

ОЦЕНКА ПАРАМЕТРОВ СИСТЕМ, ГЕНЕРИРУЮЩИХ ПАССИВНЫЕ КОМПОНЕНТЫ ВЫЗВАННЫХ ПОТЕНЦИАЛОВ I. КАБЕЛЬНАЯ МОДЕЛЬ ПРИ СОГЛАСОВАННОЙ НАГРУЗКЕ

А.Р. САРКИСЯН, О.А. МКРТЧЯН, А.А. МЕЛКОНЯН

Институт физиологии им. Л.А. Орбели НАН Армении, 375028, Ереван

Представлен метод идентификации параметров системы с распределенными параметрами, описываемой кабельным уравнением с согласованной нагрузкой. Метод основан на решении кабельного уравнения в частотной области. Комбинированием аналитических и численных методов выявлены функциональные взаимосвязи между параметрами модели и некоторыми специфическими значениями ее частотных характеристик. Метод позволяет определять параметры системы по ее ответу на произвольный известный входной сигнал.

Ներկայացված է տարաբախշված պարամետրեր ունեցող համաձայնեցված բեռնվածքով կաբելային հավասարումով նկարագրվող համակարգի պարամետրերի իդենտիֆիկացիայի մեթոդ: Մեթոդը հիմնված է հաճախակառնության տիրույթում կաբելային հավասարման լուծման վրա: Ձուգակցելով անալիտիկ և թվային մեթոդները, բացահայտված են մոդելի պարամետրերի և նրա հաճախական բնութագրերի որոշ յուրահատուկ արժեքների ֆունկցիոնալ փոխկապակցությունները: Մեթոդը հնարավորություն է տալիս որոշել համակարգի պարամետրերը համաձայն նրանց պատասխանին կամայական հայտնի մուտքային ազդակին:

It is presented a method of parameters identification for systems with distributed parameters described by cable equation with matched load. This method is based on solution of the cable equation in frequency range. By combining the analytical and numerical methods the functional intercommunications between parameters of the model and the several specific values of its frequency responses are revealed. The method permits to define the system parameters by their response to arbitrary known input signal.

Модель нейрона - кабельное уравнение - идентификация параметров

В модельных исследованиях нейронов центральной проблемой является идентификация параметров кабельного уравнения [11]. Предложены различные методы оценки кабельных параметров [7,8,12]. Ролл [12] предложил аналитическое решение кабельного уравнения для ступеньки тока, приложенной к соме, в виде бесконечной суммы экспонент и ввел метод графической обработки для определения постоянной времени и амплитуд экспонент по экспериментальным записям. На основе этого решения были развиты различные методы оценки параметров. В методе, предложенном Джонсоном [7], электротоническая длина и отношение дендритных и соматических входных проводимостей определялись последовательно, путем численного решения ряда трансцендентных уравнений. Кавато [8] доказал, что существует особое обратное отображение в отношении постоянных времени и амплитуд первых двух экспонент в записи потенциала, вызванного действием ступеньки тока на электротонические параметры кабеля. Соответственно параметры могут быть определены одновременно по отношениям постоянных времени и амплитуд.

Однако эти методы применимы лишь для специфичных входных токов. Для произвольного входного тока решение кабельного уравнения во временной области не определено. Более того, оценка модельных параметров, основанная на постоянных времени и коэффициентах потенциалов, которая требует нахождения корней трансцендентного уравнения, громоздка и склонна к ошибкам даже при использовании оптимизационной техники для получения этих коэффициентов и постоянных времени [4].

В некоторых исследованиях оценка модельных параметров выполнялась прямой подгонкой модельных ответов с экспериментальными как во временной области [3,10],

так и в частотной [6]. Оценка электротонических параметров в частотной области не требует решения трансцендентных уравнений. С целью оценки модельных параметров экспериментальные данные преобразуются и сравниваются с модельным выходом в частотной области. Во избежание преобразования зашумленных экспериментальных данных Али-Хасан и др. [2] комбинировали решение модели в частотной области с подгонкой во временной области, используя быстрое преобразование Фурье (БПФ) для получения выхода модели во временной области. Эти методы прямой подгонки требуют огромного количества вычислений и в некоторых случаях не могут привести к единственности значений параметров [10]. Следовательно, даже учитывая необъятные способности современных компьютеров, представляется важной задача поиска более простых путей определения параметров кабельной модели непосредственно по экспериментальным выходным данным.

Мы предлагаем простой метод оценки параметров кабельной модели по частотным характеристикам записей потенциалов в ответ на произвольный, известный входной ток. Метод основывается на решении кабельного уравнения в частотной области для полубесконечной или кабельной модели с согласованной нагрузкой.

