

Բանախոսություն • Дискуссия • Discussion

Биолог. журн. Армении, 3-4 (59), 2007

УДК 626.87.01

О ЗАКОНОМЕРНОСТИ ДВИЖЕНИЯ ЖИДКОСТИ В КАПИЛЛЯРАХ

С.Г. КАРАПЕТЯН

Институт водных проблем и гидротехники Армении, 0047, Ереван

На основе установленной новой закономерности движения жидкости в капиллярах получена линейная связь между скоростью фильтрации и гидравлического уклона, выражающая известный эмпирический закон Дарси. Предложено уравнение этой закономерности и формулы для определения коэффициента фильтрации, гидравлического уклона, толщи капиллярной каймы и слоя воды, насыщающего эту толщу.

Կապիլյար միջավայրում հեղուկի շարժման նոր օրինաչափության հիման վրա ստացվել է գծային կապ ֆիլտրացիայի արագության և հիդրավիկ թեքության միջև, որն արտահայտում է Դարսիի հայտնի էմպիրիկ օրենքը: Առաջարկվել է հիշյալ օրինաչափության հավասարումը, որից ստացվել են ֆիլտրացիայի գործակցի, հոսքի հիդրավիկ թեքության, կապիլյար բարձրության և նրա հագեցման համար քրի շերտի որոշման բանաձևեր:

On the basis of established new regulations for governing the motion of liquid in the capillaries, it was obtained the linear communication between velocity of the filtering and hydraulic gradient, expressing the known empirical law of Darcy. The equation of this regularity and formulas for determination of the coefficient of filtering, hydraulic gradient, thickness of the capillary border and layer of water, which saturates this thickness has been proposed

Капиллярная среда - коэффициент фильтрации - гидравлический уклон - скорость фильтрации

Работа посвящена решению фильтрационных задач в капиллярной среде, основанной на идее двухпористой модели движения жидкости (ДМДЖ), имеющей следующий физический смысл.

При движении жидкости через капиллярную трубку под воздействием силы тяготения (G_n), возникающей между массой заполненной трубки и фильтруемой жидкостью, на ее стенке удерживается определенное количество жидкости, величина которой зависит от объемного веса заполненной трубки и плотности жидкости. При определенном диаметре трубки количество удерживаемой жидкости занимает максимальную длину, равную высоте капиллярной каймы (H_k), где оно делится на две равные части. Первая удерживается в первой половине H_k за счет силы G_n , а вторая фильтруется через длину $H_k/2$ за время перемещения отмеченной поверхности воды (ОПВ) на эту длину и удерживается в нижней половине трубки. ДМДЖ рассмотрена в однородной и сухой почвогрунтовой капиллярной среде и в латунной и в пластмассовой трубках.

В процессе впитывания заданного слоя воды h_2 в почвогрунте при таком же гидростатическом давлении (ГСД) ($h_1 = h_2$), или внешней силы (G_n) первая порция воды Fh_1 насыщает определенную толщину $F\ell_1$ и за время t_1 ОПВ со средней истинной скоростью впитывания V_1 перемещается на длину ℓ_1 (рис. 1).

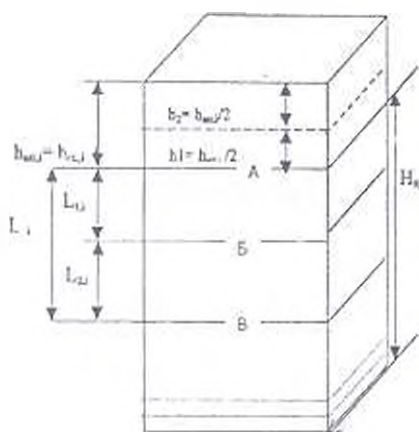


Рис. 1. Схема двухпорционной модели движения воды.

