Г. М. Гарибян, О. С. Мергелян

Черенковское и переходное излучение заряженной нити, несущей ток

В работах [1—8] было рассмотрено переходное и черенковское излучение движущегося заряда при различном числе и типах плоских границ раздела сред. В работе [9] было рассмотрено излучение движущейся заряженной нити несущей ток, которая при своем движении не переходила из одной среды в другую. В настоящей работе, методом использованным в [3], решена задача о переходном и черенковском излучении токонесущей заряженной нити. Решению последней задачи предпосылается решение той же задачи в однородной среде, так как оно существенно необходимо для решения основной задачи.

1. Пусть нить с линейной плотностью заряда ρ_0 и током силы j_0 , направленным в положительном направлении оси y , движется в плоскости $z = 0$ из $x = -\infty$ в $x = +\infty$, оставаясь параллельной оси y . Тогда электрическое и магнитное поля будут описываться следующими уравнениями:

$$\begin{aligned} \operatorname{rot} \vec{H} &= \frac{1}{c} \frac{\partial \vec{D}}{\partial t} + \frac{4\pi}{c} (\rho_0 \vec{v} + \vec{j}_0) \delta(x - vt) \delta(z), \\ \operatorname{rot} \vec{E} &= -\frac{1}{c} \frac{\partial \vec{B}}{\partial t}, \\ \operatorname{div} \vec{B} &= 0, \\ \operatorname{div} \vec{D} &= 4\pi \rho_0 \delta(x - vt) \delta(z), \end{aligned} \quad (1)$$

где $\vec{v}$ направлено по оси x , а $\vec{j}_0$ — по оси y .

Представим δ -функции в виде

$$\delta(x - vt) \delta(z) = \frac{1}{(2\pi)^2} \int e^{i \vec{x} \cdot (\vec{p} - v\vec{t})} d\vec{x}, \quad (2)$$

где $\vec{p}$ — радиус-вектор в плоскости (x, z) , а $\vec{x}(k_x, k_z)$ — волновой вектор в той же плоскости.

Обозначив через $\omega = \vec{x} \cdot \vec{v} = k_x v$, выражения для полей будем искать в виде следующего интеграла Фурье:

$$\vec{E}(\vec{r}, t) = \int \vec{E}(\vec{x}) e^{i(\vec{x} \cdot \vec{r} - \omega t)} d\vec{x}. \quad (3)$$

Подставив (3) в (1) для Фурье компонент полей получим выражения:

а) для полей, вызванных линейной плотностью заряда ρ_0 ,

$$\vec{E}^{\rho}(\vec{x}) = -\frac{i\rho_0}{\pi\varepsilon} \frac{\frac{\vec{x} \cdot \vec{v}}{c^2} \varepsilon\mu \vec{v}}{x^2 - \frac{\omega^2}{c^2} \varepsilon\mu}, \quad (4)$$

$$\vec{H}^{\rho}(\vec{x}) = \frac{i\rho_0}{\pi c} \frac{[\vec{x} \vec{v}]}{x^2 - \frac{\omega^2}{c^2} \varepsilon\mu}; \quad (5)$$

б) для полей, вызванных током $\vec{j}_0$

$$\vec{E}^j(\vec{x}) = \frac{i}{\pi c^2} \frac{\omega\mu \vec{j}_0}{x^2 - \frac{\omega^2}{c^2} \varepsilon\mu}, \quad (6)$$

$$\vec{H}^j(\vec{x}) = \frac{i}{\pi c} \frac{[\vec{x} \vec{j}_0]}{x^2 - \frac{\omega^2}{c^2} \varepsilon\mu}. \quad (7)$$

Из формул (4)–(7) видно, что в первом случае электрическое поле имеет компоненты, направленные по осям x и y , тогда как магнитное — только по оси z , а во втором случае — наоборот. Очевидно, что в общем случае, поля будут аддитивно складываться из полей (4)–(7).

