

А. А. Баблоян

Изгиб круглых стержней, имеющих продольные боковые выточки

Рассматривается задача об изгибе круглого призматического стержня с центрально расположенной круглой полостью и боковым внешним пазом в форме кольцевого сектора.

Точное решение рассматриваемой задачи получено методом приведения решения Сен-Венана к бесконечным системам линейных уравнений [1, 2]. Доказано, что полученные системы вполне регулярны и имеют ограниченные сверху и стремящиеся к нулю (при $k \rightarrow \infty$) свободные члены. В числовых примерах вычислены координаты центра изгиба профиля и напряжения.

Подобные задачи для круглых и секториальных стержней рассматривались в работах Л. С. Лейбензона [4], Стивенсона [5], Н. В. Зволлинского [6], Я. И. Бурака [9] и других [10].

Изгиб стержня с сечением в виде кольцевого сектора, когда изгибающая сила действует вдоль оси симметрии профиля, рассмотрен в работе Сигара и Пирсона [8].

§ 1. Постановка задачи

Пусть внешняя изгибающая сила Q приложена на свободном конце стержня параллельно оси y и проходит через центр изгиба, т. е. изгиб не сопровождается кручением. Функция напряжений при изгибе $F(x, y)$ внутри области поперечного сечения удовлетворяет следующему уравнению [4]

$$\nabla^2 F(x, y) = \frac{Qy(x-x_0)}{(1+\sigma)J} - \frac{Q}{2J} f(x), \quad (1.1)$$

где x_0 — координата центра тяжести сечения, J — момент инерции поперечного сечения относительно оси y , $f(x)$ — произвольная функция, σ — коэффициент Пуассона.

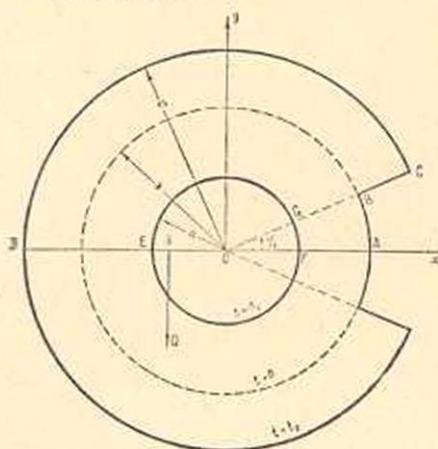
На контуре сечения функция $F(x, y)$ удовлетворяет условию

$$\frac{\partial F}{\partial S} = \frac{Q}{2J} [y^2 - f(x)] \frac{dx}{dS}. \quad (1.2)$$

В силу симметрии достаточно рассмотреть только область



$ABCDEGF$ (фиг. 1). Чтобы решение, определенное в этой части области, распространилось на всю область сечения, требуется, чтобы вдоль горизонтальной оси симметрии на линиях AF и ED нормальная производная функции $F(x, y)$ равнялась нулю.



фиг. 1

Положим

$$f(x) = b^2 - x^2 \quad (1.3)$$
и перейдем к новым координатам следующим образом [2, 3]

$$x = be^t \cos \varphi, \quad y = be^t \sin \varphi. \quad (1.4)$$
Тогда [уравнение (1.1) и условие (1.2) примут вид

$$\nabla^2 F(t, \varphi) = \frac{(1+2\sigma)Qb^3}{(1+\sigma)J} e^{2t} \cos \varphi - \frac{\sigma x_0 Qb^2}{(1+\sigma)J} e^{2t}, \quad (1.5)$$

$$\frac{\partial F}{\partial S} = -\frac{Qb^3}{2J} (1 - e^{2t}) \frac{d(e^t \cos \varphi)}{dS}. \quad (1.6)$$

Напряжения $\tau_{z\varphi}$ и $\tau_{r\varphi}$ выражаются через функцию напряжений $F(t, \varphi)$ соотношениями

$$\tau_{z\varphi}(t, \varphi) = -\frac{1}{be^t} \frac{\partial F}{\partial t} + \frac{Qb^2}{2J} (e^{2t} - 1) \cos \varphi, \quad (1.7)$$

$$\tau_{r\varphi}(t, \varphi) = \frac{1}{be^t} \frac{\partial F}{\partial \varphi} + \frac{Qb^2}{2J} (e^{2t} - 1) \sin \varphi.$$

