

ТЕОРИЯ ПЛАСТИЧНОСТИ

М. М. Манукян

Пластическое кручение призматического стержня
прямоугольного сечения со степенным
упрочнением материала

В работе Дж. Г. Хута [1] решение задачи пластического кручения для стержня квадратного поперечного сечения дается с помощью численных методов. Л. М. Качанов [2], пользуясь разработанными им вариационными методами теории ползучести, дал приближенное решение задачи о ползучести скручиваемых стержней некоторых профилей.

Ниже рассматривается задача о пластическом кручении призматического стержня прямоугольного сечения со степенным упрочнением материала, выраженным зависимостью (1.15). Задача сводится к нелинейному дифференциальному уравнению эллиптического типа, содержащему параметр β , решение которого строится методом, данным в работе [3].

В качестве приложения приводится численный пример.

§ 1. Постановка задачи

Рассмотрим задачу о кручении призматического стержня с произвольным поперечным сечением. Пусть боковая поверхность стержня свободна от внешних усилий, а к торцам приложены силы, действующие в их плоскости, которые статически эквивалентны крутящему моменту M .

Поместим начало прямоугольной системы координат x, y, z в некоторой точке торцевого сечения, направив ось z параллельно образующим стержня.

Положим, как и в случае кручения упругих стержней, что компоненты напряжений и деформаций, за исключением τ_{xz} , τ_{yz} , γ_{xz} и γ_{yz} , равны нулю, т. е.

$$\begin{aligned}\sigma_x = \sigma_y = \sigma_z = \tau_{xy} &= 0, \\ \varepsilon_x = \varepsilon_y = \varepsilon_z = \gamma_{xy} &= 0.\end{aligned}\tag{1.1}$$

Тогда уравнения равновесия примут вид

$$\frac{\partial \tau_{xz}}{\partial z} = 0, \quad \frac{\partial \tau_{yz}}{\partial z} = 0, \quad \frac{\partial \tau_{xz}}{\partial x} + \frac{\partial \tau_{yz}}{\partial y} = 0\tag{1.2}$$

и будут тождественно удовлетворены, если, как обычно, положить

$$\tau_{xz} = \frac{\partial U}{\partial y}, \quad \tau_{yz} = -\frac{\partial U}{\partial x}, \quad (1.3)$$

где функция напряжений U зависит только от x и y .

Пусть, далее, (Γ) — контур, ограничивающий односвязную область Ω поперечного сечения стержня, тогда

$$U|_{\Gamma} = 0 \quad (1.4)$$

так как боковая поверхность стержня свободна от внешних усилий. При этом крутящий момент

$$M = 2 \iint_{\Omega} U dx dy. \quad (1.5)$$

Условия неразрывности деформаций в силу (1.1) примут вид

$$\frac{\partial \gamma_{xz}}{\partial y} - \frac{\partial \gamma_{yz}}{\partial x} = -2\theta, \quad (1.6)$$

где θ — угол закручивания на единицу длины стержня.

В общем случае уравнение, связывающее интенсивность деформаций и интенсивность напряжений, можно написать в следующем виде

$$\varepsilon_i = F(\sigma_i) \sigma_i, \quad (1.7)$$

где

$$\varepsilon_i = \sqrt{\frac{2}{3}} \sqrt{(\varepsilon_x - \varepsilon_y)^2 + (\varepsilon_y - \varepsilon_z)^2 + (\varepsilon_z - \varepsilon_x)^2 + \frac{3}{2}(\gamma_{xy}^2 + \gamma_{yz}^2 + \gamma_{zx}^2)}, \quad (1.8)$$

$$\sigma_i = \frac{1}{\sqrt{6}} \sqrt{(\sigma_x - \sigma_y)^2 + (\sigma_y - \sigma_z)^2 + (\sigma_z - \sigma_x)^2 + 6(\tau_{xy}^2 + \tau_{yz}^2 + \tau_{zx}^2)}. \quad (1.9)$$

