

Г. С. Саакян

Индукцированное тормозное излучение и поглощение

В присутствии внешнего поля излучения, помимо обычного явления тормозного излучения, появляется добавочное явление—индуцированное тормозное излучение, а также поглощение квантов. Суть тормозного поглощения состоит в том, что электрон, отклоняясь в кулоновском поле ядра, не испускает, а, наоборот, из внешнего поля излучения поглощает квант. Следовательно, в результате индуцированного поглощения, энергия конечного состояния электрона оказывается больше энергии его начального состояния, т. е. частица проходя мимо ядра не замедляется, а ускоряется.

Вычислим вероятности индуцированного поглощения и излучения. Пусть кроме вещества, в пространстве имеется внешнее поле электромагнитного излучения. Матричный элемент процесса, при котором электрон отклоняясь в кулоновском поле ядра испускает квант, определяется формулой [1]

$$S_{if} = \frac{2\pi Ze^2}{q^2 \sqrt{2\omega}} \sqrt{n_k + 1} (\bar{u}_2 Q u_1) \delta(\varepsilon_1 - \varepsilon_2 - \omega), \quad (1)$$

где Ze — заряд ядра, ω — энергия кванта, n_k — число квантов с определенным четырехмерным импульсом $\vec{k}$ ($\vec{k}, i\omega$) во внешнем поле, $u_1(\vec{p}_1)$ и $u_2(\vec{p}_2)$ — амплитуды Дирака соответственно для начального и конечного состояний электрона, $\vec{q} = \vec{p}_1 - \vec{p}_2 - \vec{k}$ — импульс, переданный ядру и Q — оператор, имеющий вид

$$Q = \gamma_\nu \frac{i(\vec{p}_2 + \vec{k}) - m}{(\vec{p}_2 + \vec{k})^2 + m^2} \beta + \beta \frac{i(\vec{p}_1 - \vec{k}) - m}{(\vec{p}_1 - \vec{k})^2 + m^2} \gamma_\nu. \quad (2)$$

Здесь γ_ν — проекция матрицы $\vec{\gamma}$ на направление поляризации кванта (кванты поля n_k и испущенный квант являются идентичными), $\vec{p} = \vec{p}_1$ и $\beta = \gamma_4$ — матрица Дирака. Мы пользуемся системой единиц

$$\hbar = c = 1; \quad \frac{e^2}{4\pi} = \frac{1}{137}$$

Из (1), общезвестным методом, находим вероятность перехода в единицу времени

$$dW = (n_k + 1) d\dot{W}_0. \quad (3)$$

Здесь, чтобы не усложнять результаты предположено, что внешнее поле излучения не поляризовано. dW_0 есть вероятность обычного тормозного излучения в отсутствие внешнего поля излучения

$$dW_0 = \frac{Z^2 e^3}{2\omega q^4} \frac{k^2 dk d\Omega p_2 \varepsilon_2 d\Omega_2}{(2\pi)^5 8\varepsilon_1 \varepsilon_2} \sum_{\lambda} Sp Q (ip_1^{\lambda} - m) \beta Q^{\lambda} \beta (ip_2^{\lambda} - m), \quad (4)$$

где ε_1 и ε_2 — энергии начального и конечного состояний электрона, $d\Omega$ и $d\Omega_2$ — элементы телесных углов в направлениях $\vec{k}$ и $\vec{p}_2$, $\sum_{\lambda}$ — означает суммирование по поляризациям фотонов.

В (3) целесообразно n_k выразить через плотность энергии поля. Имеем

$$n_k \frac{k^2 dk d\Omega}{(2\pi)^3} = \frac{\rho(\omega, \vartheta, \varphi)}{\omega} d\omega d\Omega, \quad (5)$$

где $\rho(\omega, \vartheta, \varphi) d\omega d\Omega$ — плотность энергии излучения, имеющего направление распространения внутри элемента телесного угла $d\Omega$ и частоты в интервале $\omega, \omega + d\omega$. Итак из (3) и (5) получаем

$$dW = \left[1 + 8\pi^3 \frac{\rho(\omega, \vartheta, \varphi)}{\omega^3} \right] dW_0. \quad (3')$$