Для получения частотного разложения полей, надо в формулах типа (3) произвести интегрирование по переменной k_z . Например, в первом случае для E_x мы имеем выражение

$$E_x^{\rho}(\vec{r}, t) = \frac{i\rho_0}{\pi} \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{d\omega}{\omega\varepsilon(\omega)} e^{i\omega\left(\frac{x}{v} - t\right)} \frac{\omega^2}{v^2} (1 - \beta^2\varepsilon\mu) \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{e^{ik_z z}}{\frac{\omega^2}{v^2} (\beta^2\varepsilon\mu - 1) - k_z^2} dk_z. \quad (8)$$

При интегрировании по k_z нужно принять во внимание, что подынтегральное выражение имеет два полюса: один в верхней, а другой в нижней полуплоскости комплексного переменного k_z . Замыкая контур интегрирования верхней полуокружностью при $z > 0$ и нижней при $z < 0$ и воспользовавшись леммой Жордана, мы получим

$$E_x^{\rho}(\vec{r}, t) = -\frac{\rho_0}{v} \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{V\sqrt{\beta^2\varepsilon\mu - 1}}{\varepsilon(\omega)} e^{i\left(\frac{\omega}{v} V\sqrt{\beta^2\varepsilon\mu - 1} z + \frac{\omega}{v} x - \omega t\right)} d\omega \quad (9)$$

и аналогичные выражения для полей E_z^{ρ} и H_z^{ρ} .

Для полей, вызванных током, будем иметь:

$$E_y^i(\vec{r}, t) = -\frac{j_0}{c^2} \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{\mu(\omega)}{\sqrt{\beta^2 \varepsilon \mu - 1}} e^{i\left(\frac{\omega}{v} \sqrt{\beta^2 \varepsilon \mu - 1} z + \frac{\omega}{v} x - \omega t\right)} d\omega \quad (10)$$

и аналогичные выражения для H_x^i и H_z^i .

При вычислении энергии, излученной единицей длины нити за время ее пролета через 2 единичные площадки симметрично расположенные на расстоянии z от плоскости (xy), надо принять во внимание, что для борзовских частот, удовлетворяющих условию $\beta^2 \varepsilon'(\omega) \mu(\omega) - 1 < 0$ ($\varepsilon = \varepsilon' + i\varepsilon''$, $\varepsilon'' > 0$, μ — действительно), излучение будет сильно затухать, тогда как для черенковских частот ($\beta^2 \varepsilon'(\omega) \mu(\omega) - 1 > 0$) будем иметь

$$\frac{d\omega^e}{dx} = 2 \frac{J_0^2}{v} \operatorname{Re} \int_0^{\infty} \frac{V^{\beta^2 \varepsilon' \mu - 1}}{\varepsilon(\omega)} e^{-\frac{\beta^2 \varepsilon'' \mu}{V^{\beta^2 \varepsilon' \mu - 1}} |z| \frac{\omega}{v}} d\omega, \quad (11)$$

$$\frac{d\omega^i}{dx} = 2 \frac{J_0^2}{c^2 v} \operatorname{Re} \int_0^{\infty} \frac{\mu(\omega)}{V^{\beta^2 \varepsilon \mu - 1}} e^{-\frac{\beta^2 \varepsilon'' \mu}{V^{\beta^2 \varepsilon' \mu - 1}} |z| \frac{\omega}{v}} d\omega. \quad (12)$$

Из вида экспонент в формулах (9) и (10) видно, что угол, под которым движется черенковское поле частоты ω относительно плоскости (xy), определяется выражением $\cos \theta = \frac{1}{\beta \sqrt{\varepsilon' \mu}}$.

Нетрудно убедиться, что интерференции между обоими потоками энергии не будет.

Полученные формулы при $\varepsilon'' = 0$ дают полные потери энергии на единице пути и совпадают с соответствующими формулами, полученными Морозовым [9].

2. Пусть теперь нить, двигаясь также как и в предыдущем случае, переходит из среды с постоянными ε_1 и μ_1 в среду с постоянными ε_2 и μ_2 , причем границей раздела является плоскость $x = 0$.

