

ТЕОРИЯ ПОЛЗУЧЕСТИ

У Жуй-Фын

Неустановившаяся ползучесть составных
цилиндрических труб в упругой среде

В настоящей работе рассматривается задача о равновесии составной цилиндрической трубы находящейся в упругой среде, под воздействием равномерного внутреннего давления, с учетом нелинейной ползучести. Задача решается методом линейных решений, данных в работе [1]. Особенность этого метода решения заключается в том, что в качестве первого приближения берется не упругое решение [4], а решение соответствующей задачи линейной ползучести. Именно благодаря этому значительно усиливается быстрота сходимости последовательных приближений.

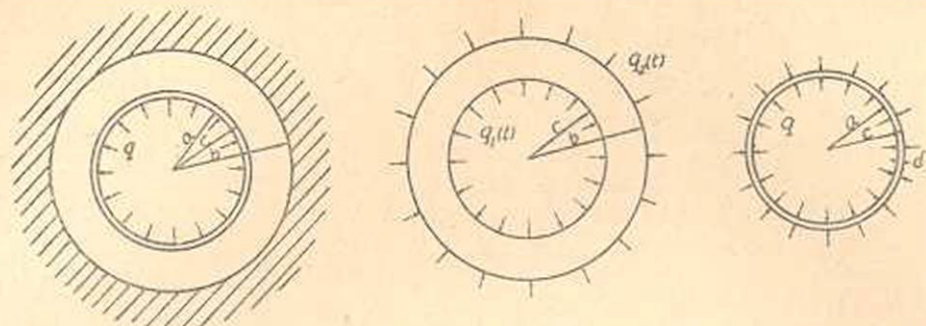
Решение этой задачи в предположении упругой стадии работы материала дано в работах В. Л. Федорова [2], [3]; Н. Х. Арутюняном, М. М. Манукяном дано решение задачи составных цилиндрических труб под действием внутреннего и внешнего равномерного давления с учетом нелинейной ползучести. Задача однородной трубы в упругой среде с учетом линейной ползучести материала была решена М. А. Задояном [5].

§ 1. Постановка задачи

Рассмотрим круглую цилиндрическую трубу, состоящую из двух отдельных полых цилиндров с различными упругими свойствами, связанных по поверхности их соприкосновения, находящуюся в упругой среде. Труба подвергается равномерному внутреннему давлению с интенсивностью q .

Обозначим через a , c , b радиусы двухслойной цилиндрической трубы (фиг. 1).

Не нарушая общности, для простоты будем считать внутренний слой тонкостенной трубой и допустим, что можно пренебречь ее ползучестью по сравнению с ползучестью внешнего слоя. В условиях совместной работы двух слоев тонкостенная труба будет находиться в состоянии равновесия под воздействием внутреннего и внешнего давления с интенсивностями q и $q_1(t)$, причем последнее является радиальной силой взаимодействия между двумя слоями. Внешний слой будет находиться в состоянии равновесия под воздействием $q_1(t)$ и $q_2(t)$.



Фиг. 1.

Здесь $q_2(t)$ является реактивной силой упругой среды. Принимаем гипотезу Винклера, т. е. $q_2(t) = -kU_b(t)$, где k — коэффициент упругости грунта (кг/см^2) и U_b — радиальное перемещение трубы при $r = b$. В силу симметрии касательные напряжения равны нулю.

§ 2. Основные уравнения и их решения

А. Напряжения и перемещения тонкостенной трубы.

Обозначим через $\sigma_{a\varphi}(t)$ и $U_a(t)$ тангенциальное напряжение и радиальное перемещение тонкостенной трубы. Как известно

$$\sigma_{a\varphi}(t) = \frac{aq - cq_1(t)}{\delta},$$

$$c = a + \delta, \quad (1)$$

$$\varepsilon_{a\varphi}(t) = \frac{U_a(t)}{r} = \frac{aq - cq_1(t)}{\delta E_a}.$$

Откуда имеем

$$U_a(t) \Big|_{r=c} = \frac{acq - c^2 q_1(t)}{\delta E_a}, \quad (2)$$

где $\varepsilon_{a\varphi}(t)$ — тангенциальная деформация, E_a — модуль упругости тонкостенной трубы.