Теперь перейдем к рассмотрению явления тормозного поглощения кванта электроном. Матричный элемент перехода для этого процесса равен

$$S_{if} = \frac{2\pi Z e^3}{q_1^2 V 2\omega} V n_k (\bar{u}_2 F u_1) \delta(\varepsilon_2 - \varepsilon_1 - \omega), \quad (6)$$

где F — оператор следующего вида

$$F = \gamma_5 \frac{i(\vec{p}_2 - \vec{k}) - m}{(\vec{p}_2 - \vec{k})^2 + m^2} \beta + \beta \frac{i(\vec{p}_1 + \vec{k}) - m}{(\vec{p}_1 + \vec{k})^2 + m^2} \gamma_5, \quad (7)$$

а $\vec{q}_1 = \vec{p}_1 - \vec{p}_2 + \vec{k}$ — импульс, переданный ядру. Сравнение (7) с (2) показывает, что F получается от Q если в последнем $\vec{k}$ заменим через $-\vec{k}$.

Для вероятности перехода в единицу времени из (6) находим

$$dW' = \frac{Z^2 e^6}{2\omega q_1^4} n_k \frac{p_2 \varepsilon_2 d\Omega_2}{(2\pi)^2} \frac{1}{8\varepsilon_1 \varepsilon_2} \sum_{\lambda} Sp F (ip_1^{\lambda} - m) \beta F^{\lambda} \beta (ip_2^{\lambda} - m), \quad (8)$$

где $d\Omega_2$ — элемент телесного угла в направлении $\vec{p}_2$. (8) есть вероятность для поглощения фотона с строго определенным импульсом $\vec{k}$. Спектр излучения в природе обычно является непрерывным по-

тому представляет интерес найти вероятность поглощения фотона, имеющего импульс в интервале $\vec{k}$, $\vec{k} + d\vec{k}$. Для нахождения этой вероятности следует в (8) произвести следующую замену

$$n_k \rightarrow n_k \frac{k^2 dk}{(2\pi)^3} d\Omega = \frac{\rho(\omega, \vartheta, \varphi)}{\omega} d\omega d\Omega. \quad (9)$$

В результате получаем

$$dW' = 8\pi^3 \frac{\rho(\omega, \vartheta, \varphi)}{\omega^3} dW'_0, \quad (10)$$

где

$$dW'_0 = \frac{Z^2 e^8}{2\omega q^4} \frac{k^2 dk d\Omega p_2 \varepsilon_2 d\Omega_2}{(2\pi)^5 8\varepsilon_1 \varepsilon_2} \sum_s \text{Sp} F(\hat{p}_1 - m) \beta F \beta (\hat{p}_2 - m). \quad (11)$$

Отметим, что dW'_0 получится из (4) если в ней везде импульс фотона $\vec{k}$ заменить на $-\vec{k}$. Поэтому нам достаточно выписать формулы для случая испускания квантов.

В случае малых энергий $p_1 \ll m$ известно, что [1]

$$dW_0 = \frac{Z^2 \alpha^3}{\pi} \frac{d\omega}{\omega} \frac{p_2}{\varepsilon_1} \frac{d\Omega d\Omega_2}{(\vec{p}_1 - \vec{p}_2)^4} \frac{[\vec{k}, \vec{p}_1 - \vec{p}_2]}{\omega^2}, \quad (12)$$

где α — постоянная тонкой структуры. При релятивистских энергиях, вероятность определяется известной формулой Бете и Гайглера

$$dW_0 = \frac{Z^2 \alpha^3}{(2\pi)^2} \frac{d\omega}{\omega} \frac{p_2}{\varepsilon_1} \frac{d\Omega d\Omega_2}{q^4} \frac{4}{m^4} \left\{ 4 \left[\vec{k}, \frac{\varepsilon_1 \vec{p}_2}{\chi_1} + \frac{\varepsilon_2 \vec{p}_1}{\chi_2} \right]^2 - \right. \\ \left. - q^2 \left[\vec{k}, \frac{\vec{p}_2}{\chi_1} + \frac{\vec{p}_1}{\chi_2} \right]^2 - \frac{2\omega^2}{\chi_1 \chi_2} \left[\vec{k}, \vec{p}_2 - \vec{p}_1 \right]^2 \right\}, \quad (13)$$

где

$$m^2 \chi_1 = 2\vec{p}_2 \vec{k} = -2\omega(\varepsilon_2 - p_2 \cos \vartheta_2), \\ m^2 \chi_2 = -2\vec{p}_1 \vec{k} = 2\omega(\varepsilon_1 - p_1 \cos \vartheta_1), \quad (14)$$

ϑ_1 и ϑ_2 — углы, образованные векторами $\vec{p}_1$ и $\vec{p}_2$ с $\vec{k}$.

