

ФИЗИКА

А. Ц. Амагуни и Н. А. Корхмазян

Излучение заряженной частицы в среде с периодически меняющейся плотностью

1. Потери заряженной частицы в среде с периодически меняющейся плотностью (и, следовательно, периодически меняющейся диэлектрической постоянной) рассмотрены в работах Я. Б. Фейнберга и Н. А. Хижняка [1], Г. М. Гарибяна [2], М. Л. Тер-Микаеляна [3] и Г. М. Гарибяна и И. И. Гольдмана [4]. В настоящей работе методом, отличным от использованных в [1—4], рассмотрены потери энергии частицей на черенковское излучение.

2. Рассмотрим среду, плотность электронов в которой N периодически меняется вдоль оси z , оставаясь постоянной в направлениях перпендикулярных к этой оси

$$N = N_0 \left(1 + k \cos \frac{2\pi z}{e} \right), \quad 0 < k < 1. \quad (1)$$

Тогда диэлектрическую постоянную такой среды можно записать в виде

$$\epsilon = 1 + \epsilon''(\omega) + k \epsilon''(\omega) \cos \frac{2\pi z}{e} = \epsilon_0 + k \epsilon''(\omega) \cos \frac{2\pi z}{e} = \epsilon_0 \left(1 + \Delta \cos \frac{2\pi z}{e} \right),$$

$$\Delta = \frac{k \epsilon''(\omega)}{\epsilon_0}.$$

Поля заряженной частицы в рассматриваемой среде можно найти используя уравнение (6) работы [5]

$$u'' + \left[\frac{1}{2} \frac{\epsilon''}{\epsilon} - \frac{3}{4} \left(\frac{\epsilon'}{\epsilon} \right)^2 + \frac{\omega^2}{c^2} \epsilon - k^2 \right] u = \frac{i e}{2 \pi^2 c \sqrt{\epsilon}} e^{i \frac{\omega}{v} z}, \quad (2)$$

где u определено соотношением

$$\vec{H}(\vec{r}, z, \omega) = \sqrt{\epsilon} [\vec{n} \times] u(\vec{r}, z, \omega), \quad (3)$$

связывающим фурье-компоненту по x, y, t магнитного поля $\vec{H}(\vec{r}, t)$ и u . Зная $\vec{H}(\vec{r}, z, \omega)$ можно найти фурье-компоненту электрического поля $\vec{E}$ из уравнений Максвелла

$$E_z(\vec{r}, z, \omega) = -\frac{cz^2}{\omega\sqrt{\varepsilon}} u(\vec{r}, z, \omega) - \frac{ie}{2\pi^2\omega\varepsilon} e^{i\frac{\omega}{v}z} \quad (4)$$

В уравнении (2) введем новую переменную $x = \frac{\pi z}{e}$ и разложим множитель стоящий перед u в ряд Фурье. Тогда уравнение (2) перепишется в виде

$$u'' + J(x)u = \frac{il^2 e}{2\pi^4 c \sqrt{\varepsilon}} e^{i\frac{\omega l}{\pi v} x} \quad (5)$$

$$J(x) = \Theta_0 + \sum_{n=1}^{\infty} 2\Theta_{2n} \cos 2nx, \quad (5^1)$$

где Θ_0 и Θ_{2n} при $|\Delta| \ll 1$ имеют значения

$$\begin{aligned} \Theta_0 &= \left(\frac{\omega l}{\pi c}\right)^2 \varepsilon_0 - \left(\frac{\pi l}{\pi}\right)^2 - \frac{\Delta^2}{4} + O(\Delta^4) = \varepsilon_0^2 - \frac{\Delta^2}{4} + O(\Delta^4), \\ \Theta_2 &= \left[\frac{1}{2} \left(\frac{\omega l}{\pi c}\right)^2 \varepsilon_0 - 1 \right] \Delta + O(\Delta^3), \\ \Theta_{2n} &= (-1)^n \Delta^n \left(\frac{3}{2} n - \frac{1}{2} \right) + O(\Delta^{n+2}), \quad n > 1. \end{aligned} \quad (6)$$

Однородная часть уравнения (5) есть уравнение Хилла, решения которого записываются в виде (см., например, [6])

$$\begin{aligned} u_1 &= e^{\mu x} \sum_{n=-\infty}^{\infty} c_{2n} e^{2nix}, \\ u_2 &= e^{-\mu x} \sum_{n=-\infty}^{\infty} c_{2n} e^{-2nix}. \end{aligned} \quad (7)$$