Чтобы удовлетворить граничным условиям, добавим к имеющимся у нас частным решениям (3) неоднородных уравнений Максвелла решения однородных уравнений в виде

$$\vec{E}_{1,2}(\vec{r}, t) = \int \vec{E}_{1,2}(\vec{z}) e^{i(k_z z + a_{1,2} x - \omega t)} d\vec{z}, \quad (13)$$

где $a_{1,2}^2 = \frac{\omega^2}{v^2} \varepsilon_{1,2} \mu_{1,2} - k_z^2$. Обозначив $a_{1,2} = a'_{1,2} + ia''_{1,2}$ нетрудно видеть,

что $a'_1 < 0$, $a''_1 < 0$, $a'_2 > 0$, $a''_2 > 0$, так как в первой среде имеются только отраженные волны, а во второй — только волны, движущиеся в положительном направлении оси x .

Разложив поля на нормальную и тангенциальную составляющие, запишем условия поперечности полей в виде

$$\begin{aligned} k_z \vec{E}_{1,2t}(\vec{x}) + \alpha_{1,2} \vec{E}_{1,2n}(\vec{x}) &= 0, \\ k_z \vec{H}_{1,2t}(\vec{x}) + \alpha_{1,2} \vec{H}_{1,2n}(\vec{x}) &= 0. \end{aligned} \quad (1.4)$$

С другой стороны, электрическое и магнитное поля связаны между собой соотношениями

$$\begin{aligned} \vec{H}_{1,2}(\vec{x}) &= \frac{c}{\omega \mu_{1,2}} [\vec{n}_z k_z + \vec{n}_x \alpha_{1,2}, \vec{E}_{1,2}(\vec{x})], \\ \vec{E}_{1,2}(\vec{x}) &= -\frac{c}{\omega \varepsilon_{1,2}} [\vec{n}_z k_z + \vec{n}_x \alpha_{1,2}, \vec{H}_{1,2}(\vec{x})], \end{aligned} \quad (15)$$

где $\vec{n}_x$ и $\vec{n}_z$ — единичные векторы осей x и z .

Далее необходимо написать условия сшивки полей на границе раздела сред, откуда получаются следующие выражения для Фурье — компонент полей ($\chi_1 = \varepsilon_1 \mu_1$, $\chi_2 = \varepsilon_2 \mu_2$):

$$E_{1z}^e(\vec{x}) = \alpha_1 \eta, \quad E_{1x}^e(\vec{x}) = -k_z \eta, \quad H_{1y}^e(\vec{x}) = -\frac{\varepsilon_1}{c} \omega \eta, \quad (16)$$

$$E_{1y}^f(\vec{x}) = \frac{\omega}{c} \mu_1 \zeta, \quad H_{1x}^f(\vec{x}) = -k_z \zeta, \quad H_{1z}^f(\vec{x}) = \alpha_1 \zeta, \quad (17)$$

где

$$\eta = \frac{i \rho_0}{\pi} \frac{k_z}{\varepsilon_2 \alpha_1 - \varepsilon_1 \alpha_2} \left\{ \frac{\frac{\varepsilon_2}{\varepsilon_1} - \frac{v}{\omega} \alpha_2}{x^2 - \frac{\omega^2}{c^2} \chi_1} + \frac{-1 + \frac{v}{\omega} \alpha_2}{x^2 - \frac{\omega^2}{c^2} \chi_2} \right\}, \quad (18)$$

$$\zeta = \frac{i j_0}{\pi c} \frac{1}{\mu_1 \alpha_2 - \mu_2 \alpha_1} \left\{ \frac{\frac{\omega}{v} \mu_2 - \mu_1 \alpha_2}{x^2 - \frac{\omega^2}{c^2} \chi_1} + \frac{-\frac{\omega}{v} \mu_2 + \mu_2 \alpha_2}{x^2 - \frac{\omega^2}{c^2} \chi_2} \right\}. \quad (19)$$

Поля излучения во второй среде получаются взаимной заменой индексов 1 и 2 в вышеприведенных формулах. При $\varepsilon_1 = \varepsilon_2$ и $\mu_1 = \mu_2$, как и следовало ожидать, поля излучения (16) и (17) обращаются в нуль.

