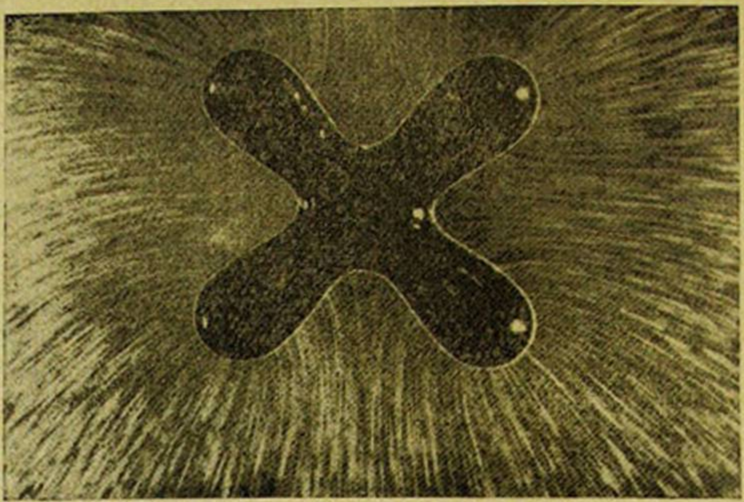


Фиг. 6.

значению. Как видно из кривой, с увеличением расхода толщина переливающегося слоя монотонно растет, явление захлебывания ни при каких расходах не обнаруживается (расчетный расход равен 216 $м^3/сек$, максимальный — 275 $м^3/сек$).

Модельные исследования маргаритки показали, что линии тока практически были ортогональны к сливному фронту маргаритки. На фото фиг. 7 дан общий вид течения, снятого сверху. Как видно из фото, некоторое отклонение от ортогональности замечается. Это можно объяснить тем, что во-первых подходные скорости все же влияли на общее течение ($v = 25$ $см/сек$), во-вторых непосредственно на кромке водослива траектории частиц жидкости становятся незаметными и, наконец, на отклонение от ортогональности может влиять также принятая схема расчета, где вместо действительного течения было принято плоское.

Интегральным доказательством того, что линии тока в целом были ортогональны к очертанию маргаритки, может служить тот факт, что коэффициент расхода для маргаритки с тонкой стенкой



Фиг. 7.

при расчетном расходе получился $m = 0{,}495$, что почти не отличается от такового для прямолинейного водослива с тонкой стенкой.

Институт энергетики и гидравлики
АН Армянской ССР

Поступила 6 VI 1960

Վ. Գ. Սանոյան, Մ. Հ. Խուբլարյան

«ՄԱՐԳԱՐԻՏԿԱ» ՏԻՊԻ ՇԱԽՏԱՅԻՆ ՋՐՀԵՌԱՑԻ ՏԵՍԱԿԱՆ ԵՎ ՓՈՐՁՆԱԿԱՆ ՀԵՏԱԶՈՏՈՒԹՅՈՒՆՆԵՐԸ

ԱՄՓՈՓՈՒՄ

«Մարգարիտկա» նոր տիպի շախտային ջրհեռացը (ֆիգ. 1) ունի մի շարք առավելություններ, ինչպես, օրինակ, նկատելի չափով փոքրացնում է թափվող ջրերի հաստությունը ի հաշիվ ջրթափային ճակատի երկարացման, պակասեցնում է շինարարական աշխատանքների ծավալը, ինչպես նաև լավացնում է հիդրավլիկական պատկերը ջրհեռացի վրա։

Տաթևի հիդրոէլեկտրակայանի կառուցման կապակցությամբ էներգետիկայի և հիդրավլիկայի ինստիտուտում կատարվել են այդ կառուցվածքի տեսական ու փորձնական հետազոտություններ։

Տեսական հետազոտության նպատակն է եղել որոշել «մարգարիտկա»-ի պլանային եզրագիծը։ Ելնելով կառուցվածքի մաքսիմալ ջրաթողունակությունից՝ ջրհեռացի պլանային եզրագիծը որոշված է այն պայմանից,՝որպեսզի նրա յուրաքանչյուր կետում արագության վեկտորը ուղղահայաց լինի այդ կետով եզրա-

