ՀԱՅԿԱԿԱՆ ՍՍՌ ԳԻՏՈՒԹՅՈՒՆՆԵՐԻ ԱԿԱԴԵՄԻԱՅԻ ՏԵՂԵԿԱԳԻՐ
ИЗВЕСТИЯ АКАДЕМИИ НАУК АРМЯНСКОЙ ССР

Ֆիզիկո-մաթեմատ. գիտություններ XIII, № 2, 1960 Физико-математические науки

ПИСЬМО В РЕДАКЦИЮ

По поводу работы „О приближении аналитических функций целыми функциями"

В работе, цитированной в заглавии, опубликованной в № 6 тома XI (1958), по недосмотру автора вкрались некоторые неточности и опечатки. Пользуясь случаем мы одновременно приводим некоторые уточнения теоремы 1 (стр. 7).

1. Условие 1, наложенное на функцию $\lambda(x)$ (стр. 3) следует сформулировать следующим образом:

$y=\lambda(x)$ представляет гладкую линию, имеющую монотонно меняющуюся (при $|x|>c$) касательную и асимптоты, которые лежат сверху кривой и составляют положительный угол β.

2. В первой строке стр. 4 выражение „в начало координат" следует заменить выражением *в бесконечность.*

3. Для R_5 (см. формулу (24) на стр. 12) в работе дана грубая оценка в силу чего получена грубая оценка (12) (см. стр. 7), а эта оценка в свою очередь влияет на теорему 1. При точной оценке R_5, мы получим более сильную теорему. Мы имеем

$$R_5 \leq \frac{CM(\rho)}{\varphi(\rho)} \int\limits_0^{\rho} e^{A_\rho \mu_\lambda \left(\frac{|\xi-z|+r}{\varphi(\xi)}\right)} d\xi. \tag{24}$$

Оценим последний интеграл. Для этого отобразим область D_λ в конечную область G при помощи преобразования $w_1=(z+2i)^{-1}$.

Тогда точки $z=\infty,\ 0,\ -i$ переходят, соответственно, в $w_1=0$, $-\frac{i}{2}$, $-i$. Отобразим область G при помощи преобразования $w_2=\Psi(w_1)$ на круг $|w_2-1|<1$ так, чтобы точки $w_1=0,\ -\frac{i}{2},\ -i$ переходили, соответственно, в $w_2=0,\ 1,\ 2$. Тогда, по известной теореме Варшавского, для модуля отображающей функции при $|w_1|<a$, получим

$$|\Psi(w_1)|>C_5\, exp\left\{-\pi\int\limits_{|w_1|}^{a}\frac{d\rho}{\rho\vartheta(\rho)}\right\}>C_5\, e^{-\frac{\pi}{\beta}\int\limits_{|w_1|}^{a}\frac{d\rho}{\rho}}>C_6\,|w_1|^{\frac{\pi}{\beta}},$$

так как $\vartheta(\rho)>\beta$, $0<\beta<\pi$, где β—угол между асимптотами.

Круг $|w_2-1|<1$ отобразим на полуплоскость $Re w>0$ так, чтобы точки $w_2=0,\ 1,\ 2$ переходили в точки $w=\infty,\ 1,\ 0$. Очевидно, что это отображение осуществляется формулой

$$w=\frac{2-w_2}{w_2}.$$

Отсюда

$$|w|<\frac{4}{|w_2|}<\frac{C_7}{|w_1|^{\frac{\pi}{\beta}}}=C_8|z|^{\pi/\beta}.$$

Поэтому, для функции, отображающей D_λ на полуплоскость $Re w>0$, получим

$$\mu_\lambda(z)=\max_{|z|=R}|f_\lambda(z)|<C_8|z|^{\frac{\pi}{\beta}},$$

причем $f_\lambda(0)=1$.

Отсюда и из (24) получим

$$R_5<\frac{CM(\rho)\rho}{\varphi(\rho)}e^{A\rho\left[\frac{\rho}{\varphi(\rho)}\right]^{\frac{\pi}{\beta}}}.$$

Тогда, учитывая эту оценку и оценки, полученные для R_1, R_2, R_3 и R_4 (см. стр. 12 основного текста), получим

$$|F(z)|<\left[\frac{\rho^2 M(\rho)}{\varepsilon\,\varphi(\rho)}\right]^{\left(\frac{\rho}{\varphi(\rho)}\right)^{\frac{\pi}{\beta}}}. \tag{25}$$

В эту оценку входит вспомогательная функция $\lambda(x)$, так как

$$\rho=|\xi_*|,\quad \xi_*=\xi_{\lambda\varphi}(R).$$

Правая часть неравенства (25) для данного $\varphi(x)$ растет медленно, если $\rho=kR$, $k\geqslant 2$, а ρ принимает указанные значения при $\lambda(x)=Cx$, $C<1$. Таким образом, для модуля аппроксимирующей целой функции, вместо оценки (12), получим оценку:

$$|F(z)|<\left[\frac{CR^2M(kR)}{\varepsilon\varphi(kR)}\right]^{C\left(\frac{R}{\varphi(kR)}\right)^{\frac{\pi}{\beta}}},\quad |z|\leqslant R.$$

Г. М. Аветисян