3. Чтобы получить частотное распределение полей излучения, необходимо в интегралах типа (13) проинтегрировать по k_z . Способ интегрирования по k_z укажем только для случая E_{1z}^e поля. Остальные интегралы вычисляются аналогичным образом. Имеем

$$E_{1z}^e(\vec{r}, t) = \frac{1}{v} \int_{-\infty}^{+\infty} e^{-i\omega t} d\omega \int_{-\infty}^{+\infty} \alpha_1 \eta e^{i(k_z z + z_1 x)} dk_z. \quad (20)$$

Введем новые координаты ρ и θ следующим образом: $z = \rho \sin \theta$, $x = -\rho \cos \theta$. Интеграл по k_z можно представить в виде

$$\int_0^{\infty} \alpha_1 \gamma (e^{f(k_z)\rho} - e^{\varphi(k_z)\rho}) dk_z,$$

где $f(k_z) = ik_z \sin \theta - i\alpha_1 \cos \theta$, $\varphi(k_z) = -ik_z \sin \theta - i\alpha_1 \cos \theta$. Интегрирование будем производить деформированием пути интегрирования в плоскости комплексного переменного k_z . Однако, наличие в подынтегральной функции квадратных корней α_1 и α_2 делает ее неоднозначной: что можно устранить произведя соответствующие разрезы (см. рис. 1 работы [3]). Тогда интегрирование возможно произвести методом перелома, аналогично тому как это было сделано в [3].

Для полей переходного излучения, возникающих от заряженной нити в первой среде, получим выражения на больших расстояниях:

$$E_{1r}^{\rho}(\vec{r}, t) = \frac{\rho_0 \sin \theta \cos \theta}{v \sqrt{2\pi\rho}} \int_{-\infty}^{+\infty} \left(\frac{i\omega}{c}\right)^{\nu_1} \chi_1^{\nu_1} \gamma e^{i\left(\frac{\omega}{c} \sqrt{\chi_1^2 - \omega^2} - \omega t\right)} d\omega, \quad (21)$$

$$H_{1\varphi}^{\rho}(\vec{r}, t) = \frac{\rho_0 \sin \theta \cos \theta}{v \sqrt{2\pi\rho}} \int_{-\infty}^{+\infty} \sqrt{\frac{\varepsilon_1}{\mu_1}} \left(\frac{i\omega}{c}\right)^{\nu_2} \chi_1^{\nu_2} \gamma e^{i\left(\frac{\omega}{c} \sqrt{\chi_1^2 - \omega^2} - \omega t\right)} d\omega, \quad (22)$$

где

$$\gamma = \frac{1}{\varepsilon_2 \sqrt{\chi_1 \cos \theta} + \varepsilon_1 \sqrt{\chi_2 - \chi_1 \sin^2 \theta}} \left\{ \frac{\frac{\varepsilon_2}{\varepsilon_1} - \beta \sqrt{\chi_2 - \chi_1 \sin^2 \theta}}{\frac{\omega^2}{v^2} (1 - \beta^2 \chi_1 \cos^2 \theta)} - \frac{\frac{v^2}{\omega^2}}{1 + \beta \sqrt{\chi_2 - \chi_1 \sin^2 \theta}} \right\}, \quad (23)$$

причем электрическое поле направлено перпендикулярно $\vec{\rho}$.