գծին տարված շոշափողին։ Բնական է, որ այդպիսի եզրագիծը՝ ջրհեռացով կապահովի մաքսիմում ելք։

Դիտարկվում է անսահման մեծ ջրամբար՝ անսեղմելի-իդեալական հեղուկով, և լուծվում է հարթ խնդիր։

«Մարգարիտկա»-յի յուրաքանչյուր թևը դիտվում է որպես բացասական աղբյուր։

Շարժման կոմպլեքս պոտենցիալը (w) արտահայտվում է (1.1) տեսքով։ Անջատելով իրական և կեղծ մասերը՝ ստացվում է (1.8) արտահայտությունը, որտեղ իրական մասն իրենից ներկայացնում է արագությունների պոտենցիալը (φ), իսկ կեղծ մասը՝ հոսքի ֆունկցիան (ψ)։

$\varphi=\mathrm{const}=C$ գծերը ծառայում են որպես «մարգարիտկա»-յի պլանային եզրագծեր։ Այդ կորերի հավասարումն արտահայտվում է (1.12) բանաձևով։

Հոսքի ֆունկցիայի համար ստացված են (1.20) և (1.21) արտահայտությունները։ (1.12), (1.20) և (1.21) հավասարումների միջոցով որոշված է քառաթև «մարգարիտկա»-յի եզրագծերի ընտանիքը, որոնք պատկերված են ֆիգ. 3-ի վրա (հոծ գծերով). այնտեղ էլ ցույց են տրված նրանց համապատասխան հոսքի գծերը։

Հոդվածում բերվում է պրակտիկ խնդիրների լուծման երկու դեպք, երբ տրված են «մարգարիտկա»-յի՝

ա) ներքին և արտաքին շառավիղները,

բ) ներքին շառավիղը և պարագիծը։

Առաջին դեպքում (1.25′) և (1.26′) արտահայտությունների միջոցով որոշվում են a-ն և C-ն, իսկ ըստ (1.22) հավասարման կառուցվում է «մարգարիտկա»-յի եզրագիծը. երկրորդ դեպքում ըստ (1.25′)-ի և (1.29)-ի որոշվում են a-ն ու C-ն և «մարգարիտկա»-յի (1.22) հավասարման միջոցով կառուցվում է նրա եզրագիծը։

Հոդվածում բերված է քառաթև «մարգարիտկա»-յի հաշվման օրինակ, որն ընդունված է որպես Տաթևի հիդրոէլեկտրակայանի նախագծային վարիանտ։

Ինստիտուտի լաբորատորիայում փորձնական ուսումնասիրության է ենթարկվել քառաթև «մարգարիտկա»-ն, որի եզրագիծը կառուցվել է վերոհիշյալ տեսական եղանակով։

Ֆիգ. 6-ում ցույց է տրված թափվող ջրերի հաստության և ելքի կախվածության կորը, իսկ ֆիգ. 7-ում՝ հոսանքի ընդհանուր պատկերը։

Ինչպես ցույց տվին մոդելային հետազոտությունները, հոսքի գծերը պրակտիկորեն ուղղահայաց էին «մարգարիտկա»-յի եզրագծին (այդ երևում է ֆիգ. 7-ից), ելքի գործակիցն ստացվում է $m=0{,}495$ (հաշվարկային ելքի դեպքում), որը համարյա թե չի տարբերվում բարակ պատով ուղղագիծ ջրթափի ելքի գործակցից։

ЛИТЕРАТУРА

1. *Le barrage du Sarno.* Comite algerien des grande barrages, 1951.
2. Гидроэнергопроект. Информационное сообщение, № 96, М., 1957.
3. *Кочин Н. Е., Кибель И. А.* и *Розе Н. В.* Теоретическая гидромеханика, ч. I, ГИТТЛ, М.—Л., 1948.
4. *Рыжик И. М.* и *Градштейн И. С.* Таблицы интегралов, сумм, рядов и произведений, ГИТТЛ, М.—Л., 1951.