

ФИЗИКА

П. А. Безирганян, А. Г. Акритов

Зависимость интенсивности рентгеновских отраженных
волн от формы отражающего кристалла
(случай поглощающего кристалла)

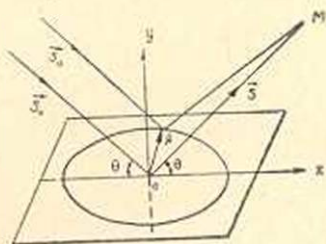
В статье [1] мы исследовали зависимость интенсивности рентгеновских отраженных волн от ориентировки плоскости падения относительно поверхности кристалла (от формы кристалла) при данном угле Вульфа-Брегга и данной системе отражающих плоскостей для случая непоглощающего кристалла.

В данной статье рассматривается зависимость интенсивности рентгеновских отраженных волн от ориентировки плоскости падения в случае поглощающего кристалла. Здесь, как и в [1], рассматривается случай, когда кристалл в одном направлении неограничен, а в остальных двух направлениях ограничен. В случае поглощающего кристалла функция атомного рассеяния, а, следовательно, и коэффициент преломления станут комплексными [2].

Пусть плоская монохроматическая волна, как и в [1], падает на кристалл в направлении единичного вектора $\vec{S}_0$, (фиг. 1) и точка наблюдения M из начала координат видна в направлении $\vec{S}$. Размеры и формы зон Френеля можно определить следующим образом. Разность хода в точке наблюдения M между волнами, отраженными от точек O и A , если точка A расположена на границе первой зоны Френеля, с точностью до π равна (см. фиг. 1)

$$\frac{x^2 \sin^2 \theta}{2R} + \frac{y^2}{2R} = \frac{\lambda}{2} \quad (1)$$

$$x^2 \sin^2 \theta + y^2 = \lambda R,$$



Фиг. 1.

Размеры зон Френеля в направлениях x и y соответственно обозначим через $2a$ и $2b$, тогда получим

$$a = \frac{\sqrt{kR}}{\sin \theta}, \quad b = \sqrt{kR}. \quad (2)$$

Имея в виду последнее, из (1) получим

$$\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$$

т. е. уравнение эллипса. Таким образом, для рентгеновских волн, отраженных от атомной плоскости, первая зона имеет форму эллипса, а остальные — эллиптических полос. Для площади первой зоны получим

$$s_1 = \pi ab = \frac{\pi \lambda R}{\sin \theta} \sim 10^{-8} \text{ см}^2.$$

Для площадей остальных зон таким же образом получим (с точностью до λ^2)

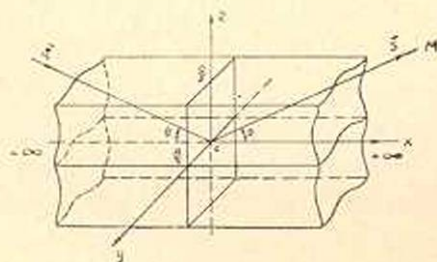
$$s_1 = s_2 = \dots = s_n = \frac{\pi \lambda R}{\sin \theta} \sim 10^{-8} \text{ см}^2$$

т. е. площади всех зон Френеля одинаковы. Как видно из (2), с уменьшением угла Вульфа-Брегга увеличивается большая ось первой зоны Френеля, тогда как малая ось не зависит от этого угла.

Следовательно, интенсивность отраженных волн при малых углах еще сильнее зависит от ориентировки плоскости падения относительно длины и ширины кристалла при данном угле падения.