Из граничного условия (1.6) следует

$$F(0, \varphi) = 0,$$

$$F(t_1, \varphi_1) = -\frac{Qb^3 \cos \varphi_1}{6J} (3e^{t_1} - e^{3t_1} - 2), \quad (1.8)$$

$$F(t_2, \varphi) = \frac{Qb^3}{2J} (e^{2t_2} - e^{t_2}) \cos \varphi - \frac{Qb^3 \cos \varphi_1}{3J} (e^{3t_2} - 1),$$

$$F(-t_1, \varphi) = -\frac{Qb^3}{2J} (e^{-t_1} - e^{-3t_1}) \cos \varphi + C,$$

где

$$t_1 = -\ln \frac{a}{b}, \quad t_2 = \ln \frac{c}{b}. \quad (1.9)$$

В области $ABCDEGF$ функцию $F(t, \varphi)$ ищем в виде [2, 3]

$$F(t, \varphi) = \begin{cases} F_1(t, \varphi) & \text{в области I,} \\ F_2(t, \varphi) & \text{в области II,} \\ F_3(t, \varphi) & \text{в области III.} \end{cases} \quad (1.10)$$

Пользуясь условием симметрии и граничными условиями (1.8), в силу (1.10) для $F_i(t, \varphi)$ ($i = 1, 2, 3$) получим следующие условия

$$F_1(0, \varphi) = \left. \frac{\partial F_1}{\partial \varphi} \right|_{\varphi=0} = \left. \frac{\partial F_2}{\partial \varphi} \right|_{\varphi=\varphi_1} = \left. \frac{\partial F_3}{\partial \varphi} \right|_{\varphi=\varphi_1} = 0, \quad (1.11)$$

$$F_3(t, \varphi_1) = -\frac{Qb^3 \cos \varphi_1}{6J} (3e^t - e^{3t} - 2),$$

$$F_2(t_2, \varphi) = \frac{Qb^3}{2J} (e^{3t_2} - e^{t_2}) \cos \varphi - \frac{Qb^3 \cos \varphi_1}{3J} (e^{3t_2} - 1),$$

$$F_1(-t_1, \varphi) = F_2(-t_1, \varphi) = -\frac{Qb^3}{2J} (e^{-t_1} - e^{-3t_1}) \cos \varphi + C,$$

$$F_1(t, \varphi_1) = F_2(t, \varphi_1), \quad F_2(0, \varphi) = F_3(0, \varphi), \quad (1.12)$$

$$\left. \frac{\partial F_1}{\partial \varphi} \right|_{\varphi=\varphi_1} = \left. \frac{\partial F_2}{\partial \varphi} \right|_{\varphi=\varphi_1}, \quad \left. \frac{\partial F_2}{\partial t} \right|_{t=0} = \left. \frac{\partial F_3}{\partial t} \right|_{t=0},$$

§ 2. Определение функции напряжения

Решая уравнение (1.5) методом разделения переменных и удовлетворяя условиям (1.11) и (1.12), как это сделано в работе [3], для функций $F_i(t, \varphi)$ ($i = 1, 2, 3$) получим выражения

$$F_1(t, \varphi) = C_1 \cos \varphi \left[e^{3t} - \frac{\text{sh}(t_1 + t)}{\text{sh} t_1} + e^{-3t_1} \frac{\text{sh} t}{\text{sh} t_1} \right] - C_2 \left[e^{2t} - \frac{t_1 + t}{t_1} + \frac{t}{t_1} e^{-2t_1} \right] + \frac{Qb^3}{J} e^{-2t_1} \text{sh} t \cdot \cos \varphi - C \frac{t}{t_1} + \frac{2}{t_1} \sum_{k=1}^{\infty} \frac{m\gamma_k}{\beta_k} \frac{\text{ch} \beta_k \varphi}{\text{ch} \beta_k \varphi_1} \sin \beta_k t; \quad (2.1)$$