В. Напряжения и перемещения внешнего слоя.

Рассмотрим внешний слой как полый цилиндр под воздействием внешнего и внутреннего давлений $q_1(t)$ и $q_2(t)$.

Принимая, что материал внешнего слоя несжимаем, имеем

$$\varepsilon = \varepsilon_r + \varepsilon_\varphi = 0$$

или

$$\frac{\partial U(t)}{\partial r} + \frac{U(t)}{r} = 0. \quad (3)$$

Интегрируя, получим

$$U(t) = \frac{\sqrt{3}}{2} \cdot \frac{c^2}{r} b(t),$$

$$U_b(t) = \frac{\sqrt{3}}{2} \cdot \frac{c^2}{b} \theta(t), \quad U_c(t) = \frac{\sqrt{3}}{2} c \theta(t),$$

$$\varepsilon_r(t) = -\frac{\sqrt{3}}{2} \cdot \frac{c^2}{r^2} \theta(t),$$

и

$$\varepsilon_\varphi(t) = \frac{\sqrt{3}}{2} \cdot \frac{c^2}{r^2} \theta(t),$$

(4)

где $\theta(t)$ — пока неизвестная функция от времени.

В общем случае пространственного напряженного состояния, уравнения, связывающие интенсивность деформаций $\varepsilon_i(t)$ и интенсивность напряжений $\sigma_i(t)$ с учетом ползучести материала и изменения его модуля мгновенной деформации, имеют следующий вид [4]:

$$\varepsilon_i(t) = \frac{\sigma_i(t)}{3G(t)} - \int_{\tau_1}^t \sigma_i(\tau) \frac{\partial}{\partial \tau} \left[\frac{1}{3G(\tau)} \right] d\tau - \int_{\tau_1}^t F[\sigma_i(\tau)] \frac{\partial C(t, \tau)}{\partial \tau} d\tau, \quad (5)$$

где $C(t, \tau)$ — мера ползучести материала при одноосном напряженном состоянии [6] и принято $C(t, \tau) = \varphi(\tau) [1 - e^{-\lambda(t-\tau)}]$; $F[\sigma_i(\tau)]$ — некоторая функция, характеризующая нелинейную зависимость между напряжениями и деформациями ползучести для данного материала, $G(t)$ — модуль мгновенной деформации сдвига, τ_1 — возраст материала в момент приложения нагрузки, t — время, λ — постоянная, определяемая из опыта.

При этом принято

$$\varepsilon_i(t) = \frac{\sqrt{2}}{3} \sqrt{(\varepsilon_r - \varepsilon_\varphi)^2 + (\varepsilon_\varphi - \varepsilon_z)^2 + (\varepsilon_z - \varepsilon_r)^2 + \frac{3}{2}(\gamma_{r\varphi}^2 + \gamma_{\varphi z}^2 + \gamma_{rz}^2)},$$

$$\sigma_i(t) = \frac{\sqrt{2}}{2} \sqrt{(\sigma_r - \sigma_\varphi)^2 + (\sigma_\varphi - \sigma_z)^2 + (\sigma_z - \sigma_r)^2 + 6(\tau_{r\varphi}^2 + \tau_{\varphi z}^2 + \tau_{rz}^2)},$$

$$\sigma_r - \sigma = \frac{2}{3} \frac{\sigma_i}{\varepsilon_i} \varepsilon_r,$$

$$\tau_{r\varphi} = \frac{\sigma_i}{3\varepsilon_i} \gamma_{r\varphi},$$

$$\sigma_\varphi - \sigma = \frac{2}{3} \frac{\sigma_i}{\varepsilon_i} \varepsilon_\varphi,$$

$$\tau_{\varphi z} = \frac{\sigma_i}{3\varepsilon_i} \gamma_{\varphi z},$$

$$\sigma_z - \sigma = \frac{2}{3} \frac{\sigma_i}{\varepsilon_i} \varepsilon_z,$$

$$\tau_{rz} = \frac{\sigma_i}{3\varepsilon_i} \gamma_{rz}.$$

(6)