Рассмотрим модель нейрона в виде пассивной электрической линии длиной l , на конце которой подключена некоторая произвольная нагрузка, имеющая комплексное сопротивление Z_L (рис.1, А). Элементарный участок такой линии представлен на рис. 1, Б.

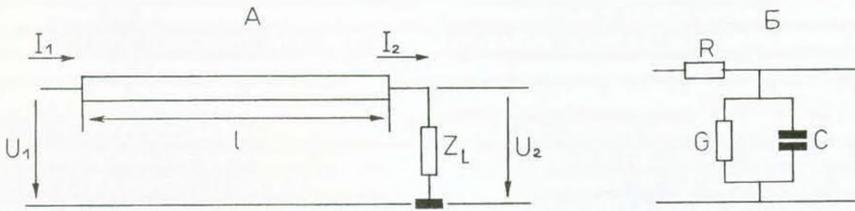


Рис. 1. А - схема замещения нейрона в виде длинной линии (кабеля) длиной l с сосредоточенной нагрузкой, имеющей комплексное сопротивление Z_L . I_1 , U_1 - ток и напряжение в начале линии, I_2 , U_2 - ток и напряжение в конце линии. Б - электрическая схема элементарного участка кабеля. R , G и C - продольное сопротивление, проводимость и емкость кабеля, соответственно.

В терминах описываемой модели входное воздействие на нейрон (субсинаптический ток) представляется током I_1 , подаваемым на начало кабеля (дендрит), а ПСП - напряжением U_2 на нагрузке кабеля (сома).

Исходя из этого, в качестве уравнения модели берется выражение для передаточного сопротивления линии, связывающее ток I_1 и напряжение U_2 .

$$Z = \frac{U_2}{I_1} = \frac{2Z_L Z_C}{(Z_L + Z_C)e^{\gamma l} - (Z_L - Z_C)e^{-\gamma l}}, \quad (1)$$

где $Z_C = \sqrt{\frac{R}{G + j\omega C}} = \frac{R_0}{\sqrt{1 + j\omega\tau}}$ - волновое сопротивление линии,

$\gamma = \sqrt{R(G + j\omega C)} = \frac{1}{\lambda} \sqrt{1 + j\omega\tau}$ - коэффициент распространения, R , G и C -

соответственно продольные сопротивление, проводимость и емкость линии,

$\tau = G / C$ - постоянная времени линии,

$\lambda = \sqrt{\frac{l}{RG}}$ - постоянная длины линии,

$R_0 = \sqrt{R / G}$ - характеристическое сопротивление линии (волновое сопротивление линии при нулевой частоте).

Рассмотрим частный случай модели, когда сопротивление нагрузки равно волновому сопротивлению кабеля (случай согласованной нагрузки): $Z_L = Z_C$. В этом случае

$$Z = Z_c e^{-\gamma l} = \frac{R_0}{\sqrt{1 + j\omega\tau}} e^{-L\sqrt{1 + j\omega\tau}} \quad (2)$$

где $L=l/l_0$ - относительная (электротоническая) длина линии.

В этом уравнении фигурируют три параметра: R_0 , L и τ .

Уравнение (2) намного проще уравнения (1), что позволило выявить взаимосвязь между параметрами модели и графиками ее частотных характеристик, а следовательно, и получить метод для "прямого определения" параметров по частотным характеристикам экспериментального потенциала.

Выражение для Z с разделенной действительной и мнимой частью будет иметь вид:

$$Z = \operatorname{Re}(Z) + j \operatorname{Im}(Z) = \frac{R_0}{e^{La} \sqrt{a^2 + b^2}} \cos(Lb + \varphi) - j \frac{R_0}{e^{La} \sqrt{a^2 + b^2}} \sin(Lb + \varphi) \quad (3)$$

где

$$a = \sqrt{1/2 \left(\sqrt{1 + \omega^2 \tau^2} + 1 \right)}, \quad b = \sqrt{1/2 \left(\sqrt{1 + \omega^2 \tau^2} - 1 \right)}, \quad \varphi = \arctan(b/a).$$

Отметим здесь, что a , b и, следовательно, j являются функциями от величины $\omega\tau$ (а не просто от ω).