В рассмотренном случае (1.8) и (1.9) примут вид

$$\varepsilon_i = \sqrt{\gamma_{xz}^2 + \gamma_{yz}^2}, \quad (1.10)$$

$$\sigma_i = \sqrt{\tau_{xz}^2 + \tau_{yz}^2}.$$

Тогда основные уравнения, связывающие компоненты касательных напряжений и деформации, принимают следующий вид

$$\gamma_{xz} = F(\sigma_i) \tau_{xz}, \quad (1.11)$$

$$\gamma_{yz} = F(\sigma_i) \tau_{yz}.$$

Внося эти выражения компонентов деформаций в уравнение неразрывности (1.6) и принимая во внимание соотношение (1.3) получим

$$\frac{\partial}{\partial x} \left\{ F(\sigma_i) \frac{\partial U}{\partial x} \right\} + \frac{\partial}{\partial y} \left\{ F(\sigma_i) \frac{\partial U}{\partial y} \right\} = -2\theta, \quad (1.12)$$

где

$$\sigma_i = \sqrt{\left(\frac{\partial U}{\partial x}\right)^2 + \left(\frac{\partial U}{\partial y}\right)^2}. \quad (1.13)$$

Таким образом, решение задачи пластического кручения призматического стержня приводится к решению дифференциального уравнения типа Монжа-Ампера (1.12) с граничным условием (1.4).

Положим, что $F(\sigma_i)$ имеет вид

$$F(\sigma_i) = \alpha + \beta \sigma_i^{m-1} \quad (m > 1), \quad (1.14)$$

где $\alpha = \frac{1}{G}$, G — модуль сдвига, β , m — числовые параметры.

Подставляя выражение $F(\sigma_i)$ из (1.14) в (1.7), получим

$$\varepsilon_i = \alpha \sigma_i + \beta \sigma_i^m \quad (m > 1). \quad (1.15)$$

Экспериментальные исследования, выполненные за последнее время, показывают, что для некоторых материалов, как, например, твердая хромоникелевая сталь [1], алюминиевый сплав [4] и др., связь между деформациями и напряжениями достаточно хорошо описывается зависимостью (1.15).

Внося выражение $F(\sigma_i)$ из (1.14) в (1.12), найдем

$$\frac{\partial^2 U}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 U}{\partial y^2} + \beta GL(U) = -2G\theta, \quad (1.16)$$

где

$$L(U) = \frac{\partial}{\partial x} \left\{ \left[\left(\frac{\partial U}{\partial x} \right)^2 + \left(\frac{\partial U}{\partial y} \right)^2 \right]^{\frac{m-1}{2}} \frac{\partial U}{\partial x} \right\} + \\ + \frac{\partial}{\partial y} \left\{ \left[\left(\frac{\partial U}{\partial x} \right)^2 + \left(\frac{\partial U}{\partial y} \right)^2 \right]^{\frac{m-1}{2}} \frac{\partial U}{\partial y} \right\}. \quad (1.17)$$

§ 2. Решение дифференциального уравнения (1.16)

Пользуясь методом, развитым в работе [3], будем искать решение уравнения (1.16) в виде ряда

$$U(x, y) = U_0(x, y) + \beta U_1(x, y) + \beta^2 U_2(x, y) + \dots \quad (2.1)$$

Подставляя это выражение в уравнение (1.16) и приравнивая коэффициенты при одиноковых степенях β , получим

$$\frac{\partial^2 U_0}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 U_0}{\partial y^2} = -2G\theta, \quad (2.2)$$

$$\frac{\partial^2 U_1}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 U_1}{\partial y^2} = -GL(U_0), \quad (2.3)$$

$$\frac{\partial^2 U_2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 U_2}{\partial y^2} = -GL(U_0, U_1), \quad (2.4)$$