Сравнение (12) и (13) с соответствующими формулами для dW'_0 (как уже было сказано выше, последние получаются из первых заменой $\vec{k}$ на $-\vec{k}$ и ω на $-\omega$) показывает, что при заданной начальной энергии ε_1 всегда имеет место

$$dW'_0 > dW_0. \quad (15)$$

(15) означает, что вероятность индуцированного тормозного поглощения всегда больше вероятности индуцированного испускания кванта.

Теперь посмотрим, при каких условиях вероятность индуцированного излучения превосходит вероятность обычного тормозного излучения. Из (3) видно, что это имеет место при соблюдении условия

$$n_k = 8\pi^3 \frac{\rho(\omega, \vartheta, \varphi)}{\omega^3} > 1. \quad (16)$$

Такие интенсивные поля излучения имеются только во внутренних областях солнца и звезд, а также в нижних слоях их атмосфер. Не совершая большой ошибки, можно предположить, что поле излучения в звездах является полем черного излучения. Тогда

$$8\pi^3 \frac{\rho(\omega, \vartheta, \varphi)}{\omega^3} = \left(e^{\frac{\omega}{aT}} - 1 \right)^{-1}, \quad (17)$$

где a — постоянная Больцмана. В этом случае в формулах (3') и (10) можно по телесным углам $d\Omega$ и $d\Omega_2$ произвести интегрирование. В результате получаем

$$W(\varepsilon_1, \omega) d\omega dx = \left(1 - e^{-\frac{\omega}{aT}} \right)^{-1} dW_0(\varepsilon_1, \omega) d\omega dx, \quad (18)$$

где $W_0(\varepsilon_1, \omega) d\omega dx$ — вероятность того, что электрон с энергией ε_1 , пройдя слой вещества dx в г/см^2 , испустит фотон с энергией в интервале $(\omega, \omega + d\omega)$. В целях сравнения вероятностей тормозного поглощения и испускания квантов, здесь мы выпишем формулы лишь для случая, когда экранировка отсутствует* [1, 2].

$$W_0(\varepsilon_1, \omega) d\omega = 4\bar{\Phi} \frac{N}{A} \left[1 + (1-u)^2 - \frac{2}{3}(1-u) \right] \times \\ \times \left[\ln \frac{2\varepsilon_1(1-u)}{mu} - \frac{1}{2} \right] \frac{du}{u}, \quad (19)$$

где N — число Авогадро, A — атомный вес, $u = \frac{\omega}{\varepsilon_1}$ и $\bar{\Phi} = Z^2 \pi r_0^2 = = Z^2 5,71 \cdot 10^{-28} \text{ см}^2$; r_0 — классический радиус электрона. При нерелятивистских энергиях $p_1 \ll m$ имеем

$$W_0(\varepsilon_1, \omega) d\omega = \frac{8}{3} \bar{\Phi} \frac{N}{A} \frac{m}{T_1} \frac{d\omega}{\omega} \ln \frac{(V T_1 + V T_1 - \omega)^2}{\omega}, \quad (20)$$

где $T_1 = \varepsilon_1 - m$.

В случае поглощения, из (10) имеем

$$W'(\varepsilon_1, \omega) d\omega dx = e^{-\frac{\omega}{aT}} \left(1 - e^{-\frac{\omega}{aT}} \right)^{-1} W_0(\varepsilon_1, \omega) d\omega dx, \quad (21)$$

* Здесь мы не будем обсуждать вопроса экранировки кулоновского поля ядра, атомными электронами. Этот вопрос требует специального исследования, так как, из-за особых физических условий существующих в звездах, явление экранировки, повидному, будет иначе выглядеть, чем это имеет место в земных условиях.