Первый случай

Размеры кристалла в направлениях y и z соответственно равны B и C , а в направлении x не ограничены ($x = \pm \infty$, фиг. 2). В этом случае волна, отраженная от плоскости кристалла, совпадающей с плоскостью xoy , будет



Фиг. 2.

$$G = \frac{ne^2 \lambda}{2mc^2 \sin \theta} [f'(2\theta, k) + i f''(2\theta, k)] \times \\ \times [1 - i] \exp[ik(ct - R)] \times \\ \times \int_0^{\sqrt{\frac{2}{\lambda R}} B} \exp\left(-i \frac{\pi}{2} y^2\right) dy,$$

вещественная и мнимая части которой выражаются следующим образом:

$$G'_0 = \frac{ne^2 \lambda}{2mc^2 \sin \theta} \left\{ f'(2\theta, k) \left[\int_0^{\sqrt{\frac{2}{\lambda R}} B} \cos \frac{\pi}{2} y^2 dy - \int_0^{\sqrt{\frac{2}{\lambda R}} B} \sin \frac{\pi}{2} y^2 dy \right] + \right. \\ \left. + f''(2\theta, k) \left[\int_0^{\sqrt{\frac{2}{\lambda R}} B} \cos \frac{\pi}{2} y^2 dy + \int_0^{\sqrt{\frac{2}{\lambda R}} B} \sin \frac{\pi}{2} y^2 dy \right] \right\}.$$

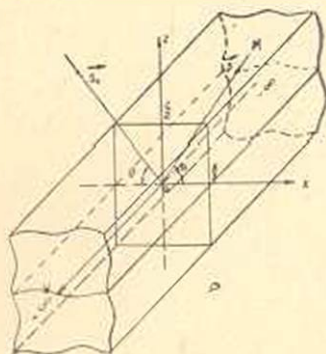
$$\begin{aligned}
 G_z &= \frac{ne^2\lambda}{2mc^2 \sin \theta} \left\{ f''(2\theta, k) \left[\int_0^{\sqrt{\frac{2}{\lambda R}} \cdot B} \cos \frac{\pi}{2} y^2 dy - \int_0^{\sqrt{\frac{2}{\lambda R}} \cdot B} \sin \frac{\pi}{2} y^2 dy \right] - \right. \\
 &\quad \left. - f'(2\theta, k) \left[\int_0^{\sqrt{\frac{2}{\lambda R}} \cdot B} \cos \frac{\pi}{2} y^2 dy + \int_0^{\sqrt{\frac{2}{\lambda R}} \cdot B} \sin \frac{\pi}{2} y^2 dy \right] \right\}, \\
 \Sigma_z &= \frac{ne^2\lambda}{2mc^2 \sin \theta} \left\{ f'(0, k) \left[\int_0^{\sqrt{\frac{2}{\lambda R}} \cdot B} \cos \frac{\pi}{2} y^2 dy - \int_0^{\sqrt{\frac{2}{\lambda R}} \cdot B} \sin \frac{\pi}{2} y^2 dy \right] + \right. \\
 &\quad \left. + f''(0, k) \left[\int_0^{\sqrt{\frac{2}{\lambda R}} \cdot B} \cos \frac{\pi}{2} y^2 dy + \int_0^{\sqrt{\frac{2}{\lambda R}} \cdot B} \sin \frac{\pi}{2} y^2 dy \right] \right\}, \\
 \Sigma_0 &= \frac{ne^2\lambda}{2mc^2 \sin \theta} \left\{ f''(0, k) \left[\int_0^{\sqrt{\frac{2}{\lambda R}} \cdot B} \cos \frac{\pi}{2} y^2 dy - \int_0^{\sqrt{\frac{2}{\lambda R}} \cdot B} \sin \frac{\pi}{2} y^2 dy \right] - \right. \\
 &\quad \left. - f'(0, k) \left[\int_0^{\sqrt{\frac{2}{\lambda R}} \cdot B} \cos \frac{\pi}{2} y^2 dy + \int_0^{\sqrt{\frac{2}{\lambda R}} \cdot B} \sin \frac{\pi}{2} y^2 dy \right] \right\},
 \end{aligned} \quad (3)$$

где Σ_0 и Σ_z вещественная и мнимая части амплитуды волны, отраженной от этой же плоскости в направлении падающей волны.