в области $(-t_1 \leq t \leq 0; 0 \leq \varphi \leq \varphi_1)$

$$F_2(t, \varphi) = C_3 \cos \varphi \left[e^{3t} - \frac{\text{sh}(t_1 + t)}{\text{sh} t_1} + e^{-3t_1} \frac{\text{sh} t}{\text{sh} t_1} \right] - C_2 \left[e^{2t} - \frac{t_1 + t}{t_1} + \frac{t}{t_1} e^{-2t_1} \right] + \frac{Qb^3}{J} e^{-2t_1} \text{sh} t \cdot \cos \varphi - C \frac{t}{t_1} +$$

$$\begin{aligned}
 & + \frac{2}{t_1} \sum_{k=1}^{\infty} \frac{m y_k \operatorname{ch} \beta_k (\pi - \varphi)}{\beta_k \operatorname{ch} \beta_k (\pi - \varphi_1)} \sin \beta_k t - \\
 & - \frac{2}{\pi - \varphi_1} \sum_{k=1}^{\infty} \frac{x_k \operatorname{sh} \delta_k (t_1 + t)}{\delta_k \operatorname{sh} \delta_k t_1} \sin \delta_k (\varphi - \varphi_1); \quad (2.2)
 \end{aligned}$$

в области $(-t_1 \leq t \leq 0; \varphi_1 \leq \varphi \leq \pi)$

$$\begin{aligned}
 F_3(t, \varphi) = & C_1 \cos \varphi \left[e^{2t} - \frac{\operatorname{sh}(t_2 - t)}{\operatorname{sh} t_2} - e^{2t_2} \frac{\operatorname{sh} t}{\operatorname{sh} t_2} \right] - \\
 & - C_2 \left[e^{2t} - \frac{t_2 - t}{t_2} - \frac{t}{t_2} e^{2t_2} \right] + \frac{Qb^2}{J} e^{2t_2} \operatorname{sh} t \cdot \cos \varphi - \\
 & - \frac{Qb^2 \cos \varphi_1}{3J} (e^{2t_2} - 1) \frac{t}{t_2} + \frac{2}{t_2} \sum_{k=1}^{\infty} E_k \frac{\operatorname{ch} \gamma_k (\pi - \varphi)}{\operatorname{ch} \gamma_k (\pi - \varphi_1)} \sin \gamma_k t - \\
 & - \frac{2}{\pi - \varphi_1} \sum_{k=1}^{\infty} \frac{x_k \operatorname{sh}^2 \delta_k (t_2 - t)}{\delta_k \operatorname{sh}^2 \delta_k t_2} \sin \delta_k (\varphi - \varphi_1), \quad (2.3)
 \end{aligned}$$

в области $(0 \leq t \leq t_2; \varphi_1 \leq \varphi \leq \pi)$

где

$$\beta_k = \frac{k\pi}{t_1}, \quad \delta_k = \frac{(2k-1)\pi}{2(\pi - \varphi_1)}, \quad \gamma_k = \frac{k\pi}{t_2},$$

$$C_1 = \frac{(1+2\sigma)Qb^2}{8(1+\sigma)J}, \quad C_2 = \frac{\sigma x_0 Qb^2}{4(1+\sigma)J}, \quad (2.4)$$

$$\begin{aligned}
 E_k = & 8C_1 \cos \varphi_1 \frac{\gamma_k [1 + (-1)^{k+1} e^{2t_2}]}{(\gamma_k^2 + 1)(\gamma_k^2 + 9)} - 4C_2 \frac{1 + (-1)^{k+1} e^{2t_2}}{\gamma_k (\gamma_k^2 + 4)} - \\
 & - \frac{Qb^2}{J} \cos \varphi_1 \frac{(\gamma_k^2 - 3) [1 + (-1)^{k+1} e^{2t_2}]}{\gamma_k (\gamma_k^2 + 1)(\gamma_k^2 + 9)}, \quad (2.5)
 \end{aligned}$$

$$x_0 = -\frac{2}{3} b \frac{(e^{2t_2} - 1) \sin \varphi_1}{(1 - e^{-2t_2}) \pi + (e^{2t_2} - 1)(\pi - \varphi_1)}, \quad (2.6)$$

$$J = \frac{\pi b^4}{4} \left\{ 1 - e^{-4t_2} + \left(1 - \frac{\varphi_1}{\pi} \right) (e^{4t_2} - 1) \left[1 + \frac{\sin 2\varphi_1}{2(\pi - \varphi_1)} \right] \right\}. \quad (2.7)$$