Из (4) и (6) имеем

$$\varepsilon_i(t) = \frac{c^2}{r^2} \theta(t),$$

(7)

$$\sigma_r(t) - \sigma_\varphi(t) = -\frac{2}{\sqrt{3}} \sigma_i(t).$$

Уравнение равновесия имеет вид

$$\frac{d\sigma_r(t)}{dr} + \frac{\sigma_r(t) - \sigma_\varphi(t)}{r} = 0. \quad (8)$$

Внося (7) в (8) и интегрируя, получим

$$\sigma_r(t) = \frac{2}{V3} \int_c^r \frac{\sigma_l(t)}{r} dr + c_1.$$

Из условий при $r=c$, $\sigma_r(t) = -q_1(t)$ и при $r=b$, $\sigma_r(t) = -u_b k = -\frac{V3}{2} \frac{c^2 k}{b} \theta(t)$, находим

$$\sigma_r(t) + q_1(t) = \frac{2}{V3} \int_c^r \frac{\sigma_l(t)}{r} dr, \quad (9)$$

$$q_1(t) - \frac{V3}{2} \frac{c^2 k}{b} \theta(t) = \frac{2}{V3} \int_c^b \frac{\sigma_l(t)}{r} dr.$$

Для простоты, принимая $G(t) = G = \text{const}$, из (5) и (7) получим

$$\frac{c^2}{r^2} \theta(t) = \frac{\sigma_l(t)}{3G} - \int_{\tau_1}^t F[\sigma_l(\tau)] \frac{\partial C(t, \tau)}{\partial \tau} d\tau. \quad (10)$$

Приняв

$$F[\sigma_l(\tau)] = \alpha \sigma_l(\tau) + \beta \sigma_l^m(\tau) \quad (11)$$

перепишем (10) в следующем виде

$$\sigma_l(t) - \alpha \int_{\tau_1}^t \sigma_l(\tau) K(t, \tau) d\tau - \beta \int_{\tau_1}^t [\sigma_l(\tau)]^m K(t, \tau) d\tau = M(r) \theta(t), \quad (12)$$

где

$$K(t, \tau) = 3G \frac{\partial C(t, \tau)}{\partial \tau}, \quad M(r) = \frac{3Gc^2}{r^2}.$$

Пользуясь методом последовательных приближений [1] и ограничиваясь первыми двумя членами, решение уравнения (12) ищем в следующей форме

$$\sigma_l(t) = \sigma_l^{(0)}(t) + \beta \sigma_l^{(1)}(t) + O(\beta^2).$$

В предыдущей формуле

$$\sigma_l^{(0)}(t) - \alpha \int_{\tau_1}^t \sigma_l^{(0)}(\tau) K(t, \tau) d\tau = M(r) \theta(t), \quad (13)$$

$$\sigma_l^{(1)}(t) - \alpha \int_{\tau_1}^t \sigma_l^{(1)}(\tau) K(t, \tau) d\tau = \int_{\tau_1}^t [\sigma_l^{(0)}(\tau)]^m K(t, \tau) d\tau. \quad (14)$$

Решение уравнения (13) имеет вид

$$\sigma_l^{(0)}(t) = M(r) \theta(t) H_0(t, \tau_1), \quad (15)$$

где

$$H_0(t, \tau_1) = \left[1 + \frac{\alpha}{\theta(t)} \int_{\tau_1}^t \theta(\tau) R(t, \tau, \alpha) d\tau \right],$$

$R(t, \tau, \alpha)$ [1] — резольвента ядра $K(t, \tau)$ и

$$R(t, \tau, \alpha) = \gamma - \eta'(\tau) + [\eta''(\tau) + \eta'^2(\tau) - \gamma\eta'(\tau)] e^{\eta(\tau)} \int_{\tau_1}^t e^{-\eta(z)} dz,$$

$$\eta(t) = \gamma \int_{\tau_1}^t [1 + 3G\alpha\tau(\tau)] d\tau. \quad (16)$$

Подставляя (15) в (14) и решая полученное уравнение, получим

$$\varepsilon_i^{(1)}(t) = [M(r)]^m H_1(t, \tau_1) + \alpha [M(r)]^m \int_{\tau_1}^t H_1(\tau, \tau_1) R(t, \tau, \alpha) d\tau, \quad (17)$$