Второй случай

Во втором случае, т. е. когда размеры кристалла в направлении x и z соответственно равны A и C , а в направлении y не ограничены ($y = \pm \infty$ фиг. 3), для волны, отраженной от плоскости кристалла, совпадающей с плоскостью xoy , получим

$$\begin{aligned}
 G &= \frac{ne^2\lambda}{2mc^2 \sin \theta} [f'(2\theta, k) + if''(2\theta, k)] \times \\
 &\quad \times [1 - i] \exp [ik(ct - R)] \times \\
 &\quad \times \int_0^{\sqrt{\frac{2}{\lambda R}} \sin \theta \cdot A} \exp \left(-i \frac{\pi}{2} x^2 \right) dx.
 \end{aligned}$$



Фиг. 3.

Следовательно, в этом случае вещественные и мнимые части амплитуд могут выражаться следующими формулами:

$$\begin{aligned}
G_0 &= \frac{ne^2\lambda}{2mc^2 \sin \theta} \left\{ f'(2\theta, k) \left[\int_0^{\sqrt{\frac{2}{\lambda R} \cdot \sin \theta \cdot A}} \cos \frac{\pi}{2} x^2 dx - \right. \right. \\
&\quad \left. \left. - \int_0^{\sqrt{\frac{2}{\lambda R} \cdot \sin \theta \cdot A}} \sin \frac{\pi}{2} x^2 dx \right] + \right. \\
&\quad \left. + f''(2\theta, k) \left[\int_0^{\sqrt{\frac{2}{\lambda R} \cdot \sin \theta \cdot A}} \cos \frac{\pi}{2} x^2 dx + \int_0^{\sqrt{\frac{2}{\lambda R} \cdot \sin \theta \cdot A}} \sin \frac{\pi}{2} x^2 dx \right] \right\}, \\
G_0' &= \frac{ne^2\lambda}{2mc^2 \sin \theta} \left\{ f''(2\theta, k) \left[\int_0^{\sqrt{\frac{2}{\lambda R} \cdot \sin \theta \cdot A}} \cos \frac{\pi}{2} x^2 dx - \right. \right. \\
&\quad \left. \left. - \int_0^{\sqrt{\frac{2}{\lambda R} \cdot \sin \theta \cdot A}} \sin \frac{\pi}{2} x^2 dx \right] - \right. \\
&\quad \left. - f'(2\theta, k) \left[\int_0^{\sqrt{\frac{2}{\lambda R} \cdot \sin \theta \cdot A}} \cos \frac{\pi}{2} x^2 dx + \int_0^{\sqrt{\frac{2}{\lambda R} \cdot \sin \theta \cdot A}} \sin \frac{\pi}{2} x^2 dx \right] \right\}, \\
\Sigma_0' &= \frac{ne^2\lambda}{2mc^2 \sin \theta} \left\{ f'(0, k) \left[\int_0^{\sqrt{\frac{2}{\lambda R} \cdot \sin \theta \cdot A}} \cos \frac{\pi}{2} x^2 dx - \right. \right. \\
&\quad \left. \left. - \int_0^{\sqrt{\frac{2}{\lambda R} \cdot \sin \theta \cdot A}} \sin \frac{\pi}{2} x^2 dx \right] + \right. \\
&\quad \left. + f''(0, k) \left[\int_0^{\sqrt{\frac{2}{\lambda R} \cdot \sin \theta \cdot A}} \cos \frac{\pi}{2} x^2 dx + \int_0^{\sqrt{\frac{2}{\lambda R} \cdot \sin \theta \cdot A}} \sin \frac{\pi}{2} x^2 dx \right] \right\}, \\
\Sigma_0'' &= \frac{ne^2\lambda}{2mc^2 \sin \theta} \left\{ f''(0, k) \left[\int_0^{\sqrt{\frac{2}{\lambda R} \cdot \sin \theta \cdot A}} \cos \frac{\pi}{2} x^2 dx - \right. \right.
\end{aligned}
\tag{4}$$

$$- \int_0^{\sqrt{\frac{2}{\lambda R} \sin \theta \cdot A}} \sin \frac{\pi}{2} x^2 dx \Bigg] -$$

$$- f'(0, k) \left[\int_0^{\sqrt{\frac{2}{\lambda R} \sin \theta \cdot A}} \cos \frac{\pi}{2} x^2 dx + \int_0^{\sqrt{\frac{2}{\lambda R} \sin \theta \cdot A}} \sin \frac{\pi}{2} x^2 dx \right] \Bigg\}.$$