Переходное излучение возникающее благодаря току нити будет равно

$$H_{1r}^J(\vec{r}, t) = \frac{J_0 \cos \theta}{v \sqrt{2\pi\rho c^2}} \int_{-\infty}^{+\infty} \left(\frac{i\omega}{c}\right)^{-\nu_2} (\chi_1)^{\nu_2} \delta e^{i\left(\frac{\omega}{c} \sqrt{\chi_1^2 - \omega^2} - \omega t\right)} d\omega, \quad (24)$$

$$E_{1\varphi}^J(\vec{r}, t) = -\frac{J_0 \cos \theta}{v \sqrt{2\pi\rho c^2}} \int_{-\infty}^{+\infty} \sqrt{\frac{\mu_1}{\varepsilon_1}} \left(\frac{i\omega}{c}\right)^{-\nu_1} (\chi_1)^{\nu_1} \delta e^{i\left(\frac{\omega}{c} \sqrt{\chi_1^2 - \omega^2} - \omega t\right)} d\omega, \quad (25)$$

где

$$\delta^1 = \frac{1}{\mu_1 \sqrt{\chi_1} \cos \theta + \mu_2 \sqrt{\chi_2 - \chi_1} \sin^2 \theta} \left\{ \frac{\mu_2 - \mu_1 \beta \sqrt{\chi_2 - \chi_1} \sin^2 \theta}{1 - \beta^2 \chi_1 \cos^2 \theta} + \frac{\mu_2}{1 + \beta \sqrt{\chi_2 - \chi_1} \sin^2 \theta} \right\}, \quad (26)$$

причем магнитное поле перпендикулярно направлению $\vec{p}$.

Вектор Пойтинга направлен по вектору $\vec{p}$ и количество переходного излучения, испущенного единицей длины нити за все время ее пролета в угол θ , $\theta + d\theta$, будет равно

$$dW^p = \frac{\rho_0^2 \sin^2 \theta \cos^2 \theta d\theta}{2\pi c^2 v^2} \int_0^\infty \frac{\omega^2}{V \mu_1} (\chi_1)^{3/2} |\tau|^2 \operatorname{Re} (V \bar{\varepsilon}_1) d\omega, \quad (27)$$

$$dW^j = \frac{j_0^2 \cos^2 \theta d\theta}{2\pi c^2} \int_0^\infty \frac{|\chi_1|^{3/2}}{\omega} |\delta|^2 \frac{V \mu_1}{|\varepsilon_1|} \operatorname{Re} (V \bar{\varepsilon}_1) d\omega. \quad (28)$$

Энергия прошедшая через площадку $\rho d\theta$ получится умножением подынтегрального выражения в (27) и (28) на $\exp\left(-\frac{\mu_1 \varepsilon_1}{V \mu_1 \varepsilon_1} \frac{\omega}{c} \rho\right)$, которая учитывает поглощение излучения в среде.

Предел применимости полученных формул, возникающий из-за использования метода перевала при интегрировании по κ_z , определяется соотношением $\rho \gg \lambda / \sin^2 \theta$, где λ — длина волны излучения, деленная на 2π .

4. При деформировании пути интегрирования в линию кратчайшего спуска, мы не учитывали полюсов подынтегрального выражения. В том случае, если они находятся внутри контура интегрирования (см. рис. 4 работы [3]) они дадут вклад в интеграл. Таким полюсом является $k_z = \frac{|\omega|}{v} \sqrt{\beta^2 \chi_1 - 1}$.

Для простоты мы будем полагать $\varepsilon_1 = 0$. Тогда полюс даст вклад в интеграл, если

$$0 < \beta^2 \varepsilon_1 \mu_1 - 1 < \beta^2 \varepsilon_1 \mu_1 \sin^2 \theta. \quad (29)$$