где

$$H_1(t, \tau_1) = \int_{\tau_1}^t [\theta(\tau) H_0(\tau, \tau_1)]^m K(t, \tau) d\tau,$$

и

$$\begin{aligned} \sigma_i(t) = M(r) \theta(t) H_0(t, \tau_1) + \beta \left\{ H_1(t, \tau_1) [M(r)]^m + \right. \\ \left. + \alpha [M(r)]^m \int_{\tau_1}^t R(t, \tau, \alpha) H_1(\tau, \tau_1) d\tau \right\}. \end{aligned} \quad (18)$$

Внося $\sigma_i(t)$ из (18) в (19), получим

$$q_1(t) - \frac{\sqrt{3}}{2} \frac{c^2}{b} k \theta(t) = \frac{2}{\sqrt{3}} \int_c^b \frac{\sigma_i(t)}{r} dr. \quad (19a)$$

Из условия совместности радиальных перемещений в соприкасающихся поверхностях двух слоев трубы

$$U_a(t) \Big|_{r=c} = U(t) \Big|_{r=c},$$

получаем

$$q_1(t) = \frac{aq}{c} - \frac{\sqrt{3}}{2} \frac{\delta E_a}{c} \theta(t).$$

Подставляя последнее в (19a) и интегрируя по r от $r=c$ до $r=b$, получим

$$\frac{\sqrt{3}aq}{c} - S\theta(t) = \alpha N \int_{\tau_1}^t \theta(\tau) R(t, \tau, \alpha) d\tau +$$

$$+ T \beta \left\{ H_1(t, \tau_1) + \alpha \int_{\tau_1}^t H_1(\tau, \tau_1) R(t, \tau, \alpha) d\tau \right\}, \quad (19)$$

где

$$S = \frac{3}{2} \frac{c^2 k}{b} + \frac{3}{2} \frac{\partial E_a}{c} + \frac{3G(b^2 - c^2)}{b^2}$$

$$N = \frac{3G(b^2 - c^2)}{b^2}, \quad T = \frac{(3G)^m}{m} \cdot \frac{b^{2m} - c^{2m}}{b^{2m}}.$$

Уравнение (19) решается так же, как и уравнение (12)

$$\theta_0(t) + \frac{\alpha N}{S} \int_{\tau_1}^t \theta_0(\tau) R(t, \tau, \alpha) d\tau = \frac{V \sqrt{3} a q}{c S}, \quad (20)$$

$$\theta_1(t) + \frac{\alpha N}{S} \int_{\tau_1}^t \theta_1(\tau) R(t, \tau, \alpha) d\tau =$$

$$= -\frac{T}{S} \left\{ H_1(t, \tau_1) + \alpha \int_{\tau_1}^t R(t, \tau, \alpha) H_1(\tau, \tau_1) d\tau \right\}. \quad (21)$$

Рассматривая $R(t, \tau, \alpha)$ как новое ядро, находим

$$\theta_0(t) = \frac{V \sqrt{3} a q}{c S} \left[1 + \frac{\alpha N}{S} \int_{\tau_1}^t \tilde{R}(\tau, \alpha) d\tau \right], \quad (22)$$

$$\theta_1(t) = -\frac{T}{S} \left\{ H_1(t, \tau_1) + \alpha \int_{\tau_1}^t R(t, \tau, \alpha) H_1(\tau, \tau_1) d\tau \right\} -$$

$$- \frac{\alpha N}{S} \int_{\tau_1}^t \frac{T}{S} \left\{ H_1(\tau, \tau_1) + \alpha \int_{\tau_1}^{\tau} R(\tau, z, \alpha) H_1(z, \tau_1) dz \right\} \tilde{R}(\tau, \alpha) d\tau, \quad (23)$$

где $\tilde{R}(\tau, \alpha)$ — новая резольвента ядра $R(t, \tau, \alpha)$

$$\tilde{R}(\tau, \alpha) = 3G\gamma\alpha\varphi(\tau_1) e^{-\gamma \int_{\tau_1}^{\tau} \left[1 + 3G\alpha\varphi(z) \left(1 - \frac{\alpha N}{S} \right) \right] dz}, \quad (24)$$