Параметр L . Рассмотрим условие, при котором действительная часть (3) обращается в 0 (т.е. график действительной частотной характеристики модели пересекает ось абсцисс, рис. 2, А). Поскольку

$$\frac{R_0}{e^{La} \sqrt{a^2 + b^2}} > 0$$

для любых ω (т.к. $R_0 > 0$ и $\tau > 0$), то $\operatorname{Re}(Z) = 0$ только когда $\cos(Lb + \varphi) = 0$, откуда $Lb + \varphi = \pi/2 + k\pi$ ($k=0, 1, 2, \dots$). (4)

Здесь b и φ - функции от величины $\omega\tau$. Обозначим $n = \omega\tau$. Пусть n_1 - это значение переменной n , удовлетворяющее уравнению (4) для $k=0$, а n_2 - значение переменной n , удовлетворяющее уравнению (4) для $k=1$:

$$Lb(n_1) + \varphi(n_1) = \pi/2, \quad (5)$$

$$Lb(n_2) + \varphi(n_2) = 3\pi/2, \quad (6)$$

Из этих уравнений можно было бы определить L как некоторую функцию от n_1 или от n_2 , однако сами величины n_1 и n_2 зависят от τ . Отношение же $n_2/n_1 = \omega_2\tau/\omega_1\tau = \omega_2/\omega_1$ от τ не зависит, поэтому можно попытаться определить параметр L как некоторую функцию от ω_2/ω_1 . Сделать это можно численным способом. Примем $\tau = \text{const}$ (например, 1). Определим вначале возможный допустимый диапазон изменения параметра L . Меняя L в этом диапазоне с некоторым шагом, будем рассчитывать каждый раз функцию $y = Lb + \varphi$ и находить ω_1 и ω_2 , решая соответственно уравнения (5) и (6) любым численным способом. В результате мы получим таблично заданную зависимость отношения ω_2/ω_1 от L , или наоборот (рис. 2, Б).

Параметр τ . Так как (2) фактически есть функция от $\omega\tau$, и τ фигурирует только как множитель ω , то роль этого параметра заключается (при прочих фиксированных

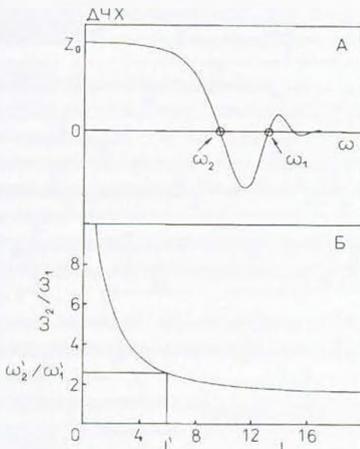


Рис. 2. А - ДЧХ передаточного сопротивления кабеля с согласованной нагрузкой (логарифмическая шкала). ω_1 и ω_2 - значения частоты, в которых ДЧХ пересекает ось частоты. Z_0 определяется как значение первого отсчета ДЧХ. Б - численно рассчитанная зависимость параметра L от ω_2/ω_1 . Имея конкретное значение ω_2/ω_1 , можно легко получить соответствующее значение L .

параметрах) только в растягивании или сжатии графика функции (2) по оси абсцисс.

Примем, что $y_1=f(w)$ - это действительная частотная характеристика (ДЧХ) модели при $t=1$ и $y_2=f(wt)$ - это ДЧХ модели при $t \neq 1$. При этом, если определенная точка на графике y_1 имеет абсциссу w_1 и соответствующая точка на растянутом (или сжатом) графике y_2 имеет абсциссу w_1' , то t вычисляется как

$$t = w_1 / w_1' \quad (7)$$

В качестве w_1' и w_1 можно принять те значения частоты, при которых y_1 и y_2 первый раз обращаются в 0 (см.(5)).

Пусть зависимость L от w_2/w_1 рассчитывается при $t=1$ и при этом в таблице хранятся также значения w_1 . Тогда, если определить значение частоты w_1' , при котором ДЧХ модели (при $t \neq 1$) первый раз обращается в 0, то t можно определить по (7).

Параметр R_0 . Подставив в (2) $w=0$, получим:

$$Z(0) = Z_0 = R_0 e^{-L},$$

$$\text{откуда } R_0 = Z_0 e^L \quad (8)$$

Величина Z_0 определяется по графику ДЧХ передаточного сопротивления как значение первого отсчета (т.е. при $w=0$).

Таким образом, для кабеля с согласованной нагрузкой все три параметра, фигурирующие в уравнении (2), можно непосредственно получить по известным частотным характеристикам (вернее, по трем точкам ДЧХ - Z_0 , w_1 и w_2) передаточного сопротивления модели. Это означает, что при использовании данной модели для описания экспериментальных данных параметры могут быть непосредственно определены по частотным характеристикам экспериментального передаточного сопротивления.

Идентификация параметров модели с согласованной нагрузкой по экспериментальным частотным характеристикам сводится к следующей процедуре.