где

$$\begin{aligned}
 L(U_0, U_1) = & \frac{\partial}{\partial x} \left\{ \left[\left(\frac{\partial U_0}{\partial x} \right)^2 + \left(\frac{\partial U_0}{\partial y} \right)^2 \right]^{\frac{m-1}{2}} \frac{\partial U_1}{\partial x} + \right. \\
 & + (m-1) \left[\left(\frac{\partial U_0}{\partial x} \right)^2 + \left(\frac{\partial U_0}{\partial y} \right)^2 \right]^{\frac{m-1}{2}-1} \left(\frac{\partial U_0}{\partial x} \frac{\partial U_1}{\partial x} + \frac{\partial U_0}{\partial y} \frac{\partial U_1}{\partial y} \right) \frac{\partial U_0}{\partial x} \Big\} + \\
 & + \frac{\partial}{\partial y} \left\{ \left[\left(\frac{\partial U_0}{\partial x} \right)^2 + \left(\frac{\partial U_0}{\partial y} \right)^2 \right]^{\frac{m-1}{2}} \frac{\partial U_1}{\partial y} + \right. \\
 & + (m-1) \left[\left(\frac{\partial U_0}{\partial x} \right)^2 + \left(\frac{\partial U_0}{\partial y} \right)^2 \right]^{\frac{m-1}{2}-1} \left(\frac{\partial U_0}{\partial x} \frac{\partial U_1}{\partial x} + \frac{\partial U_0}{\partial y} \frac{\partial U_1}{\partial y} \right) \frac{\partial U_0}{\partial y} \Big\}. \quad (2.5)
 \end{aligned}$$

Таким образом, решение нелинейного дифференциального уравнения (1.16) сводится к решению некоторой совокупности линейных рекуррентных дифференциальных уравнений (2.2), (2.3), (2.4) с условием (1.4), причем крутящий момент M определяется формулой (1.5).

Теперь рассмотрим задачу о пластическом кручении призматического стержня прямоугольного поперечного сечения.

§ 3. Кручение призматического стержня прямоугольного поперечного сечения

Рассмотрим задачу о кручении стержня прямоугольного поперечного сечения, стороны которого равны $2a$ и $2b$. Начало координат совместим с центром прямоугольника.

Для определения функции $U_0(x, y)$ нужно решить уравнение (2.2) с условиями

$$U_0(\pm a, y) = 0, \quad (3.1)$$

$$U_0(x, \pm b) = 0.$$

Решение берется в следующем виде [5]

$$U_0(x, y) = \frac{5Gb}{4} \frac{(x^2 - a^2)(y^2 - b^2)}{a^2 + b^2}. \quad (3.2)$$

Теперь перейдем к нахождению второго приближения. Для этого подставим выражение $U_0(x, y)$ из (3.2) в (2.3). Тогда дифференциальное уравнение (2.3) примет вид

$$\frac{\partial^2 U_1}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 U_1}{\partial y^2} = -4\pi\rho(x, y), \quad (3.3)$$

где

$$\rho(x, y) = \frac{G}{4\pi} \left[\frac{5Gb}{2(a^2 + b^2)} \right]^m \{ [(x^2 - a^2) + (y^2 - b^2)] [x^2(y^2 - b^2)^2 +$$

$$+ y^2 (x^2 - a^2)^2]^{\frac{m-1}{2}} + (m-1) [x^2 (y^2 - b^2)^2 + y^2 (x^2 - a^2)^2]^{\frac{m-1}{2}-1} \times \\ \times [x^2 (y^2 - b^2)^2 + y^2 (x^2 - a^2)^2 + 4x^2 y^2 (x^2 - a^2) (y^2 - b^2)]. \quad (3.4)$$

Для решения уравнения (3.3) при граничных условиях

$$\begin{aligned} U_1(\pm a, y) &= 0, \\ U_1(x, \pm b) &= 0 \end{aligned} \quad (3.5)$$

умножим его на функцию $\frac{1}{b} \cos \lambda_k y dy$ (обращающуюся в нуль при $y = \pm b$) и проинтегрируем по частям получившееся выражение от $y = -b$ до $y = b$.