Вещественная и мнимая части функции атомного рассеяния определяются так же, как и в [2]. Повторяя все соответствующие выкладки, сделанные в [1] и [2], для интенсивности отраженных волн, в обоих рассмотренных здесь случаях, получим одно и то же выражение

$$\left| \frac{S_0}{T_0} \right|^2 = \frac{|G_0|^2 + |\dot{G}_0|^2}{U + V + W},$$

$$U = [dk(\theta - \theta_0) \cos \theta_0 - \Sigma_0']^2 + |\Sigma_0|^2,$$

$$W = V \sqrt{L_1^2 + L_2^2},$$

$$V = 2 \sqrt{UW} \cos(\varphi_1 - \varphi_2),$$

где φ_1 и φ_2 определяются из выражений

$$\operatorname{tg} \varphi_1 = \frac{\Sigma_0'}{dk(\theta - \theta_0) \cos \theta_0 - \Sigma_0'}, \quad \operatorname{tg} \varphi_2 = \frac{L_1}{L_2},$$

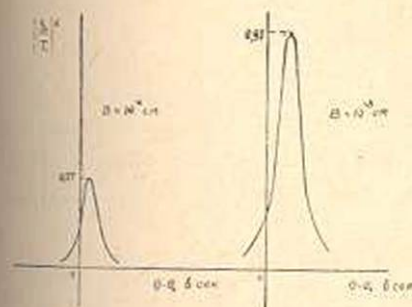
а L_1 и L_2 соответственно равны

$$L_1 = 2\Sigma_0' [dk(\theta - \theta_0) \cos \theta_0 - \Sigma_0'] + 2G_0\dot{G}_0,$$

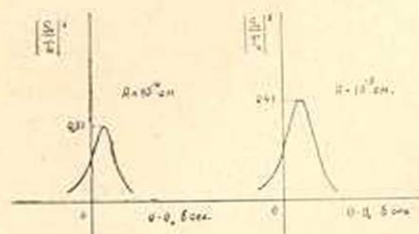
$$L_2 = [dk(\theta - \theta_0) \cos \theta_0 - \Sigma_0']^2 + |\dot{G}_0|^2 - |\Sigma_0'|^2 - |G_0|^2.$$

Однако, в первом случае G_0 , $\dot{G}_0$, Σ_0 и Σ_0' определяются по (3), а во втором — по (4).

Результаты всех вычислений для кристалла кальцита в случае излучения M_0K_α представлены на фиг. 4 и 5.



Фиг. 4.



Фиг. 5.

Из результатов вычислений можно сделать следующие выводы:

1. как и в случае непоглощающего кристалла, в случае поглощающего кристалла, когда первая зона Френеля больше или порядка отражающих плоскостей (размеры кристалла $10^{-4} - 10^{-5}$ см), интенсивность отраженных рентгеновских волн сильно зависит от ориентировки плоскости падения при данном угле Вульфа-Брегга и данной системе отражающих плоскостей (см. фиг. 4 и 5);

2. при вращении отражающих плоскостей вокруг их нормалей, интенсивность отраженных волн принимает максимальное значение, когда проекция направления падающей волны на отражающую плоскость параллельна длинному ребру кристалла;

3. зависимость интенсивности отраженных рентгеновских волн от ориентировки плоскости падения тем сильнее, чем меньше угол Вульфа-Брегга при данной длине волны и данном порядке отражения, т. е. эта зависимость выражается тем резче, чем больше межплоскостное расстояние отражающих плоскостей;

4. при поглощающем кристалле коэффициент преломления с приближением к краю поглощения уменьшается, а длина волны увеличивается, следовательно, площади зон Френеля увеличиваются. В зависимости от размеров кристалла, это может привести к усилению или к ослаблению зависимости интенсивности отраженных рентгеновских волн от ориентировки плоскости падения. В данном случае, так как длина волны $M\alpha K\alpha$ излучения значительно больше даже длины волны края поглощения калцита, то поглощение незначительное, следовательно, незначительно и изменение площадей зон Френеля.