H_k - высота капиллярной каймы
 $h_{w,1}$ - слой впитавшейся воды или ГСД
 L_1 - глубина насыщения почвогрунта слоем $h_{w,1}$
 h_1, h_2 - 1-я и 2-я порции впитавшейся и профильтровавшейся воды за время t_1 и t_2 со скоростями $V_{n,1}$ и $V_{n,2}$
 $L_{1,1}$ - глубина насыщения почвогрунта 1-й порцией воды за время перемещения отмеченной поверхности воды из плоскости А в плоскость Б
 $L_{2,1}$ - глубина насыщения почвогрунта 2-й порцией воды за время перемещения отмеченной поверхности воды из плоскости А в Б и из Б в В

Тут же последует фильтрация второй порции воды Fh_2 через насыщенную толщу ℓ_1 , где ОПВ за время t_2 со средней истинной скоростью фильтрации V_2 перемещается на эту длину, и почвогрунт насыщается на глубине $2\ell_1 = \ell_{об}$.

По данным измеренных однозначных объемов 1-й и 2-й порций воды и насыщенной толщи $F\ell_1$ или $F\ell_{об}$, можем написать:

$h_{нп} = 2V_1t_1 = 2V_2t_2 = 2h_1 = 2h_2 = 2\ell_1W_1 = 2\ell_2W_1 = \ell_{об}W_1$, от куда определяется полная влагоемкость почвогрунта (W) по формуле

$$W = \frac{Fh_1}{F\ell_1} = \frac{Fh_{нп}}{F\ell_{об}} \quad (1)$$

В явучинной и пластмассовой трубках определялись объемный вес трубок с водой ($v_1, v_{нп}$) и объемы связанной воды ($N_{св}, N_{нп}$) и по равенству

$3.33v_{нп}/2.36v_{св} = 0.13N_{св}/0.093N_{нп} = 1.4$ было установлено, что чем больше объемный вес заполненной фильтруемой среды, тем больше объем связанной воды. Значения параметров $N_{св}, V_1, t_1, \ell_{об}, H_k$ и слоя воды $h_{нп}$, заполняющей толщу H_k , показали, что расчетные и опытные величины сходятся и ДМДЖ подтверждается опытом.

Однозначность 1-й и 2-й порций воды видна также из следующего. При отсутствии воздействия внешней силы (G_n) из насыщенной толщи ℓ_1 под влиянием гравитационной силы (G_n) стекает определенный слой воды, равный $h_{ст,1} = \mu\ell_1$, где μ - коэффициент водоотдачи в долях единицы объема $F\ell_1$. В результате длина ℓ_1 увеличивается на величину $h_{ст,1}$, а содержание влаги в толще ℓ_1 уменьшается на такую же величину. Оставшаяся в толще ℓ_1 влага, равная $h_{св} = \ell_1 m$, удерживается силой тяготения, где m - коэффициент влагоемкости связанной воды в долях единицы объема $F\ell_1$. Слой впитавшейся 1-й порции воды составляет

$$\frac{h_{m,1}}{2} = \ell_1 m_1 + \ell_1 \mu_1 \quad (2)$$

Для дополнения дефицита влаги в толщине $\ell_1 m_1$ и $\ell_1 \mu_1$ до полной влажности необходимо подавать такое же количество воды, равное

$$h_{m,2} = \ell_1 \mu_1 + \ell_1 m_1 \quad (3)$$

Сумма 1-й и 2-й порций воды составляет

$$\frac{h_{m,1}}{2} + h_{m,2} = 2\ell_1(\mu_1 + m_1) = 2\ell_1 W_1 = h_{m,2}.$$

Откуда получаем $h_{m,2} = h_{m,1}/2$, т.е. 1-я и 2-я порции воды равны.