а

$$\theta(t) = \theta_0(t) + \beta \theta_1(t) + O(\beta^2). \quad (25)$$

Подставляя (24) и (25) в (18), получим

$$\sigma_i(t) = M(r) \theta_0(t) H_0(t, \tau_1) + \beta M(r) \theta_1(t) H_0(t, \tau_1) +$$

$$+ \beta [M(r)]^m \left\{ \int_{\tau_1}^t [\theta_0(\tau) H_0(\tau, \tau_1)]^m K(t, \tau) d\tau + \right.$$

$$+ \alpha \int_{\tau_1}^t R(t, \tau, \alpha) d\tau \int_{\tau_1}^{\tau} [\theta(z) H_0(z, \tau_1)]^m K(\tau, z) dz \Big\}. \quad (26)$$

Обозначим

$$\left. \begin{aligned} \theta_0(t) + \alpha \int_{\tau_1}^t \theta_0(\tau) R(t, \tau, \alpha) d\tau &= \psi_1(t, \tau_1) \\ \theta_1(t) + \alpha \int_{\tau_1}^t \theta_1(\tau) R(t, \tau, \alpha) d\tau &= \psi_2(t, \tau_1) \end{aligned} \right\}. \quad (27)$$

Тогда имеем

$$\left. \begin{aligned} \sigma_1^{(0)}(t) &= M(r) [\psi_1(t, \tau_1) + \beta \psi_2(t, \tau_1)] \\ \sigma_1^{(1)}(t) &= [M(r)]^m [\psi_3(t, \tau_1) + \beta \psi_4(t, \tau_1)] \end{aligned} \right\}, \quad (28)$$

где

$$\left. \begin{aligned} \psi_3(t, \tau_1) &= \int_{\tau_1}^t [\psi_1(\tau, \tau_1) + \beta \psi_2(\tau, \tau_1)]^m K(t, \tau) d\tau \\ \psi_4(t, \tau_1) &= \alpha \int_{\tau_1}^t R(t, \tau, \alpha) d\tau \int_{\tau_1}^{\tau} [\psi_1(z, \tau_1) + \beta \psi_2(z, \tau_1)]^m K(\tau, z) dz \end{aligned} \right\}. \quad (29)$$

Уравнение (26) приводим к виду

$$\sigma_1(t) = M(r) \psi_1(t, \tau_1) + \beta [M(r) \psi_2(t, \tau_1) + [M(r)]^m [\psi_3(t, \tau_1) + \beta \psi_4(t, \tau_1)]] \quad (30)$$

$\theta_0(t)$ и $\psi_1(t, \tau_1)$ назовем функциями влияния линейной ползучести, а $\theta_1(t)$, $\psi_2(t, \tau_1)$, $\psi_3(t, \tau_1)$ и $\psi_4(t, \tau_1)$ — функциями нелинейной ползучести.

Из (15), (20), (24), (27), (29) имеем

$$\left. \begin{aligned} H_0(\tau_1, \tau_1) &= 1, \\ \psi_1(\tau_1, \tau_1) &= \theta_0(\tau_1) = \frac{\sqrt{3} a q}{c s}, \\ \psi_2(\tau_1, \tau_1) &= \psi_3(\tau_1, \tau_1) = \psi_4(\tau_1, \tau_1) = \theta_1(\tau_1) = H_1(\tau_1, \tau_1) = 0 \end{aligned} \right\}. \quad (31)$$

Подставляя (30) в (9) и интегрируя, получим

$$\begin{aligned} \sigma_r(t) &= \frac{\sqrt{3}}{2} \frac{\partial E_a}{c} [\theta_0(t) + \beta \theta_1(t)] + \frac{\sqrt{3} G (r^2 - c^2)}{r^2} \times \\ &\quad \times [\psi_1(t, \tau_1) + \beta \psi_2(t, \tau_1)] + \\ &\quad + \frac{(3G)^m}{\sqrt{3} \cdot m} \cdot \frac{r^{2m} - c^{2m}}{r^{2m}} \cdot \beta [\psi_3(t, \tau_1) + \psi_4(t, \tau_1)] - \frac{a q}{c}. \end{aligned} \quad (32)$$