Величина μ определяется как решение уравнения

$$\sin^2 \frac{1}{2} i\mu\pi = D(0) \sin^2 \frac{1}{2} \pi\Theta_0^{1/2}, \quad (8)$$

причем определитель Хилла $D(0)$, при $\Theta_2, \Theta_4, \dots$ малых по сравнению с Θ_0 , можно записать в виде [6]

$$D(0) = 1 + \frac{\operatorname{ctg} \frac{1}{2} \pi\Theta_0^{1/2}}{4\Theta_0^{1/2}} \left[\frac{\Theta_2^2}{1^2 - \Theta_0} + \frac{\Theta_4^2}{2^2 - \Theta_0} + \dots \right]. \quad (9)$$

Решая уравнение (8) методом последовательных приближений (считая $|\Delta| \ll 1$), с точностью до членов $\sim \Delta^2$ включительно, получим

$$\mu = \mu_0 + \mu_1 = \pm i\theta_0^{1/2} \pm \frac{i\theta_2^2}{4\theta_0^{1/2}(1-\theta_0)}, \quad (10)$$

при $|\mu_0| \gg |\mu_1|$; знак $+$ берется при $\omega > 0$, знак минус — при $\omega < 0$.

В формуле (10) при $\theta_0 \rightarrow 1$ поправочный член может стать большим; на самом деле положение несколько иное, ибо при $\theta_0 = 1 + 2\delta$, где $\frac{\pi}{2}|\delta| \ll 1$, вместо формулы (10) можно аналогичным образом получить, что

$$\mu = \mu_0 + \mu_1 = \pm i \pm \frac{1}{2}\theta_2 \left(1 - \frac{1}{2}\delta\right), \quad (10')$$

т. е. в этом случае μ является комплексной величиной с малой действительной частью.

Коэффициенты c_{2n} в разложении (7) удовлетворяют бесконечной системе уравнений, однако при малых θ_2 , θ_4 и т. д. можно найти приближенное решение этой системы, пренебрегая всеми коэффициентами c_{2n} за исключением $c_{\pm 4}$; $c_{\pm 2}$; c_0 [6]. При этом, полагая $c_0 = 1$, с точностью до величин $\sim \Delta^2$ включительно, получим

$$c_{\pm 2} = -\frac{\theta_2}{\Phi_{\pm 2}}; \quad c_{\pm 4} = -\frac{\theta_4}{\Phi_{\pm 4}} + \frac{\theta_2^2}{\Phi_{\pm 4}\Phi_{\pm 2}}, \quad (11)$$

$$\Phi_{\pm 2} = 4(1 \mp i\mu_0); \quad \Phi_{\pm 4} = -8(2 \mp i\mu_0).$$

Заметим, что в рассматриваемом здесь и ниже приближении (учет членов, пропорциональных Δ^2 включительно) величина θ_4 не войдет в окончательные результаты. Таким образом, с самого начала можно было бы исходить не из уравнения Хилла, а из его частного случая — уравнения Маттьё.

Частное решение неоднородного уравнения (5) записывается в виде

$$u = \frac{b}{\omega} \left[u_1 \int \frac{u_2}{V \varepsilon} e^{i \varepsilon x} dx - u_2 \int \frac{u_1}{V \varepsilon} e^{i \varepsilon x} dx \right], \quad (12)$$

где $\varepsilon = \frac{\omega l}{\pi v}$, $b = -\frac{i e l^2}{2 \pi^4 c}$, ω — вронскиан системы, независимый в нашем случае от x

$$\omega = \omega(0) = u_1 u_2' - u_1' u_2 = -2\mu \left[1 - \frac{\theta_2^2(3 + \mu^2)}{8(1 - \mu^2)} \right]. \quad (13)$$

Разлагая в (12) $\varepsilon^{-1/2}$ в ряд по Δ , произведем интегрирование по x ; затем, подставляя результат в (4), где снова производится разложение ε^{-1} и $\varepsilon^{-1/2}$ в ряд по Δ , получим выражение для $E_z(\vec{r}, z, \omega)$.

Далее, зная E_z , по формуле

$$dF = -ed\omega \sum [E_z(\vec{r}, \omega t, \omega) e^{-i\omega t} d\vec{r}] \quad (14)$$

найдем силу действующую на частицу (сумма взята по двум знакам частоты ω).