Из сущности ДМДЖ и равенства (2) следует, что силы тяготения и гравитации определяются следующими равенствами

$$G_{\pi} = \left(\frac{F h_{m,1} v_1}{2 W_1} - F \ell_1 \rho_{ж,1} \right) g, \quad (5)$$

где F - площадь сечения фильтрующей среды (см^2), v_1 - объемный вес насыщенного фильтрующей среды (г/см^3), $\rho_{ж,1}$ - объемный вес связанной жидкости (г/см^3), g - ускорение силы тяжести, равное 980 см/с^2 . В процессе фильтрации связанная вода в толще ℓ_1 не движется, поэтому необходимость g в (4) отпадает. В этом случае гравитационная сила превышает силу тяготения на величину g и условие $h_1 = h_2$ не соблюдается, и движение 2-й порции воды становится неравномерным. При исключении g из (5) силы G_{π} и G_{π} уравниваются, и движение воды в грунте прекращается. Если на поверхности толщ ℓ_1 приложить внешнюю силу G_{π} и виде силы тяжести массы воды $F h_{m,1}$, $\rho_{ж,1}$, то она превысит силы G_{π} и G_{π} на величину g . Влияние этой силы обеспечивает равномерное движение воды в толще ℓ_1 с постоянной скоростью. Внешняя сила определяется слоем воды $h_{\pi,1}$, который равен толще ℓ_1 или слою h_0 и описывается следующим равенством:

$$F h_{\pi,1} v_1 g = \left(\frac{F h_{m,1} v_1}{2} - F \ell_1 \rho_{ж,1} W_1 \right) g \quad (6)$$

Равенство (6) написано для 1-й порции воды, которая равна $\ell_1 W_1$. В грунте она удваивается, равняясь слою $h_{\pi,1}$. С учетом этого условия из (6) получим

$$h_{\pi,1} v_1 = \frac{h_{m,1}(v_1 - 2\rho_{ж,1})}{2 W_1} \quad (7)$$

Из равенства $F h_{\pi,1} \rho_{ж,1} / 2 = F \ell_1 W_1 v_1$, с учетом условия $h_{m,1} = 2\ell_1$ получаем

$$W_1 = \frac{\rho_{ж,1}}{v_1} \quad (8)$$

Подставляя W_1 из (8) в (7) получим следующее уравнение ДМДЖ

$$h_{\pi,1} = \frac{h_{m,1}(v_1 - 2\rho_{ж,1})}{2\rho_{ж,1}} \quad (9)$$

Если (9) выразить параметром W , то оно примет вид:

$$h_{\phi,i} = \frac{h_{\text{сп},i}(1 - 2W_i)}{2W_i} \quad (10)$$

Для уравнения ДМДЖ необходимым достаточным условием является:

$$h_{\phi,i} = h_{\text{гр},i} = h_{\text{г},i} = h_{\text{сп},i} \quad \text{и} \quad Z = \frac{h_{\text{сп},i}}{h_{\text{гр},i}}, \quad (11)$$

где $h_{\phi,i}$ - слой профильтрованной воды за время перемещения ОПВ на длину l_i или $h_{\text{гр},i}$ (см), $h_{\text{г},i}$ - длина фильтрующей среды (см), $h_{\text{сп},i}$ - высота слоя ГСД (см), $h_{\text{сп},i}$ - спад напора за время перемещения ОПВ на длину $h_{\text{сп},i}$ или $h_{\text{г},i}$ (см), Z - гидравлический уклон потока. Из уравнения (10) видно, что при $h_{\text{гр},i} = h_{\text{г},i} = h_{\text{сп},i} = 1$ см значение $h_{\phi,i}$ будет зависеть от вида грунта, или от коэффициента $k = (1 - 2W_i) / W_i = (v_i - 2\rho_{\text{ж},i}) / \rho_{\text{ж},i}$, где k характеризует фильтрационное свойство капиллярной среды и фильтрующей жидкости. В этом случае уравнение ДМДЖ в (9) и (10) с учетом условия (11) примет вид

$$h_{\phi,i} = \frac{h_{0,\text{гс}}(v_i - 2\rho_{\text{ж},i})}{2\rho_{\text{ж},i}}, \quad \text{или} \quad h_{\phi,i} = \frac{h_{0,\text{гс}}(1 - 2W_i)}{2W_i} \quad (12)$$

Как видно из (12), при определенном значении W_i имеем: $(1 - 2W_i) / 2W_i = 1$ и $h_{\phi,i} = h_{0,i} = 1$ см. Это будет в предельно легком грунте, где $W_i = W_{\text{мин}} = 0.25$.