Для определения постоянных x_k и y_k получаем совокупность двух бесконечных систем линейных уравнений

$$\begin{aligned}
 y_p = & \sum_{k=1}^{\infty} a_{kp} x_k \\
 (p = & 1, 2, 3, \dots) \quad (2.8)
 \end{aligned}$$

$$x_p = \sum_{k=1}^{\infty} b_{kp} y_k + Q_p,$$

где

$$a_{kp} = \frac{2}{m(\pi - \varphi_1) |\operatorname{th} \beta_p \varphi_1 + \operatorname{th} \beta_p (\pi - \varphi_1)|} \cdot \frac{\beta_p}{\beta_p^2 + \delta_k^2}, \quad (2.9)$$

$$b_{kp} = \frac{2m}{t_1 |\operatorname{cth} \delta_p t_1 + \operatorname{cth} \delta_p t_2|} \cdot \frac{\delta_p}{\beta_k^2 + \delta_p^2},$$

$$Q_p = \frac{1}{\operatorname{cth} \delta_p t_1 + \operatorname{cth} \delta_p t_2} \left\{ -\frac{C}{\delta_p t_1} + C_1 \cos \varphi_1 \left[\frac{8\delta_p^2}{(\delta_p^2 - 1)(\delta_p^2 - 9)} \left(\operatorname{cth} \delta_p t_2 - \frac{e^{3t_2}}{\operatorname{sh} \delta_p t_2} \right) - \frac{\delta_p}{\delta_p^2 - 1} \left(\operatorname{ctht}_1 - \frac{e^{-3t_1}}{\operatorname{sh} t_1} \right) + \frac{3\delta_p}{\delta_p^2 - 9} \right] - C_2 \left[\frac{4}{\delta_p^2 - 4} \left(\operatorname{cth} \delta_p t_2 - \frac{e^{2t_2}}{\operatorname{sh} \delta_p t_2} \right) + \frac{2\delta_p}{\delta_p^2 - 4} - \frac{1 - e^{-2t_1}}{\delta_p t_1} \right] - \frac{Qb^3 \cos \varphi_1}{J} \left[\frac{\delta_p^2 + 3}{(\delta_p^2 - 1)(\delta_p^2 - 9)} \left(\operatorname{cth} \delta_p t_2 - \frac{e^{3t_2}}{\operatorname{sh} \delta_p t_2} \right) + \frac{4\delta_p}{(\delta_p^2 - 1)(\delta_p^2 - 9)} - \frac{\delta_p e^{-2t_1}}{\delta_p^2 - 1} \right] \right\}. \quad (2.10)$$

Покажем, что системы (2.8) вполне регулярны. Действительно, для суммы модулей коэффициентов систем (2.8) имеют место следующие неравенства

$$\sum_{k=1}^{\infty} |a_{kp}| = \frac{1}{m} \frac{\operatorname{th} \beta_p (\pi - \varphi_1)}{\operatorname{th} \beta_p \varphi_1 + \operatorname{th} \beta_p (\pi - \varphi_1)} \leq \frac{1}{m}, \quad (2.11)$$

$$\sum_{k=1}^{\infty} |b_{kp}| = m \frac{\operatorname{cth} \delta_p t_1 - \frac{1}{\delta_p t_1}}{\operatorname{cth} \delta_p t_1 + \operatorname{cth} \delta_p t_2} < \frac{m}{2}.$$

Постоянное число m выбираем из равенства

$$\frac{1}{m} = \frac{m}{2}, \quad \text{т. е. } m = \sqrt{2}. \quad (2.12)$$

Тогда согласно (2.11) будем иметь

$$\sum_{k=1}^{\infty} |a_{kp}| \leq \frac{\sqrt{2}}{2}, \quad \sum_{k=1}^{\infty} |b_{kp}| \leq \frac{\sqrt{2}}{2},$$

т. е. системы (2.8) оказались вполне регулярными.

Легко видеть из (2.10), что свободные члены системы (2.8) ограничены сверху и при $p \rightarrow \infty$ стремятся к нулю.

§ 3. Определение постоянной C

Для определения постоянной C пользуемся теоремой Лейбениона о циркуляции касательного напряжения при изгибе [4]

$$\int_L \frac{\partial F}{\partial \nu} ds + \int_{\Omega} \int \left[-\frac{Qz}{(1+z)J} (x-x_0) + \frac{Q}{2J} f(x) + 2\mu z \right] dx dy = 0, \quad (3.1)$$

где L — внутренний контур сечения, Ω — площадь, ограниченная контуром L , ν — нормаль к контуру L .