Получим линейное неоднородное дифференциальное уравнение с постоянными коэффициентами

$$\frac{\partial^2 U_1}{\partial x^2} - \lambda_k^2 U_1(x) = -4\pi \rho_k(x), \quad (3.6)$$

где

$$U_{1,k}(x) = \frac{1}{b} \int_{-b}^b U_1(x, y) \cos \lambda_k y dy, \quad (3.7)$$

$$\rho_k(x) = \frac{1}{b} \int_{-b}^b \rho(x, y) \cos \lambda_k y dy, \quad (3.8)$$

$$\lambda_k = \frac{(2k-1)\pi}{2b}. \quad (3.9)$$

Интеграл соответствующего однородного уравнения будет

$$C_{1,k}^*(x) = C_k \operatorname{sh} \lambda_k x + D_k \operatorname{ch} \lambda_k x, \quad (3.10)$$

а общее решение уравнения (3.6), получившееся из (3.10) варьированием произвольных постоянных, можно записать в виде

$$\begin{aligned} U_{1,k}(x) &= A_k \operatorname{sh} \lambda_k x + B_k \operatorname{ch} \lambda_k x - \\ &- \frac{8b}{2k-1} \int_{-a}^a \rho_k(z) \operatorname{sh} \lambda_k (x-z) dz, \end{aligned} \quad (3.11)$$

где A_k и B_k — произвольные постоянные.

Для определения A_k и B_k воспользуемся первым из граничных условий (3.5).

Из (3.7) и (3.5) следует, что

$$(U_{1,k})_{x=-a} = \frac{1}{b} \int_{-b}^b U_1(x, y)_{x=-a} \cos \lambda_k y dy = 0, \quad (3.12)$$

$$(U_{1,k})_{x=a} = \frac{1}{b} \int_{-b}^b U_1(x, y)_{x=a} \cos \lambda_k y dy = 0.$$

Тогда получим

$$A_k = \frac{4b}{2k-1} \int_{-a}^a \rho_k(z) \frac{\operatorname{sh} \lambda_k(a-z)}{\operatorname{sh} \lambda_k a} dz, \quad (3.13)$$

$$B_k = \frac{4b}{2k-1} \int_{-a}^a \rho_k(z) \frac{\operatorname{sh} \lambda_k(a-z)}{\operatorname{ch} \lambda_k a} dz.$$

Подставляя значения A_k и B_k из (3.13) в (3.11), получим выражение $U_1(x, y)$ в следующем виде

$$U_{1,k}(x) = \frac{4b}{2k-1} \left\{ (\operatorname{sh} \lambda_k x + \operatorname{th} \lambda_k a \operatorname{ch} \lambda_k x) \int_{-a}^a \rho_k(z) \operatorname{ch} \lambda_k z dz - \right. \\ \left. - (\operatorname{cth} \lambda_k a \operatorname{sh} \lambda_k x + \operatorname{ch} \lambda_k x) \int_{-a}^a \rho_k(z) \operatorname{sh} \lambda_k z dz - \right. \\ \left. - 2 \operatorname{sh} \lambda_k x \int_{-a}^x \rho_k(z) \operatorname{ch} \lambda_k z dz + 2 \operatorname{ch} \lambda_k x \int_{-a}^x \rho_k(z) \operatorname{sh} \lambda_k z dz \right\}. \quad (3.14)$$

После этого из (3.7) найдем функцию $U_1(x, y)$ по формуле

$$U_1(x, y) = \sum_{k=1}^{\infty} U_{1,k}(x) \cos \lambda_k y. \quad (3.15)$$

Если ограничиваться первыми двумя приближениями, то решение дифференциального уравнения (1.16) можно представить в следующем виде

$$U(x, y) = \frac{5G\theta}{4} \frac{(x^2 - a^2)(y^2 - b^2)}{a^2 + b^2} + \\ + \beta \sum_{k=1}^{\infty} U_{1,k}(x) \cos \lambda_k y + O(\beta^2). \quad (3.16)$$