В этом случае уравнение (12) можем написать в виде

$$h_{0,\phi} = \frac{h_{0,\text{гс}}(1 - 2W_{\text{мин}})}{2W_{\text{мин}}}, \quad \text{или} \quad h_{0,\phi} = \frac{h_{0,\text{гс}}(v_{\text{онр}} - 2\rho_{\text{ж},\text{онр}})}{2\rho_{\text{ж},\text{онр}}} \quad (13)$$

При делении левой и правой частей уравнения (13) на продолжительность перемещения ОПВ на длину $h_{0,\phi}$ (1) получим:

$$h_{\phi,i} = \frac{h_{0,\text{гс}}(1 - 2W_{\text{мин}})}{t_i 2W_{\text{мин}}}, \quad \text{или} \quad h_{\phi,i} = \frac{h_{0,\text{гс}}(v_{\text{онр}} - 2\rho_{\text{ж},\text{онр}})}{t_i 2\rho_{\text{ж},\text{онр}}} \quad (14)$$

Из (14) видно, что в предельно легком грунте условие (11) соблюдается при $t_i - t_0 = 1$ мин, поэтому его можно написать в следующем виде

$$V_{\text{н},\phi} = \frac{h_{0,\text{гс}}(1 - 2W_{\text{мин}})}{t_0 2W_{\text{мин}}}, \quad \text{или} \quad V_{\text{н},\phi} = \frac{h_{0,\text{гс}}(v_{\text{онр}} - 2\rho_{\text{ж},\text{онр}})}{t_0 2\rho_{\text{ж},\text{онр}}} \quad (15)$$

Минутную продолжительность движения жидкости в сантиметровой толще почвогрунта подтверждают опыты, поэтому размеренность скорости принимается в см/мин. В более легких грунтах, где $W_i < W_{\text{мин}}$ и $V_i > V_{\text{н},\phi}$, условие ДМДЖ не соблюдается. В этом случае за счет высокой скорости мельчайшие частицы грунта выносятся за пределы данной толщи и W становится переменной величиной. Если $W_i > W_{\text{мин}}$, то имеем тяжелый грунт, где $V_i < V_{\text{н},\phi}$ и условие (11) и (15) также не соблюдается. В этом случае для заданных значений W_i и v_i и определенной величины $h_{0,\text{гс}}$ из (15) получаем $V_{\text{н},\phi} = 1$ см/мин и его можно переписать в виде

$$V_{0,ф} = \frac{h_{г,опр}(1-2W_i)}{2W_i t_0}, \text{ или } V_{ж,ф} = \frac{h_{г,опр}(v_i - 2\rho_{ж,i})}{2\rho_{ж,i} t_0} \quad (16)$$

Существует предельно максимальный слой впитывавшейся воды ($h_{пр,и} = h_{пр,г}$), насыщающий максимальную толщу почвогрунта, или капиллярную высоту H_k , где процесс впитывания по ДМДЖ завершается и имеем условие $2h_{пр,и} = H_k$. Если в (16) $h_{г,опр}$ заменим параметром $h_{пр,и}$ и примем, что $W_i = 0,333$, то получаем $k=1$ и $h_{г,опр} = 2h_{пр,и}$. Если же примем, что $W_i = 0,4$, то получаем $k=1/2$ и $h_{г,опр} = 4h_{пр,и}$. Это значит, что при увеличении величины $h_{г,опр}$ в 2 раза условия (11) и $2h_{пр,и} = H_k$ обеспечиваются. На этой основе уравнение (16) можем написать в виде

$$4h_0 = \frac{h_{пр,и}(1-2W_i)}{2W_i}, \text{ или } 4h_0 = \frac{h_{пр,и}(v_i - 2\rho_{ж,i})}{2\rho_{ж,i}}$$