где при отсутствии экранировки

$$W'_0(\varepsilon_1, \omega) d\omega = 4\pi \frac{N}{A} \times \\ \times \frac{du}{u} \left[1 + (1+u)^2 - \frac{2}{3} (1+u) \right] \left[\ln \frac{2\varepsilon_1(1+u)}{mu} - \frac{1}{2} \right], \quad (22)$$

а при нерелятивистских энергиях

$$W'_0(\varepsilon_1, \omega) d\omega = \frac{8}{3} \pi \frac{N}{A} \frac{m d\omega}{T_1 \omega} \ln \frac{(V T_1 + V T_1 + \omega)^2}{\omega}. \quad (23)$$

Из (16) или (18) следует, что при температурах

$$T > \frac{\omega}{a} \quad (24)$$

вероятность индуцированных процессов превышает вероятность обычного тормозного излучения. А при $\omega \ll aT$ вероятности тормозного поглощения и испускания квантов становятся равными. При $\omega = 1 \text{ mev}$, соответствующая температура равна 10^{10} градусов. Такие температуры существуют во внутренних областях некоторых звезд. При температурах (24), вероятности торможения и ускорения частиц, приблизительно равны. При меньших температурах вероятность торможения больше вероятности ускорения и лишь сравнительно небольшая часть частиц будет ускоряться.

В заключение выражаю благодарность И. И. Гольдману за ценное обсуждение настоящей работы.

Физический институт
АН Армянской ССР

Поступила 4 III 1959

Գ. Ս. Սահակյան

ԻՆԴՈՒԿՑԿԱԾ ԱՐԳԵԼԱԿԱՅԻՆ ՃԱՌԱԳԱՅՅՈՒՄ ԵՎ ԿԼԱՆՈՒՄ

Ա Մ Փ Ո Փ Ո Ւ Մ

Աշխատության մեջ ցույց է տրված, որ երբ միջավայրում գոյություն ունի ճառագայթման դաշտ, ապա լիցքավորված մասնիկների համար, բացի սովորական արդելավման ճառագայթման երևույթից, հանդես են գալիս նաև ինդուկցիոն ճառագայթման և կլանման երևույթները:

Սև ճառագայթման դաշտի դեպքում քվանտ առաքելու հավանականությունը տրվում է

$$W(\varepsilon_1, \omega) d\omega = \left(1 - e^{-\frac{\omega}{aT}} \right)^{-1} W'_0(\varepsilon_1, \omega) d\omega \quad (1)$$

բանաձևով, իսկ քվանտ կլանելու հավանականությունը՝

$$W''(\varepsilon_1, \omega) d\omega = e^{-\frac{\omega}{aT}} \left(1 - e^{-\frac{\omega}{aT}} \right)^{-1} W'_0(\varepsilon_1, \omega) d\omega \quad (2)$$

բանաձևով: Այստեղ ω — կլանվող և առաքվող քվանտի էներգիան է, T — ջերմաստիճանը, α — Բոլցմանի հաստատունն է, $W_0(\varepsilon, \omega)$ — սովորական արդիական ճառագայթման հավանականությունն է, ε_1 — մասնիկի լրիվ էներգիան է, իսկ

$$W'_0(\varepsilon_1, \omega) = W_0(\varepsilon_1, -\omega):$$

(1) և (2) համեմատությունից երևում է, որ $\alpha T \gg \omega$ ջերմաստիճանների դեպքում արդիական, կլանման և առաքման հավանականությունները դառնում են իրար հավասար: Այսպիսի ֆիզիկական պայմաններ գոյություն ունեն Արեգակի և աստղերի մեջ: Մեզ թվում է, որ աստղերի ներսի տիրույթներում, արդիական կլանման երևույթի շնորհիվ, կարող են առաջանալ շատ մեծ էներգիայի էլեկտրոններ:

Л И Т Е Р А Т У Р А

1. Ахнєзер А. И. и Берестецкий В. Б. Квантовая электродинамика. ГИТТЛ, М., 1953.
2. Гайлер В. А. Квантовая теория излучения. ИИЛ, М., 1956.