Из (1.3) и (3.16) для определения касательных напряжений получим формулы:

$$\tau_{xz} = \frac{5G\theta (x^2 - a^2) y}{2(a^2 + b^2)} - \beta \sum_{k=1}^{\infty} \lambda_k U_{1,k}(x) \sin \lambda_k y + O(\beta^2), \quad (3.17)$$

$$\tau_{yz} = -\frac{5G\theta}{2} \frac{x(y^2 - b^2)}{a^2 + b^2} - \beta \sum_{k=1}^{\infty} \frac{d U_{1,k}(x)}{dx} \cos \lambda_k y + O(\beta^2).$$

Рассмотрим частный случай. Пусть $m=3$. Тогда выражению $p_k(x)$ на основании (3.4) и (3.8) можно придать следующий вид

$$p_k(x) = \frac{2(-1)^{k+1}G}{4\pi b} \left[\frac{5G\theta}{2(a^2 + b^2)} \right]^3 \left\{ \frac{a_1}{\lambda_k^5} x^2(x^2 - a^2) + \right. \\ \left. + \frac{3a_2}{\lambda_k^3} (x^2 - a^2)^2 + \frac{3a_3}{\lambda_k} x^2 + \frac{a_4}{\lambda_k} (x^2 - a^2)(9x^2 - a^2) \right\}, \quad (3.18)$$

где

$$a_1 = (-A_4^2 + 2A_2^1)(\lambda_k b)^2 + A_4^3, \\ a_2 = (\lambda_k b)^2 - A_2^1, \quad (3.19)$$

$$a_3 = (A_6^4 - 3A_4^3)(\lambda_k b)^2 - A_6^5,$$

$$a_4 = (-A_4^2 + A_2^1)(\lambda_k b)^2 + A_4^3,$$

здесь

$$A_k^n = k(k-1) \cdots [k-(n-1)]. \quad (3.20)$$

Подставляя значение $p_k(x)$ из (3.18) в (3.14), найдем

$$U_{1,k}(x) = \frac{2(-1)^{k+1}G}{\lambda_k^{11}b} \left[\frac{5G\theta}{2(a^2 + b^2)} \right]^3 [a_1 h_1(x) + 3a_2 h_2(x) + \\ + 3a_3 h_3(x) + a_4 h_4(x)], \quad (3.21)$$

где

$$h_1(x) = \varphi_1(x) + f_1(x) - f_1(a) \frac{\operatorname{ch} \lambda_k x}{\operatorname{ch} \lambda_k a}, \\ h_2(x) = \varphi_2(x) + f_2(x) - f_2(a) \frac{\operatorname{ch} \lambda_k x}{\operatorname{ch} \lambda_k a}, \quad (3.22)$$

$$h_3(x) = \varphi_3(x) + f_3(x) - f_3(a) \frac{\operatorname{ch} \lambda_k x}{\operatorname{ch} \lambda_k a},$$

$$h_4(x) = \varphi_4(x) + f_4(x) - f_4(a) \frac{\operatorname{ch} \lambda_k x}{\operatorname{ch} \lambda_k a},$$

$$\varphi_1(x) = (\lambda_k x)^4 - (\lambda_k x)^2 (\lambda_k a)^2,$$

$$\varphi_2(x) = (\lambda_k x)^6 - (\lambda_k a)^6 - 3(\lambda_k x)^2 (\lambda_k a)^2 [(\lambda_k x)^2 - (\lambda_k a)^2] + \\ + A_6^2 (\lambda_k x)^4 - 3A_4^2 (\lambda_k x)^2 (\lambda_k a)^2 + 6(\lambda_k a)^4, \quad (3.23)$$