Величина dF будет содержать слагаемые не зависящее от z и слагаемые, в которых зависимость от z определяется функциями типа $e^{\frac{2\pi iz}{l}}$, $e^{\frac{4\pi iz}{l}}$ и т. д., т. е. функциями с периодом кратным l . Постоянная слагаемая силы обуславливает систематические потери частицы, в том числе и потери на излучение. Необходимость наличия переменной составляющей силы легко понять, если учесть, что заряженная частица будет попеременно притягиваться индуцированным в горбах плотности среды, зарядом. Действие этой переменной силы при определенных условиях может привести к излучению частицей частот

$$\omega = \frac{2\pi v}{l} n; \quad n = 1, 2, \dots$$

Займемся теперь рассмотрением постоянно действующей части силы dF из (14), которую обозначим dF^0 , при этом мы будем интересоваться только той частью потерь, которая обусловлена черенковским излучением. Выделение этой части потерь осуществим следуя методу, изложенному в книге Л. Д. Ландау и Е. М. Лифшица [7]. Величина dF^0 с точностью до членов пропорциональных Δ^2 включительно есть

$$dF^0 = dF_0^0 + dF_1^0, \quad (15)$$

где

$$dF_0^0 = -\frac{ie^2 d\omega}{\pi} \sum_{\omega \neq 0} \frac{1}{\omega} \int \left(\frac{x l}{\pi}\right)^2 \frac{x dx}{\sigma^2 + \mu^2} \left\{ 1 - \frac{\Delta}{4} \frac{\Theta_2}{1 + \mu^2} + \frac{3}{8} \Delta^2 + \frac{\Theta_2^2 (3 + \mu^2)}{8(1 + \mu^2)^2} \right\}, \quad (15^1)$$

$$dF_1^0 = -\frac{ed\omega}{\pi} \sum_{\omega \neq 0} \frac{1}{\omega} \left[\int \left(\frac{x l}{\pi}\right)^2 \frac{x dx (\mu + 2i) \left(c_2 - \frac{\Delta}{4}\right)^2}{\mu [\sigma^2 + (\mu + 2i)^2]} + \int \left(\frac{x l}{\pi}\right)^2 \frac{x dx (\mu - 2i) \left(c_2 - \frac{\Delta}{4}\right)^2}{\mu [\sigma^2 + (\mu - 2i)^2]} \right]. \quad (15^2)$$

Далее, следуя [7], при вычислении интегралов в (15¹) и (15²) вместо x вводим новые переменные $\zeta = \sigma^2 + \mu^2$ в (15¹) и $\zeta_1 = \sigma^2 + (\mu + 2i)^2$; $\zeta_2 = \sigma^2 + (\mu - 2i)^2$ (в первом и втором интегралах соответственно) в (15²). Поскольку ζ , ζ_1 и ζ_2 могут обращаться в нуль, вычисление выражений в (15¹)

и (15²), введением малой мнимой части у ε_0 ($Im\varepsilon_0 > 0$, $\omega > 0$, $Im\varepsilon_0 < 0$, $\omega < 0$), сводится к взятию вычетов в полюсах подинтегральных выражений, так как после необходимого смещения путей интегрирования и суммирования интегралов с $\omega > 0$ и $\omega < 0$, остаются только интегралы по замкнутому контуру, охватывающему соответствующий полюс. В результате получим

$$dF_0^0 = \frac{e^2}{c^2} \omega d\omega \left\{ 1 - \frac{1}{\beta^2 \varepsilon_0} \left[1 + \frac{\Delta^2}{4\sigma^2} \left(1 - \frac{2 \left(\frac{1}{2} \beta^2 \sigma^2 \varepsilon_0 - 1 \right)^2}{1 - \sigma^2} \right) \right] \right\} \times \\ \times \left\{ 1 + \frac{3\Delta^2}{8} \left[1 + \frac{\left(\frac{1}{2} \beta^2 \sigma^2 \varepsilon_0 - 1 \right) \left[\frac{1}{2} \beta^2 \sigma^2 \varepsilon_0 (3 - \sigma^2) + 3\sigma^2 - 5 \right]}{3(1 - \sigma^2)^2} \right] \right\}. \quad (16)$$

Полагая $x = \frac{\omega}{c} \sqrt{\varepsilon_0} \cos \theta$, из условия обращения ζ в нуль получим выражение для косинуса угла излучения

$$0 \leq \cos \theta = \frac{1}{\beta \sqrt{\varepsilon_0}} \left[1 + \frac{\Delta^2}{8\sigma^2} \left(1 - \frac{2 \left(\frac{1}{2} \beta^2 \sigma^2 \varepsilon_0 - 1 \right)}{1 - \sigma^2} \right) \right] \leq 1. \quad (17)$$

При вычислениях, приведших к формуле (17), учитывалась малость поправок и использовался метод последовательных приближений.