В силу (1.3) это соотношение (3.1) упрощается

$$\int_L \frac{\partial F}{\partial \nu} ds + \frac{Qz x_0}{(1+z)J} \Omega = 0. \quad (3.2)$$

Подставляя значения функций F_1 и F_2 из (2.1) и (2.2) в это соотношение и произведя интегрирование, после некоторого преобразования, для определения постоянной C получим следующую формулу

$$C + \frac{8(\pi - \varphi_1)}{\pi^3} \sum_{k=1}^{\infty} \frac{x_k}{(2k-1)^2} - C_2(1 - e^{-2\epsilon}) = 0. \quad (3.3)$$

Неизвестные коэффициенты x_k , входящие в соотношение (3.3), определяются из вполне регулярных бесконечных систем линейных уравнений (2.8) и выражаются через постоянную C . Подставляя определенные из (2.8) значения неизвестных x_k в (3.3) и разрешая полученное соотношение относительно C , получим ее значение.

§ 4. Определение центра изгиба

Координата центра изгиба определяется по выражению

$$\bar{x} = -\frac{M}{Q}, \quad (4.1)$$

где M — момент от касательных напряжений, взятый относительно начала координат, т. е.

$$M = b^3 \iint \tau_{z\varphi} e^{3t} dt d\varphi. \quad (4.2)$$

Подставляя выражение $\tau_{z\varphi}$ из (1.7) в (4.2), произведя некоторое преобразование и пользуясь формулами (2.1)–(2.3), после интегрирования получим следующую формулу

$$\begin{aligned}
\frac{M}{2} = & \frac{Qb^5}{15J} \sin \varphi_1 (e^{2t_1} + 10e^{2t_2} - 10e^{2t_1} - 1) + Cb^2 \pi \frac{1 - e^{-2t_1}}{2t_1} + \\
& + \frac{Qb^5 \cos \varphi_1}{3J} (\pi - \varphi_1) \frac{(e^{2t_1} - 1)(e^{2t_2} - 1)}{2t_2} + \frac{4}{3} C_1 b^2 \sin \varphi_1 \left[\frac{e^{2t_2} - 1}{5} - \right. \\
& \left. - e^{2t_1} + e^{2t_2} \right] - \frac{\pi}{2} C_2 b^2 \left\{ \frac{(1 - e^{-2t_1})^2}{t_1} - 1 + e^{-4t_1} + \right. \\
& \left. + \left(1 - \frac{\varphi_1}{\pi} \right) \left[\frac{(e^{2t_1} - 1)^2}{t_2} - e^{4t_1} + 1 \right] \right\} + \\
& + 2b^2 \left\{ \frac{2}{t_2} \sum_{k=1}^{\infty} E_k \frac{1 + (-1)^{k+1} e^{2t_2}}{\gamma_k^2 + 4} \operatorname{th} \gamma_k (\pi - \varphi_1) - \right. \\
& - \frac{2}{t_1} \sum_{k=1}^{\infty} \frac{m \gamma_k [1 + (-1)^{k+1} e^{-2t_1}]}{\beta_k (\beta_k^2 + 4)} [\operatorname{th} \beta_k \varphi_1 + \operatorname{th} \beta_k (\pi - \varphi_1)] - \\
& - \frac{2}{\pi - \varphi_1} \sum_{k=1}^{\infty} \frac{x_k}{\delta_k (\delta_k^2 - 4)} \left(\operatorname{cth} \delta_k t_1 + \operatorname{cth} \delta_k t_2 - \frac{e^{-2t_1}}{\operatorname{sh} \delta_k t_1} - \right. \\
& \left. - \frac{e^{-2t_2}}{\operatorname{sh} \delta_k t_2} \right) \left. \right\}. \quad (4.3)
\end{aligned}$$

§ 5. Числовой пример

В качестве числового примера рассмотрен изгиб круглого стержня с внешним продольным пазом секториальной формы с размерами $\frac{c}{a} = 2,9359$, $2\varphi_1 = \frac{\pi}{5}$, а глубина паза составляет $\frac{1}{4}$, $\frac{1}{2}$ и $\frac{3}{4}$ части толщины стержня, т. е. рассмотрены случаи:

I $t_1 = 0,3947$, $t_2 = 0,6823$;

II $t_1 = 0,677$, $t_2 = 0,400$;

III $t_1 = 0,8968$, $t_2 = 0,1801$.

В таблице 1 для этих случаев приведены значения координаты центра изгиба с оценками сверху \bar{x}^+ и снизу \bar{x}^- и их средние значения \bar{x} .

Для сравнения, в первой строке таблицы приведено значение координаты центра изгиба кольцевого сектора такого же размера.