откуда получаем следующую формулу для определения параметра $h_{пр,и}$ данного грунта:

$$h_{пр,и} = \frac{8h_0 W_i}{1-2W_i}, \text{ или } h_{пр,и} = \frac{8h_0 \rho_{ж,i}}{v_i - 2\rho_{ж,i}} \quad (17)$$

Согласно (1) и (17), H_k определяется по формуле:

$$H_{k,i} = \frac{8h_0}{1-2W_i}, \text{ или } H_{k,i} = \frac{8h_0 v_i}{v_i - 2\rho_{ж,i}} \quad (18)$$

Если значение W_i меняется от $W=0,25$ до $W \rightarrow 0,5$, то формулы (17) и (18) приемлемы, т.к. этим значениям W соответствуют определенные величины $h_{пр}$. В предельно легком грунте при $W=0,25$ имеем $h_{пр}=4$ см и $H_k=16$ см. В предельно тяжелом грунте при $W=0,49$ $h_{пр}=196$ см и $H_k=400$ см. Значение H_k совпадает с данными, опубликованными в литературе [6].

Поскольку каждый грунт имеет определенные величины W , $h_{пр}$, H_k или $\rho_{ж}$ и v_i , то уравнение (16) можно написать в виде

$$V_{0,ф} = \frac{h_{пр,г}(1-2W_i)}{2W_i t_0}, \text{ или } V_{ж,ф} = \frac{h_{пр,г}(v_i - 2\rho_{ж,i})}{2\rho_{ж,i} t_0} \quad (19)$$

Из сущности ДМДЖ вытекает, что в данной капиллярной трубке связанная жидкость – определенная величина ($N_{св,i}$), которая в зависимости от площади сечения трубки $F_{т,i}$ занимает высоту $h_{св,i}$, равную $h_{св,i} = N_{св,i}/F_{т,i}$. Для единичного объема насыщенного грунта или заполненной трубки $N_{св}$ определяется по равенству $N_{св} = F_{т,i} h_{св,i}(W-\mu)$ или $N_{св,i} = h_{св,i} F_{т,i}(\rho_{ж,i}/v_i - \mu)$, где μ определяется по формуле $\mu = h_0/h_{св,i}$. С учетом значения коэффициента μ величина связанной воды и ее высота в трубке составляют

$$N_{св,i} = \frac{F_0 h_0 (h_{пр,i} W_i - h_0)}{h_{пр,i}}, \text{ или } N_{св,i} = \frac{F_0 h_0 (h_{пр,i} \rho_{ж,i} - h_0 v_i)}{\rho_{ж,i} h_{пр,i}} \quad (20)$$

$$h_{св,i} = \frac{F_0 h_0 (h_{пр,i} W_i - h_0)}{F_{т,i} h_{пр,i}}, \text{ или } h_{св,i} = \frac{F_0 h_0 (h_{пр,i} \rho_{ж,i} - h_0 v_i)}{F_{т,i} h_{пр,i} \rho_{ж,i}} \quad (21)$$

Из (19) видно, что для условия $W_i=0,4$ и $k=1/2$ имеем $t_0=h_{\text{пр},i}/4V_0$, которое приемлемо и для заданных значений W_i и $h_{\text{пр}}$ и соответствующей величины $V_{0,i}$. Поэтому подставляя значение t_0 в (19) получаем следующую зависимость для определения скорости фильтрации от заданного $h_{\text{пр}}$

$$V_{\text{ф},i} = \frac{2V_0 h_{\text{пр},i}(1-2W_i)}{h_{\text{пр}} W_i}, \text{ или } V_{\text{ф},i} = \frac{2V_0 h_{\text{пр},i}(v_i - 2\rho_{\text{ж},i})}{h_{\text{пр}} \rho_{\text{ж},i}} \quad (22)$$