Формулы (16) и (17) при $\Delta \rightarrow 0$ переходят в формулы для черенковского излучения в однородной среде с $\varepsilon = \varepsilon_0$.

Дополнительный член dF_1^0 в формуле (15), после интегрирования по x (которое проводится указанным выше образом) дает с точностью до членов $\sim \Delta^2$ включительно

$$dF_1^0 = dF_+ + dF_-, \quad (18)$$

$$dF_+ = \frac{e^2}{16c^2} \omega d\omega \left[1 - \left(\frac{1}{\beta \sqrt{\varepsilon_0}} + \frac{\lambda}{l \sqrt{\varepsilon_0}} \right)^2 \right] \frac{\Delta^2 \sigma^2 \left(1 + \frac{1}{2} \beta^2 \sigma^2 \varepsilon_0 \right)^2}{(1 + \sigma)^2}, \quad (19)$$

причем угол излучения определяется формулой

$$0 \leq \cos \theta = \frac{1}{\beta \sqrt{\varepsilon_0}} + \frac{\lambda}{l \sqrt{\varepsilon_0}} + \frac{\Delta^2}{8\beta \sqrt{\varepsilon_0} \sigma (\sigma + 2)} \left[1 + \frac{\left(\frac{1}{2} \beta^2 \sigma^2 \varepsilon_0 - 1 \right)^2}{(1 + \sigma)(3 + \sigma)} \right] \leq 1. \quad (20)$$

Второе слагаемое в (18) имеет вид

$$dF_- = \frac{e^2}{16c^2} \omega d\omega \left[1 - \left(\frac{1}{\beta \sqrt{\varepsilon_0}} - \frac{\lambda}{l \sqrt{\varepsilon_0}} \right)^2 \right] \frac{\Delta^2 \sigma^2 \left(1 - \frac{1}{2} \beta^2 \sigma^2 \varepsilon_0 \right)^2}{(1 - \sigma)^2} \quad (21)$$

и косинус угла излучения будет равен

$$0 \leq \cos \theta = \left| \frac{1}{3\sqrt{\varepsilon_0}} - \frac{\lambda}{l\sqrt{\varepsilon_0}} \right| + \frac{\Delta^2}{83\sqrt{\varepsilon_0} \sigma |\sigma - 2|} \times \\ \times \left[1 + \frac{\left(\frac{1}{2} \beta^2 \sigma^2 \varepsilon_0 - 1 \right)^2}{(1 - \sigma)(3 - \sigma)} \right] \leq 1. \quad (22)$$

Формулы (19) и (20) дают дополнительное черенковское излучение, характерное для периодической среды, ибо при $\Delta \rightarrow 0$ оно исчезает. Если основное черенковское излучение есть результат совпадения частоты „собственных колебаний“ μ и частоты внешней силы σ , то дополнительные члены в излучении (19) и (21) обусловлены резонансом на комбинационных частотах.

Остановимся теперь на ограничениях, использованных при выводе приведенных выше выражений.

Необходимым условием достаточно хорошей сходимости рядов (7) и возможности обрезания бесконечной системы уравнений есть условие $|c_{2(n+1)}| \ll |c_{2n}|$; в частности, следовательно, $|c_2| \ll c_0 = 1$, т. е.

$$\left| \frac{\left(\frac{1}{2} \beta^2 \sigma^2 \varepsilon_0 - 1 \right) \Delta}{4(1 - v^2)} \right| \ll 1. \quad (23)$$

Кроме того, при выводах предполагалось, что $|\theta_0| \gg |\theta_2|$ и $|\theta_0| \gg |\theta_4|$, т. е.

$$\left| \frac{\left(\frac{1}{2} \beta^2 \sigma^2 \varepsilon_0 - 1 \right) \Delta}{v^2} \right| \ll 1; \quad \frac{5\Delta^2}{2v^2} \ll 1. \quad (24)$$

Метод определения μ из (8) требует чтобы $(\mu_0) \gg |\mu_1|$, т. е.

$$\left| \frac{\left(\frac{1}{2} \beta^2 \sigma^2 \varepsilon_0 - 1 \right) \Delta^2}{4(1 - v^2) v^2} \right| \ll 1. \quad (25)$$

В формулах (23)–(25) $v = \sigma$ в случае использования формулы (16) и $v = \sigma + 2$, $v = |\sigma - 2|$ в случае использования формул (19) и (21) соответственно.