$$\begin{aligned}
 \varphi_3(x) &= 0, \\
 \varphi_4(x) &= 9(\lambda_k x)^4 - 10(\lambda_k x)^2(\lambda_k a)^2 + (\lambda_k a)^4, \\
 f_1(x) &= A_4^2(\lambda_k x)^2 - A_2^1(\lambda_k a)^2 + A_4^3, \\
 f_2(x) &= A_6^4(\lambda_k x)^2 - 3A_4^3(\lambda_k a)^2 + A_6^5, \\
 f_3(x) &= (\lambda_k x)^2 + A_2^1, \\
 f_4(x) &= 9A_4^2(\lambda_k x)^2 - 10A_2^1(\lambda_k a)^2 - 9A_4^3.
 \end{aligned}
 \tag{3.24}$$

Ограничиваясь первыми двумя приближениями, для функции напряжений $U(x, y)$ и компонентов касательных напряжений τ_{xz} и τ_{yz} при $m=3$, получим следующие выражения:

$$\begin{aligned}
 U(x, y) &= \frac{5G\theta}{4} \frac{(x^2 - a^2)(y^2 - b^2)}{a^2 + b^2} + \\
 &+ \beta \frac{2G}{b} \left[\frac{5G\theta}{2(a^2 + b^2)} \right]^3 \sum_{k=1}^{\infty} \frac{(-1)^{k+1}}{\lambda_k^{11}} [a_1 h_1(x) + \\
 &+ 3a_2 h_2(x) + 3a_3 h_3(x) + a_4 h_4(x)] \cos \lambda_k y + O(\beta^2),
 \end{aligned}
 \tag{3.25}$$

$$\begin{aligned}
 \tau_{xz} &= \frac{5G\theta}{2} \frac{(x^2 - y^2)y}{a^2 + b^2} - \\
 &- \beta \frac{2G}{b} \left[\frac{5G\theta}{2(a^2 + b^2)} \right]^3 \sum_{k=1}^{\infty} \frac{(-1)^{k+1}}{\lambda_k^{10}} [a_1 h_1(x) + \\
 &+ 3a_2 h_2(x) + 3a_3 h_3(x) + a_4 h_4(x)] \sin \lambda_k y + O(\beta^2),
 \end{aligned}
 \tag{3.26}$$

$$\begin{aligned}
 \tau_{yz} &= \frac{5G\theta}{2} \frac{x(y^2 - b^2)}{a^2 + b^2} + \\
 &+ \beta \frac{2G}{b} \left[\frac{5G\theta}{2(a^2 + b^2)} \right]^3 \sum_{k=1}^{\infty} \frac{(-1)^{k+1}}{\lambda_k^{11}} [a_1 h_1(x) + \\
 &+ 3a_2 h_2(x) + 3a_3 h_3(x) + a_4 h_4(x)] \cos \lambda_k y + O(\beta^2).
 \end{aligned}
 \tag{3.27}$$

В качестве приложения рассмотрим кручение стержня квадратного поперечного сечения, сделанного из твердой хромоникелевой стали. Связь между деформациями и напряжениями представим в виде [1]

$$\varepsilon_i = \frac{\sigma_i}{G} + \beta \sigma_i^3,
 \tag{3.28}$$

где*

$$\begin{aligned}
 G &= 9,45 \cdot 10^6 \text{ кг/см}^2, \\
 \beta &= 0,521 \cdot 10^{-18} \text{ см}^3/\text{кг}^3.
 \end{aligned}$$

* Численные значения G и β взяты из вышеуказанной работы Дж. Г. Хута [1].

В таблице 1 даются численные значения функции напряжений в точках $x = \frac{a}{2}$, $y = \frac{a}{2}$ и касательного напряжения τ в точке $x = a$, $y = 0$ при условии $aGb = 22,4 \cdot 10^4$ кг/см. Таблица составлена с точностью первых двух приближений.

Таблица 1.