Таблица 1

| | $\frac{\bar{x}^-}{a}$ | $\frac{\bar{x}^+}{a}$ | $\frac{\bar{x}}{a} = \frac{\bar{x}^- + \bar{x}^+}{2a}$ |
|------------------|-----------------------|-----------------------|--|
| Кольцевой сектор | — | — | -3,3102 |
| I случай | -1,5153 | -1,4820 | -1,4987 |
| II случай | -0,5080 | -0,4837 | -0,4959 |
| III случай | -0,2058 | -0,1911 | -0,1985 |

Из таблицы 1 видно, что при увеличении глубины паза координата центра изгиба увеличивается.

В таблице 2 приведены значения $\frac{c^2 \tau_{z\varphi}(t, \varphi)}{Q}$ для некоторых точек, лежащих на линии $y = 0$ при $\frac{c}{a} = 2,9359$.

Таблица 2

| Точки | (0, 0) | (-t ₁ , 0) | (-t ₁ , π) | (0, π) | (t ₂ , π) |
|------------------|---------|-----------------------|-----------------------|--------|----------------------|
| Кольцевой сектор | — | — | 2,0202 | — | 0,8592 |
| I случай | -1,5276 | -2,1324 | 1,2283 | 0,8334 | 0,5846 |
| II случай | -1,0038 | -1,2889 | 1,0537 | 0,6413 | 0,5239 |
| III случай | -0,6592 | -1,0783 | 0,9697 | 0,5459 | 0,5008 |
| Кольцо | -0,5007 | -0,9395 | 0,9395 | — | 0,5007 |

Институт математики и
механики АН Армянской ССР

Поступила 25.V.1960

Պ. 2. Բարդյան

ԿՈՂՄՆԱՅԻՆ ԱԿՈՍ ՈՒՆԵՑՈՂ ԿԼՈՐ ԶՈՂԵՐԻ ԾՈՒՒՄԸ

Ա Մ Փ Ո Փ Ո Ւ Մ

Հոդվածում դիտարկվում է օղակաչին սեկտորի տեսքով կողմնաչին փորվածք ունեցող կլոր պրիզմատիկ ձողի ծաման խնդրի ճշգրիտ լուծումը:

Դիտարկված խնդիրը բերվում է գծաչին անվերջ հավասարումների սիստեմի լուծմանը: Ապացուցվում է, որ ստացված սիստեմները լիովին սեղանաչյուր են և ունեն վերևից սահմանափակ ու զերոյի ձգտող (երբ $k \rightarrow \infty$) ազատ անկամներ: Բերված են թվաչին օրինակներ:

Նման խնդիրներ դիտարկված են Լեյբենզոնի, Ստրիկենսոնի, Զվոլինսկու և ուրիշների աշխատություններում:

Լ Ի Տ Ե Ր Ա Տ Ր Ա

1. Арутюнян Н. X. Решение задачи о кручении стержней полигонального поперечного сечения. „ПММ“, 13, 1, 1949, 107—112.
2. Абрамян Б. Л. Кручение круглых цилиндрических стержней с продольными пазами клиновидной формы. „ДАН АрмССР“, 28, № 3, 1959, 109—116.
3. Абрамян Б. Л., Баблюн А. А. Кручение круглых стержней, имеющих продольные выточки. „ПММ“, 24, № 2, 1960, 341—349.
4. Лейбензон Л. С. Курс теории упругости. ОГИЗ—Гостехиздат, М., 1947.
5. Stevenson A. C. The centre of flexure of a hollow shaft. „Proc. of Lond. Math. Soc.“ (2), 50, 1949.
6. Звольниковой Н. В. Некоторые случаи точного решения проблемы о центре изгиба. „Труды ЦАГИ“, вып. 249, 1936.

7. *Stevenson A. C.* Flexure with shear and associated torsion in prisms of uni-axial and asymmetric cross-sections. „Philosophical Transaction of the Royal Society of London“, Ser. A, Vol. 237, 1939.
8. *Mary Seegar, Karl Pearson.* De Saint-Venant solution for the Flexure... „Proc. Roy. Soc.“, Ser. A, Vol. 96, No. A, 676, 1919.
9. *Бурак Я. И.* Деякі задач кручення та згину призматичних стержнів. Изд. АН Укр. ССР, Киев, 1959.
10. *Young, Elderton and Pearson K.* On the torsion resulting from flexure in prismatic cross-sections of uni-axial symmetry only. „Drapers Company Research Memoirs“, Tech. Series 7, 1918, 1—75.