3. Рассмотрим теперь некоторые частные случаи полученных выражений для потерь энергии заряженной частицей на единицу длины пути.

Можно показать, например, что излучение, спектральная интенсивность которого описывается формулой (21), содержит в себе излучение на частотах, больших оптических в случае, если энергия релятивистской частицы больше некоторого порогового значения. Действительно, если частота ω больше оптических частот, то $\varepsilon = 1 -$

$$-\frac{\omega_0^2}{\omega^2}, \text{ где } \omega \gg \omega_0 = \sqrt{\frac{4\pi e^2 N_0}{m}}; \text{ тогда } |\Delta| = k^2 \frac{\omega_0^2}{\omega^2} \ll 1 \text{ и } z = \frac{2}{\beta} \frac{l}{\lambda} \gg 1.$$

В этом случае формулу (21) можно с учетом сделанных допущений переписать в виде

$$dF_- = \frac{e^2 k^2 l^2 \omega_0^4}{64 \pi^2 c^4} \frac{d\omega}{\omega} \left[\frac{4\pi c}{\beta l \omega} - \frac{1}{\beta} \frac{\omega_0^2}{\omega^2} - \frac{1 - \beta^2}{\beta^2} \right]. \quad (26)$$

Из условия $0 < \cos \theta < 1$ (22), без учета поправок, которые в этом случае малы, получается, что $\frac{\lambda}{l} < \frac{1}{\beta}$ и при $\frac{\lambda_0}{l} > \sqrt{1 - \beta^2} = \frac{mc^2}{E}$, $\left(\lambda_0 = \frac{2\pi c}{\omega_0}\right)$ имеет место излучение в определенном интервале частот; в случае $\left(\frac{\lambda_0}{l}\right)^2 \gg 1 - \beta^2$ этот интервал становится широким и определяется следующими соотношениями

$$\omega_1 = \frac{l \omega_0^2}{4\pi v} \leq \omega < \frac{4\pi v}{(1 - \beta^2) l} = \omega_2. \quad (27)$$

Спектральное распределение излучения, даваемого формулой (26), начинается с частоты ω_1 , достигает максимума на частоте $\omega_{\max} = \frac{3}{2} \omega_1$ и затем быстро спадает до нуля на частоте ω_2 . Угол излучения, на частотах близких к $\omega_{\max}$, $\theta \sim \lambda_0/l$.

Условие $\omega_1 \leq \omega < \omega_2$ имеет место, если требование $\lambda/l < 1/\beta$ не ограничивает интервала (27), т. е. в случае $l > \sqrt{2} \beta \lambda_0$. Если же $l < \sqrt{2} \beta \lambda_0$, то нижняя граница спектра излучения определяется условием $\omega > \frac{2\pi v}{l} = \omega_3$.

Полная интенсивность излучения получается из (26) и (27) интегрированием в пределах от ω_1 до ω_2 . В результате имеем

$$W = \int_{\omega_1}^{\omega_2} dF_- \simeq \frac{e^2}{8c^2} k^2 \omega_0^2; \quad (k \leq 1). \quad (28)$$

Полное число излученных квантов (они испускаются в основном на частоте $\omega_{\max}$) определяется формулой

$$N \simeq \frac{\pi e^2 k^2 \beta}{6 \hbar c l}. \quad (29)$$

Изложенный выше случай впервые исследован в работе Тер-Микаелина [3]. Аналогичные результаты получены в работе Гарибяна и Гольдмана [4] (см. также [8]).

Любопытно отметить, что, как следует из формул (16) и (22), при $\beta \sqrt{\epsilon_0} < 1$ обычное черенковское излучение (16) отсутствует, в то

время как при определенных условиях излучение на следующей гармонике (21) и (22) может иметь место.

Заметим также, что если $\frac{1}{2} \beta^2 \varepsilon_0 \sim 1$, то излучение, определяемое формулой (21) мало, в то время как излучение на симметричной гармонике [формула (19)] может быть заметным.