Численные значения функции напряжений и касательного напряжения	Здесь значению $\beta = 0$ соответствует решение упругой задачи, а значению $\beta = 0,921 \times 10^{-18}$ соответствует решение задачи пластического кручения со степенным упрочнением материала.	
	$\beta = 0$	$\beta = 0,921 \cdot 10^{-18}$
$U\left(\frac{a}{2}, \frac{a}{2}\right)$ кг/см	$7,73 \cdot 10^4 a$	$4,90 \cdot 10^4 a$
$\tau(a, 0)$ кг/см ²	$-30,24 \cdot 10^4$	$-12,39 \cdot 10^4$

Из этой таблицы следует, что в этом случае абсолютное значение касательного напряжения при пластическом кручении со степенным упрочнением материала в 2,5 раза меньше, чем при упругой деформации.

Наконец отметим, что численные значения функции напряжений и касательного напряжения очень близки к численным значениям для этой же задачи, полученным Дж. Г. Хутом [1] сеточным методом, например, $U\left(\frac{a}{2}, \frac{a}{2}\right)$ отличается на 2,5%, а $\tau(a, 0)$ — на 4%.

Институт математики и механики

АН Армянской ССР

Ереванский госуниверситет

Поступила 4 VII 1960

Մ. Մ. Մանուկյան

ՌԵԶԼԱՆԿՈՒՆ ՀԱՏՈՒՅՑՈՎ ՊՐԻՋՄԱՏԻԿ ԶՈՂԻ ՊԼԱՍՏԻԿԱԿԱՆ ՈԼՈՐՈՒՄԸ ՆՅՈՒԹԻ ԱՍՏԻՃԱՆԱՅԻՆ ԱՄՐԱՊՆԴՄԱՐԲ

Ա Մ Փ Ո Փ Ո Ւ Մ

Վերջին ժամանակներս կատարված էքսպերիմենտալ հետազոտությունները ցույց են տալիս, որ մի քանի նյութերի համար, ինչպես օրինակ, խրոմանիկելային մետաղի [1], ալյումինային ձուլվածքի [2] և ալն, լարումների և դեֆորմացիաների միջև կապն արտահայտվում է՝

$$\varepsilon_l = \alpha \sigma_l + \beta \sigma_l^m \quad (m > 1) \quad (1.15)$$

տեսքով, որտեղ $\alpha = \frac{1}{G}$, G -ն սահքի մոդուլն է, β -ն և m -ը պարամետրեր են, որոնք բնորոշում են դեֆորմացիայի և լարումների կորերի շեղման աստիճանը զծալին օրենքից:

Ներկա աշխատության մեջ քննարկվում է ուղղանկյուն հատվածով պրեկ-մատիկ ձողի պլաստիկական ոլորման խնդիրը, երբ դեֆորմացիայի և լարումների ինտենսիվությունների միջև գոյություն ունի (1.15) տեսքի կապ:

Խնդրի լուծումը բերվում է էլիպտիկ տիպի ոչ դժային դիֆերենցիալ հավասարմանը, որի լուծման համար օգտագործվում է [3] աշխատության մեջ շարադրված մեթոդը: Աշխատության վերջում քննարկվում է թվային օրինակ:

Л И Т Е Р А Т У Р А

1. Huth H. J. A note on plastic torsion. „Journal of Applied Mechanics“, vol. 22, № 3, 1955, page 432—434.
2. Качанов Л. М. Теория ползучести. Физматгиз, М., 1960.
3. Арутюнян Н. Х., Манукян М. М. Кручение тонкостенных стержней открытого профиля в условиях неустановившейся ползучести. „Известия АН СССР, ОТН. Механика и машиностроение“, № 6, 1959, 82—92.
4. Trifan D. On the plastic bending of circular plates under uniform transverse loads. „Quarterly of Appl. Math.“, vol. VI, № 4, 1949, page 417—427.
5. Канторович Л. В., Крылов В. И. Приближенные методы высшего анализа. Гостехиздат, М.—Л., 1950.