Ереванский государственный университет,
Армянский сельскохозяйственный институт

Поступила 4 I 1960

Բեզիրգանյան Պ. Ա., Ակրիտով Ա. Գ.

ՌԵՆՏԳԵՆՅԱՆ ԱՆԴՐԱԴԱՐՁԱԾ ԱԼԻՔՆԵՐԻ ԻՆՏԵՆՍԻՎՈՒԹՅԱՆ ԿԱԽՈՒՄԸ ԱՆԴՐԱԴԱՐՁՆՈՂ ԲՅՈՒՐԵԼԻ ՁԵՎԻՑ (ԿԼԱՆՈՂ ԲՅՈՒՐԵԼԻ ԴԵՊԸ)

Ա Մ Փ Ո Փ Ո Ւ Մ

[1] Հողվածում քննարկված է ռենտգենյան անդրադարձած ալիքների ինտենսիվության կախումը բյուրեղի մակերևույթի նկատմամբ անկման հարթության ունեցած դիրքից (բյուրեղի ձևից), Վուլֆ-Բրեգի տվյալ անկման և անդրադարձնող հարթությունների տվյալ սխեմայի համար չկանոդ բյուրեղի դեպքում:

Տվյալ հողվածում քննարկվում է ռենտգենյան անդրադարձած ալիքների ինտենսիվության կախումը անկման հարթության դիրքից կլանող բյուրեղի դեպքում:

Հաշվումների արդյունքներից արվում են հետևյալ եզրակացությունները.

1. Ինչպես չկանոց բյուրեղի, այնպես էլ կանոց բյուրեղի դեպքում, երբ Ֆրենելի առաջին դոնան մեծ է կամ անդրադարձնող հարթությունների կարգի է (բյուրեղի չափերը $10^{-4} - 10^{-5}$ սմ կարգի են) սենսացենյան անդրադարձած ճառագայթների ինտենսիվությունը խիստ կերպով կախված է անկման հարթության դիրքից Վուլֆի-Բրեգի տվյալ անկյան և անդրադարձնող հարթությունների տվյալ սիստեմի դեպքում:

2. Անդրադարձնող հարթությունների իրենց նորմալի շուրջը պատկերաանդրադարձած ճառագայթների ինտենսիվությունն ընդունում է մեծագույն արժեք այն դեպքում, երբ ընկնող ալիքի ուղղություն պրոնկցիան անդրադարձնող հարթությունների վրա զուգահեռ է բյուրեղի երկար կողմին:

3. Այլ կախումն այնքան ավելի խիստ է, որքան փոքր է Վուլֆի-Բրեգի անկյունը (տվյալ ալիքի երկարության և անդրադարձման տվյալ կարգի դեպքում):

4. Կանոց բյուրեղի դեպքում կլանման եզրին մոտենալիս բեկման ցուցիչը փոքրանում է, իսկ ալիքի երկարությունը մեծանում է հետևապես Ֆրենելի դոնանների մակերևույթները մեծանում են և կախված բյուրեղի չափերից ալի կարող է բերել սենսացենյան անդրադարձած ճառագայթների ինտենսիվության անկման հարթության դիրքից ունեցած կախման կամ ուժեղացման կամ թուլացման:

Л И Т Е Р А Т У Р А

1. Безирганян П. А., Акритов А. Г. Зависимость интенсивности рентгеновских отраженных волн от формы отражающего кристалла. „Известия АН АрмССР (серия физ.-мат. наук)*, 13, № 2, 1960.
2. Безирганян П. А. Динамическая теория интерференции рентгеновских лучей для конечного кристалла. „ДАН АрмССР“, 29, № 5, 1959.