Получающиеся при этом поля описывают черенковское излучение, образовавшееся в первой среде и частично отразившееся от границы раздела сред. Соответствующие потоки черенковского излучения, прошедшего за все время пролета нити через две единичные площадки симметрично расположенные относительно плоскости xu , будут равны:

$$\frac{dW^p}{dx} = 2 \frac{j_0^2}{v} \operatorname{Re} \int_0^\infty \frac{V \sqrt{\beta^2 \varepsilon_1 \mu_1 - 1}}{\varepsilon_1(\omega)} \left| \frac{\varepsilon_2 - \varepsilon_1 \sqrt{\beta^2 (\chi_2 - \chi_1) - 1}}{\varepsilon_2 + \varepsilon_1 \sqrt{\beta^2 (\chi_2 - \chi_1) - 1}} \right|^2 d\omega, \quad (30)$$

$$\frac{dW^f}{dx} = 2 \frac{j_0^2}{c^2 v} R e \int_0^{\infty} \frac{\mu_1}{V \beta^2 \chi_1 - 1} \left| \frac{\mu_2 - \mu_1 \sqrt{\beta^2 (\chi_2 - \chi_1) - 1}}{\mu_2 + \mu_1 \sqrt{\beta^2 (\chi_2 - \chi_1) - 1}} \right|^2 d\omega, \quad (31)$$

причем интегрирование производится по частотам, удовлетворяющим условию (29).

Во второй среде вклад от полюсов даст черенковское излучение образовавшееся в первой среде и частично прошедшее во вторую среду и черенковское излучение, образовавшееся во второй среде. В последнем случае оно задается полем движущейся нити, из которого вычитается вычет поля излучения. Это приводит к тому, что черенковское излучение во второй среде распространяется в области ограниченной двумя плоскостями, проходящими через ось y и образующими с плоскостью (xy) углы $\pm \theta$, где $\cos \theta = \frac{1}{\beta \sqrt{\epsilon_2 \mu_2}}$.

Ереванский государственный университет

Поступила 6 II 1959

Գ. Մ. Ղարիբյան, Լ. Ս. Մերգելյան

ՀՈՍԱՆՔԱՏԱՐ ԼԻՑԲԱՎՈՐՎԱԾ ԹԵԼԻ ՉԵՐԵՆԿՈՎՅԱՆ ԵՎ ԱՆՑՄԱՆ ՃԱՌԱԳԱՅՔՈՒՄՆԵՐԸ

Ա Մ Փ Ո Փ Ո Ւ Մ

Աշխատության մեջ ուսումնասիրված է շերտնկություն ճառագայթումը, որը առաջանում է թելի լիցքի և թելի միջով անցնող հոսանքի հետևանքով: Ուսումնասիրված է նաև անցման ճառագայթումը, որը առաջ է գալիս թելի մի միջավայրից մյուսը անցնելիս:

Ստացված են բանաձևեր շերտնկության և անցման ճառագայթումների էներգիայի հոսքի համար:

Л И Т Е Р А Т У Р А

1. Гинзбург В. Л., Франк И. М. Излучение равномерно движущегося электрона, возникающее при его переходе из одной среды в другую. ЖЭТФ, 16, 15, 1946.
2. Клепиков Н. П. Теория переходного излучения. Вести. МГУ, 8, 61, 1951.
3. Гарибян Г. М. К теории переходного излучения. ЖЭТФ, 33, 1403, 1957.
4. Коржазян Н. А. Решение задачи о переходном излучении методом изображений. Изв. АН АрмССР, 10, № 4, 1957.
5. Пафюмов В. Е. Излучение электрона, пролетающего через пластинку. ЖЭТФ, 33, 1074, 1957.
6. Гарибян Г. М., Чаликян Г. А., Черенковское и переходное излучения заряженной частицы, пролетающей через пластинку. ЖЭТФ, 35, 1282, 1958; Изв. АН Арм. ССР 12, №3, 1959.
7. Гарибян Г. М. Излучение заряженной частицы, пролетающей через слоистую среду. ЖЭТФ 35, 1435, 1958.
8. Гарибян Г. М. К теории переходных эффектов в электродинамике. Изв. АН Арм. ССР, 11, № 4, 1958.
9. Морозов А. И. Взаимодействие между движущейся нитью с током и проводящей стенкой. ЖЭТФ, 31, 1079, 1956; Вести. МГУ, 12, № 1, 1957.