Составляющая $2h_{\text{пр},i}/h_{\text{пр}}$ в (22) представляет собой гидравлический уклон потока, так как падение напора ($h_{\text{пр}}=h_i$) на длину $h_{\text{пр}}/2$ характеризует уклон потока, определяемый по формуле

$$Z_i = \frac{2h_{\text{пр},i}}{h_{\text{пр}}} \quad (23)$$

Составляющая $V_0(1-2W_i)/W_i$ или $V_0(v_i - 2\rho_{\text{ж},i})/\rho_{\text{ж},i}$ в (22) является коэффициентом фильтрации в см/мин, подсчитываемым по формуле

$$K = \frac{V_0(1-2W_i)}{W_i}, \text{ или } K_{\text{ф},i} = \frac{V_0(v_i - 2\rho_{\text{ж},i})}{\rho_{\text{ж},i}} \quad (24)$$

На основании (22), (23), (24) получаем известный линейный закон фильтрации, установленный французским ученым Дарси в 1857г. опытным путем, имеющий следующий вид:

$$V_{\text{ф},i} = K Z_i \quad (25)$$

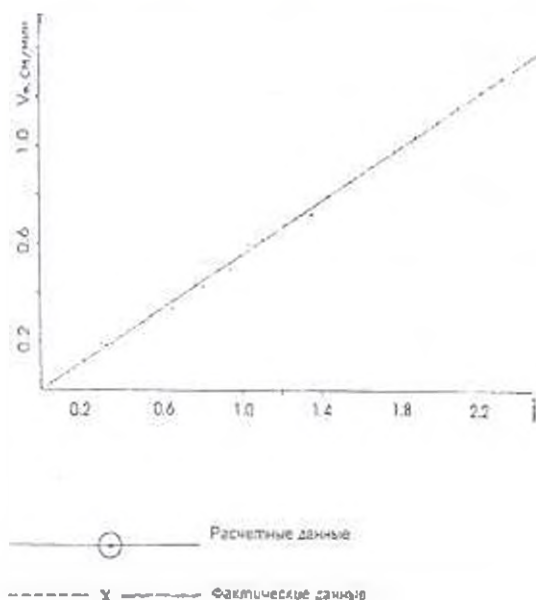


Рис. 2. Изменение скорости фильтрации от гидравлического уклона

В этом законе K - эмпирический коэффициент, который определяется по данным V_0 и Z , поэтому сущность этого закона, кроющаяся в K , не раскрывается. Сущность выявленной закономерности, выраженная в (22) заключается в том, что в данной капиллярной трубке с площадью сечения F_i объем связанной жидкости занимает определенную высоту $h_{\text{пр},i}=h_i$, где сила гравитации, возникающая между массами заполненной трубки и фильтруемой жидкости, уравновешивается с гравита-

сионной силой и приложенная внешняя сила ГСД $h_{г.д} \leq h_{кр}$ придаст неподвижному слою жидкости определенную скорость фильтрации, величина которой меняется пропорционально внешней силе.

Достоверность рассматриваемой закономерности проверена в почвогрунтах и в латунной, и пластмассовой трубках и получены положительные результаты (рис. 2).

ЛИТЕРАТУРА

1. Халпелъ Дж., Бренер Г. Гидродинамика при малых числах Рейнольдса. М., изд-во "Мир", 1976.
2. Палубарникова-Кочина П. Я. Теория движения грунтовых вод. М., Гостехтеориздат, 676 с., 1952.
3. Роде А. А. Почвенная влага. М., изд-во АН СССР, 456 с., 1952.
4. Справочное руководство гидрогеолога. Л., Гостехтеориздат, 836 с., 1950.

Поступила 09.VII 2007