Из (7) и (23) получим

$$\begin{aligned} \sigma_r(t) = & \frac{\sqrt{3}}{2} \cdot \frac{\varepsilon E_a}{c} [\theta_0(t) + \beta \theta_1(t)] + \sqrt{3} G \left(1 + \frac{c^2}{r^2} \right) \psi_1(t, \tau_1) + \\ & + \beta \left\{ \sqrt{3} G \left(1 + \frac{c^2}{r^2} \right) \psi_2(t, \tau_1) + \frac{(3G)^m}{\sqrt{3} \cdot m} \left[1 + (2m-1) \cdot \frac{c^{2m}}{r^{2m}} \right] \times \right. \\ & \left. \times [\psi_3(t, \tau_1) + \psi_4(t, \tau_1)] \right\}. \end{aligned} \quad (33)$$

Из (4) и (25) получим

$$U(t) = \frac{\sqrt{3}}{2} \cdot \frac{c^2}{r} [\theta_0(t) + \beta \theta_1(t)]. \quad (34)$$

§ 3. Железобетонная труба

А. Мера ползучести и функция $F(\sigma)$.

Мы попытались описать экспериментальные кривые ползучести бетона, полученные К. С. Карапетяном [6] в лаборатории ползучести и прочности Института математики и механики АН Армянской ССР. Получено следующее соотношение между напряжениями и деформациями

$$\varepsilon_a(t) = \left(\frac{4450}{\tau^2 + 3030} + 0,28 \right) [1 - e^{-0,03(t-\tau)}] [\alpha \sigma(t) + \beta \sigma^4(t)] \times 10^{-5}.$$

Здесь $\alpha = 0,999995$, $\beta = 5 \cdot 10^{-6} \text{ см}^6/\text{кг}^3$, $\alpha + \beta = 1$,

$$\varphi(\tau) = \left(\frac{4450}{\tau^2 + 3030} + 0,28 \right) \times 10^{-5}.$$

При $\sigma = 1$ получаем меру ползучести $C(t, \tau)$ для $\sigma \geq 0,5 R$, где R — прочность данного бетона.

$$C(t, \tau) = \left(\frac{4450}{\tau^2 + 3030} + 0,28 \right) [1 - e^{-0,03(t-\tau)}] \times 10^{-5} \text{ кг/см}^2. \quad (35)$$

При $\tau \geq 14$ дней и $(t - \tau) \geq 40$ дней уравнение (34) хорошо совпадает с экспериментальными кривыми. Наибольшая погрешность не превышает 20%. При $\sigma < 0,5 R$ наибольшая погрешность не превышает 26%.

В. Пример. В качестве приложения рассмотрим железобетонную трубу, находящуюся под воздействием равномерного внутреннего давления q в упругой среде, причем $a = 200 \text{ см}$, $b = 300 \text{ см}$, $c = 200,6 \text{ см}$, $\delta = 0,6 \text{ см}$, $G_s = 0,7 \cdot 10^5 \text{ кг/см}^2$, $E_a = 2 \cdot 10^8 \text{ кг/см}^2$, $\nu_a = 0,3$, $\tau_1 = 180$ дней, $k = 100 \text{ кг/см}^3$, $R = 40 \text{ кг/см}^2$ (прочность армированного бетона на растяжение).

Для простоты вычислений принимаем

$$\varphi(\tau) = C_0 = 0,28 \cdot 10^{-5}; \text{ т. е. } C(t, \tau) = 0,28 [1 - e^{-0,03(t-\tau)}] \times 10^{-5} \text{ см}^2/\text{кг}.$$

По формулам (22)–(34) при помощи численного интегрирования по формуле Симпсона получены результаты, которые приведены в табл. 1 (при $q = 10 \text{ кг/см}^2$), в табл. 2 (при $q = 15 \text{ кг/см}^2$) и в табл. 3 (при $q = 20 \text{ кг/см}^2$).