После выполнения настоящей работы, авторам стала известна заметка Смита и Пурселла [9], в которой сообщается о наблюдении оптического излучения при пролете электронов с энергиями 309–340 *keV* над поверхностью металлической дифракционной решетки перпендикулярно (и под другими углами) к ее линиям.

Условие излучения, полученное и экспериментально проверенное авторами работы [9] $\left(\cos \theta = \frac{1}{\beta} - \frac{\lambda}{l} \right)$, где l период решетки) и порядок интенсивности излучения, оцененный в [9], довольно близко подходят к величинам, даваемым формулами (21) и (22). В работе [9] возникновение излучения объяснено интерференцией излучений, обусловленных колебаниями индуцированных на выступах решетки поверхностных зарядов. Заметим, что аналогичное объяснение дополнительного излучения (18) может быть дано и в нашем случае, причем такая физическая интерпретация позволяет понять условия (20), (22) (без поправочных членов) как условия интерференции излучений от индуцированных в горбах плотности зарядов.

4. Остановимся теперь вкратце на вычислении переменной части силы, действующей на частицу. Для этого рассмотрим члены пропорциональные Δ в выражении для напряженности электрического поля частицы.

В нерелятивистском случае

$$E_z^{\pm} = e^{\pm 2\pi i z/l} E^{\pm}, \quad (30)$$

где

$$E^{\pm} = \frac{ie}{2\pi\omega\varepsilon_0} \frac{\Delta}{2} \left\{ 1 - \frac{1}{2} \mu^2 \left[\frac{3 \pm \sigma}{1 + \mu^2} + 1 + \frac{1 \mp \sigma}{1 + \mu^2} + 1 \right] \right\}. \quad (31)$$

В нерелятивистском случае и линейном по Δ приближении $\mu^2 \approx \left(\frac{\chi l}{\pi} \right)^2$. Далее вычисляем силу по обычной формуле

$$F = -e \int E_z(z=vt) e^{-i\omega t} d\omega = F^+ + F^-,$$

где

$$F^{\pm} = -\frac{ie^2 k}{8\pi l} e^{\pm \frac{2\pi i v t}{l}} \int \frac{(z_0 - 1)}{\omega \varepsilon_0^2} \cdot \frac{(\sigma \pm 2)}{(\sigma \pm 1)} \left[(\sigma \pm 2) \ln \left(\frac{\mu_0^2}{(\sigma \pm 2)^2} + 1 \right) + \right. \\ \left. + \sigma \ln \left(\frac{\mu_0^2}{\sigma^2} + 1 \right) \right] d\omega. \quad (32)$$

Здесь $\mu_0 = \frac{x_0 l}{\pi}$ где $x_0 \ll \frac{1}{a}$, (a — порядок межатомных расстояний) — верхний предел интегрирования по x , определяемый из условия применимости макроскопического рассмотрения.

Оценим интегралы в (32) в следующих интервалах частот:

а) $\omega \lesssim \omega_1 \ll \omega_0$; ω_0 имеет порядок оптических частот; в этой области ϵ_0 практически не зависит от частоты и имеет свое статическое значение; пусть l токово, что для $\omega < \omega_1$, $\sigma \ll 1$; в этом интервале частот подынтегральное выражение практически не зависит от частоты;

б) при частотах таких, что σ близко к единице, подынтегральное выражение стремится к нулю;

в) если в области $\omega_1 \ll \omega \lesssim \omega_0$ поглощение не существенно, то интегралы по положительным и отрицательным частотам взаимно уничтожаются;

г) при $\omega \gg \omega_0$ подынтегральное выражение стремится к нулю (в основном, из-за наличия фактора $\epsilon_0 - 1$).

В итоге мы получим, что в указанных предположениях основной вклад в интегралы в (32) дают частоты из интервала а) и для величины переменной силы можно написать выражение

$$F = \frac{4\pi e^2 k}{l^2} \frac{\epsilon_0^{\sigma t} - 1}{(\epsilon_0^{\sigma t})^2} \ln \frac{x_0 l}{2\pi} \cdot \sin \frac{2\pi v}{l} t. \quad (33)$$

Полученное выражение обладает свойствами, которые следуют и из простых физических соображений (пропорциональность $\sin \frac{2\pi z}{l}$, что согласуется с зависимостью ϵ_0 от $\cos \frac{2\pi z}{l}$, пропорциональность величине $\frac{e^2}{l^2}$, необходимость чего нетрудно усмотреть из механизма возникновения переменной силы).