1. Параметру L последовательно придаются значения от 0,1 до 50 (этот диапазон достаточно широк для моделирования различных ПСП и ВП) с шагом 0,1. Для каждого L находятся корни уравнений (5) и (6) w_1 и w_2 соответственно. При этом принимается $t=1$. Поскольку функция $y(w)=Lb(w)+j(w)$ монотонно возрастающая, w_1 и w_2 можно найти с помощью простого алгоритма дихотомического поиска с любой заданной точностью. Отношение w_2/w_1 , w_1 и соответствующее значение L записываются в специальный файл на диске. Зависимость w_2/w_1 от L обратная (наибольшему значению L соответствует наименьшее значение w_2/w_1). В результате получается таблица зависимости между параметром L и величинами w_2/w_1 и w_1 ($t=1$).

2. Рассчитываются ДЧХ и мнимая частотная характеристика (МЧХ) экспериментального потенциала.

3. По ДЧХ экспериментального передаточного сопротивления определяются первые два значения частоты w_1' и w_2' , при которых ДЧХ обращается в 0. Так как модель довольно чувствительна к параметру L , то его, а следовательно и w_1' и w_2' , нужно определять точно. Пусть частотные характеристики рассчитаны в дискретных точках w_i ($i=0,1,...,m$). Проверая значения ДЧХ во всех точках, находим первую пару соседних отсчетов w_k и w_{k+1} , значения ДЧХ в которых (обозначим их соответственно f_k и f_{k+1}) имеют разные знаки. На отрезке $[w_k, w_{k+1}]$ производится кусочно-линейная аппроксимация ДЧХ и w_1' определяется как место пересечения прямой, соединяющей точки (w_k, f_k) и (w_{k+1}, f_{k+1}) с осью частот:

$$w_1' = (f_{k+1}w_k - f_k w_{k+1}) / (f_{k+1} - f_k).$$

Аналогично находится и w_2' .

4. В рассчитанной таблице зависимости L от w_2/w_1 находится пара значений $(w_2/w_1)_k$, $(w_2/w_1)_{k+1}$, удовлетворяющая $(w_2/w_1)_k \in w_2/w_1 \in (w_2/w_1)_{k+1}$.

По соответствующим значениям L_k и L_{k+1} определяется точное значение параметра L (также путем кусочно-линейной аппроксимации).

5. Аналогично L по той же таблице определяется соответствующее значение w_1 , после чего по формуле (7) вычисляется параметр t .

6. По ДЧХ экспериментального потенциала определяется Z_0 , затем, зная L , по (8) вычисляется параметр R_0 .

7. Вычисляется модельный ответ во временной области с помощью оригинального эффективного алгоритма обратного преобразования Фурье [17].

Таким образом, приведено решение (в частотной области) уравнения пассивной

электрической модели нейрона в виде кабеля конечной длины (дендрит) с согласованной нагрузкой (сома). Как оказалось, для этого случая можно выявить функциональную взаимосвязь между параметрами модели и определенными специфическими значениями ее частотных характеристик. Определение этой взаимосвязи позволило разработать численный метод оценки этих параметров непосредственно по модельным частотным характеристикам и построить сравнительно простую и эффективную процедуру расчета параметров модели по частотным характеристикам экспериментально регистрируемого потенциала.

Представленный метод не использует громоздких рекуррентных вычислений, благодаря чему может быть использован для on-line оценки электротонических параметров непосредственно в виде электрофизиологического эксперимента.

ЛИТЕРАТУРА

1. Саркисян А.Р., Мелконян Д.С., ГосФАП СССР, N50890000341, 1989.
2. Ali-Hassan W.A., Saidel G.M., Durand D. IEEE Trans. Biomed. Eng., 39, 493-501, 1992.
3. Clements J.D., Redman S.J.J. Physiol., 409, 63-87, 1989.
4. D'Aguanno A., Bardakjian B.L., Carlen P.L. IEEE Trans. Biomed. Eng., 33, 1188-1196, 1986.
5. Deutsch S. IEEE Trans. Syst. Man. Cybern., 13, 1007-1010, 1983.
6. Fu P., D'Aguanno, Bardakjian B.L., Carlen P.L. IEEE Trans. Biomed. Eng., 36, 55-64, 1989.
7. Johnston D. Cel. Mol. Neurobiol., 1, 41-55, 1981.
8. Kawato M.J. Theor. Biol., 111, 149-169, 1984.
9. Koch C. Biol. Cybern., 50, 15-33, 1984.
10. Major G., Larkman A.U., Jonas P., Sakmann B., Jack J.J.B. J. Neurosci., 12, 4613-4638, 1994.
11. Rall W. In: Methods in Neuronal Modeling: From Synapses to Networks (Koch C., Segev I., eds), 9-62, MIT Press, Cambridge, MA and London, England, 1989.
12. Rall W. Biophys. J., 9, 1168-1483, 1969.

Поступила 11.V.1998