Таблица 1

Напряжения (в кг/см^2) и перемещения (в мм) при $\tau = 180$ дней и $q = 10 \text{ кг/см}^2$

t (дни)	С учетом линейной ползучести						С учетом нелинейной ползучести					
	$\sigma_{\varphi}(t)$ ($r=c$)	$\sigma_{\varphi}(t)$ ($r=b$)	$\sigma_r(t)$ $r=c$	$\sigma_r(t)$ $r=b$	$\sigma_{a\varphi}(t)$	$U_c(t)$	$\sigma_{\varphi}(t)$ $r=c$	$\sigma_{\varphi}(t)$ $r=b$	$\sigma_r(t)$ $r=c$	$\sigma_r(t)$ $r=b$	$\sigma_{a\varphi}(t)$	$U_c(t)$
180	19.30	11.35	-9.39	-1.38	204.9	0.205	19.30	11.35	-9.39	-1.38	204.9	0.205
210	17.53	10.24	-9.23	-1.72	259.6	0.260	17.13	9.90	-9.23	-1.83	258.1	0.259
240	16.46	9.46	-9.16	-1.99	281.6	0.278	15.93	9.03	-9.17	-2.17	277.1	0.278
330	14.69	8.23	-9.13	-2.43	291.0	0.288	14.06	7.69	-9.14	-2.58	287.5	0.288
510	14.44	8.10	-9.13	-2.49	291.0	0.288	13.80	7.54	-9.14	-2.64	287.5	0.288

Таблица 2

Напряжения (в кг/см^2) и перемещения (в мм) при $\tau = 180$ дней и $q = 15 \text{ кг/см}^2$

t (дни)	С учетом линейной ползучести						С учетом нелинейной ползучести					
	$\sigma_{\varphi}(t)$ $r=c$	$\sigma_{\varphi}(t)$ $r=b$	$\sigma_r(t)$ $r=c$	$\sigma_r(t)$ $r=b$	$\sigma_{a\varphi}(t)$	$U_c(t)$	$\sigma_{\varphi}(t)$ $r=c$	$\sigma_{\varphi}(t)$ $r=b$	$\sigma_r(t)$ $r=c$	$\sigma_r(t)$ $r=b$	$\sigma_{a\varphi}(t)$	$U_c(t)$
180	29.3	16.94	-14.06	-2.13	306.5	0.21	29.30	16.94	-14.06	-2.13	306.5	0.210
210	27.11	15.46	-13.89	-2.13	389.7	0.39	23.64	14.60	-13.80	-2.84	382.8	0.380
240	25.29	14.12	-13.70	-2.52	420.9	0.422	21.50	12.21	-13.68	-3.30	407.2	0.410
330	22.85	12.46	-13.65	-3.13	432.5	0.438	18.79	10.22	-13.64	-4.03	422.6	0.424
510	22.35	12.06	-13.65	-3.22	432.5	0.438	18.23	9.74	-13.64	-4.12	422.6	0.424

Таблица 3

Напряжения (в кг/см^2) и перемещения (в мм) при $\tau = 180$ дней и $q = 20 \text{ кг/см}^2$

t (дни)	С учетом линейной ползучести						С учетом нелинейной ползучести					
	$\sigma_{\varphi}(t)$ $r=c$	$\sigma_{\varphi}(t)$ $r=b$	$\sigma_r(t)$ $r=c$	$\sigma_r(t)$ $r=b$	$\sigma_{a\varphi}(t)$	$U_c(t)$	$\sigma_{\varphi}(t)$ $r=c$	$\sigma_{\varphi}(t)$ $r=b$	$\sigma_r(t)$ $r=c$	$\sigma_r(t)$ $r=b$	$\sigma_{a\varphi}(t)$	$U_c(t)$
180	38.67	22.71	-18.71	-2.76	409.8	0.411	38.67	22.71	-18.71	-2.76	409.8	0.411
210	35.32	20.47	-18.40	-3.74	519.3	0.519	24.86	17.88	-18.50	-4.30	495.7	0.497
240	32.92	18.86	-18.24	-4.28	561.2	0.563	22.34	15.91	-18.40	-6.00	519.3	0.521
330	29.38	16.47	-18.20	-4.85	582.0	0.584	16.76	12.65	-18.30	-7.24	538.7	0.540
510	28.88	16.20	-18.20	-4.99	582.0	0.584	16.20	12.37	-18.30	-7.50	538.6	0.540

Одновременно по формуле В. Л. Федорова [2]

$$\sigma_{a\varphi} = \frac{qaE_a}{\delta E_a + kb \left(a + \frac{\delta}{2} \right)}$$

для случая, когда бетон не работает на растяжение при $q = 20 \text{ кг/см}^2$ получим $\sigma_{a\varphi} = 1110 \text{ кг/см}^2$.