Под действием силы (33) частица будет испускать дипольное излучение частоты $\omega = \frac{2\pi v}{l}$; средняя за период интенсивность которого находится по известным формулам

$$d\bar{I} = \frac{4\pi^2 e^4 k^2}{c^3 l^4 m^2} \frac{(\epsilon_0^{\sigma t} - 1)^2}{(\epsilon_0^{\sigma t})^4} \ln^2 \frac{x_0 l}{2\pi} \cdot \sin^2 \theta d\theta, \quad (34)$$

где θ угол между осью z и направлением излучения. Приведенное в (34) выражение ничтожно мало для одной частицы; однако, если окажется возможным образовать сгустки заряженных частиц протяженностью много меньшей l (излученная энергия в этом случае будет пропорциональна четвертой степени числа частиц), причем величина l выбирается тоже малой, то излучение в (34) может оказаться заметным, например в микрорадиоволновой области.

В заключение авторы выражают свою признательность Г. М. Гарибяну и М. Л. Тер-Микаеляну за обсуждения.

Физический институт АН Армянской ССР
Ереванский госуниверситет

Поступила 16 VI 1960

Ս. Յ. Ստամուկի, Ն. Ա. Գորխմազյան

ԼԻՑԻԱՎՈՐՎԱԾ ՄԱՍՆԻԿԻ ՃԱՌԱԳԱՅԹՈՒՄԸ ՊԵՐԻՈԴԻԿ ԽՏՈՒԹՅՈՒՆ ՈՒՆԵՑՈՂ ՄԻՋԱՎԱՅՐՈՒՄ

Ա Մ Փ Ո Փ Ո Ւ Մ

Ներկա աշխատության մեջ Խիլի հավասարման օգնությամբ քննարկված է լիցքավորված մասնիկի ճառագայթման խնդիրը $N = N_0 \left(1 + k \cos \frac{2\pi z}{l} \right)$ օրենքով փոփոխվող խտության ունեցող միջավայրում: Բացի սովորական չերենկովյան ճառագայթումից (որի ինտենսիվության արտահայտությունն ստացված է հաշվի առնելով միջավայրի խտության փոփոխությունը), ստացված են նաև բանաձևեր լրացուցիչ ճառագայթման համար, որը հատուկ է դիտարկվող միջավայրին: Ճառագայթման ինտենսիվությունը և տարածման ուղղությունը արտահայտող բանաձևերը ճիշտ են դիէլեկտրիկ հաստատունի կամայական $\varepsilon(\omega)$ ֆունկցիայի և մասնիկի կամայական v արագության համար: Հաշվված է նաև մասնիկի վրա ազդող ուժի պերիոդիկ $\left(\frac{2\pi v}{l} \right)$ հաճախությամբ բաղադրվող, որը առաջանում է միջավայրի խտությունների փոփոխված լիցքերի ազդեցությամբ: Դնահատված է լիցքավորված մասնիկի դիպոլային ճառագայթումը, որը պայմանավորված է այդ ուժի անկայունությամբ:

Л И Т Е Р А Т У Р А

1. Фейнберг Я. Б., Хижняк Н. А. Потери энергии заряженной частицы, при прохождении через слоистый диэлектрик. „ЖЭТФ“, 32, 883, 1957.
2. Гарибян Г. М. Излучение заряженной частицы, пролетающей через слоистую среду. „ЖЭТФ“, 35, 1435, 1958.
3. Тер-Микаелян М. Л. (в печати). „ДАН СССР“.
4. Гарибян Г. М., и Гольдман И. И. (в печати). „ЖЭТФ“.
5. Амагун А. И. и Корхмазян Н. А. Переходное излучение в случае размытой границы двух сред. (в печати). „ЖЭТФ“.
6. Мак-Лаклан Н. В. Теория и приложения функций Матье, гл. VI, ИЛ, М., 1953.
7. Ландау Л. Д. и Лифшиц Е. М. Электродинамика сплошных сред, § 86. ГИТТЛ, М., 1957.
8. Газарян А. и Тер-Микаелян М. Л. „ЖЭТФ“, (в печати).
9. Smith S. J. and Purcell E. M. Visible Light from Localized Surface Charges Moving across a Grating „Phys. Rev.“ 92, 1069, 1953.