Из рассмотрения таблиц 1, 2 и 3 приходим к заключениям:

1) Напряжение $\sigma_p(t)$, вследствие ползучести бетона, затухает. При низком напряжении влияние нелинейной ползучести очень малое, а с возрастанием напряжений деформация нелинейной ползучести сильно влияет на напряжения; в данном случае при $q = 10 \text{ кг/см}^2$ влияние линейной и нелинейной ползучести почти одинаково, а при $q = 15 \text{ кг/см}^2$ и $q = 20 \text{ кг/см}^2$ затухание напряжений $\sigma_p(t)$ с учетом линейной ползучести достигает до 24% и 26%, а с учетом нелинейной ползучести уже до 38% и 57%, т. е. при большом напряжении учет влияния нелинейной ползучести стал необходимым.

2) Напряжение $\sigma_r(t)$, вследствие ползучести бетона, растет. Но в данном случае, с инженерной точки зрения, рост напряжений $\sigma_r(t)$ не имеет практического значения.

3) Напряжение в арматуре $\sigma_{ar}(t)$, вследствие ползучести бетона, увеличивается до 45%. При учете влияния нелинейной ползучести рост напряжений $\sigma_{ar}(t)$ уменьшается.

Институт математики и механики
АН Армянской ССР

Поступила 25 III 1959

Ու Փ ա լ Ֆ ի Յ

ԲԱՆԱԴՐՅԱԼ ԳԼԱՆԱՅԻՆ ԽՈՂՈՎԱԿԻ ԶԿԱՅՈՒՆԱՑՎԱԾ ՍՈՂՔԸ ԱՌԱՋԳԱԿԱՆ ՄԻՋԱՎԱՅՐՈՒՄ

Ա Մ Փ Ո Փ Ո Ւ Մ

Ոչ-զծալին սողքի հաշվառումով տառամասերում է առաձգական միջավայրում գտնվող բաղադրյալ զանալին խողովակի հավասարակշռությունը ներքին հավասարաչափ ճնշման աղբյուրից թափ: Օղտագործելով հավասարակշռության հավասարումը և ընդունելով արտաքին ճնշափ նյութը անսկզբակի, խնդիրը բերվում է լարումների ինտեգրալային նկատմամբ Վոլտերրի տիպի ոչ-զծալին ինտեգրալ հավասարման:

Այդ հավասարման լուծումը սրանում է փոքր պարամետրի նկատմամբ աստիճանային շարքի տեսքով: Առաջին մոտավորությունը ներկայացնում է խնդրի լուծումը զծալին սողքի հաշվառումով:

Երկաթբետոնե խողովակի համար բերված են թվային օրինակներ և կազմված են աղյուսակներ:

ЛИТЕРАТУРА

1. Александрян Р. А., Арутюнян Н. Х., Манукян М. М., Кручение тонкостенных стержней замкнутого профиля в условиях неустановившейся ползучести. «Прикладная математика и механика», № 6, 1958.
2. Федоров В. Л. Расчет облицовок напорных гидротехнических тоннелей на внутреннее давление. Изв. НИИГ, т. 26, 1939.
3. Галеркин Б. Г. Напряженное состояние цилиндрической трубы в упругой среде. Собрание сочинений, т. I, 1952.

4. Арутюнян Н. Х., Манукян М. М. Ползучесть составных цилиндрических труб. Изв. АН Армянской ССР, т. 10, № 6, 1951.
5. Задоян М. А. Напряженное состояние цилиндрической трубы в упругой среде с учетом ползучести материала. Изв. АН Армянской ССР, т. 9, № 9, 1956.
6. Арутюнян Н. Х. Некоторые вопросы теории ползучести. Гостехиздаг, М.-Л., 1952.
7. Карапетян К. С. (в печати).