

ФИЗИКА

Н. А. Корхмазян

Переходное излучение при наклонном падении заряда

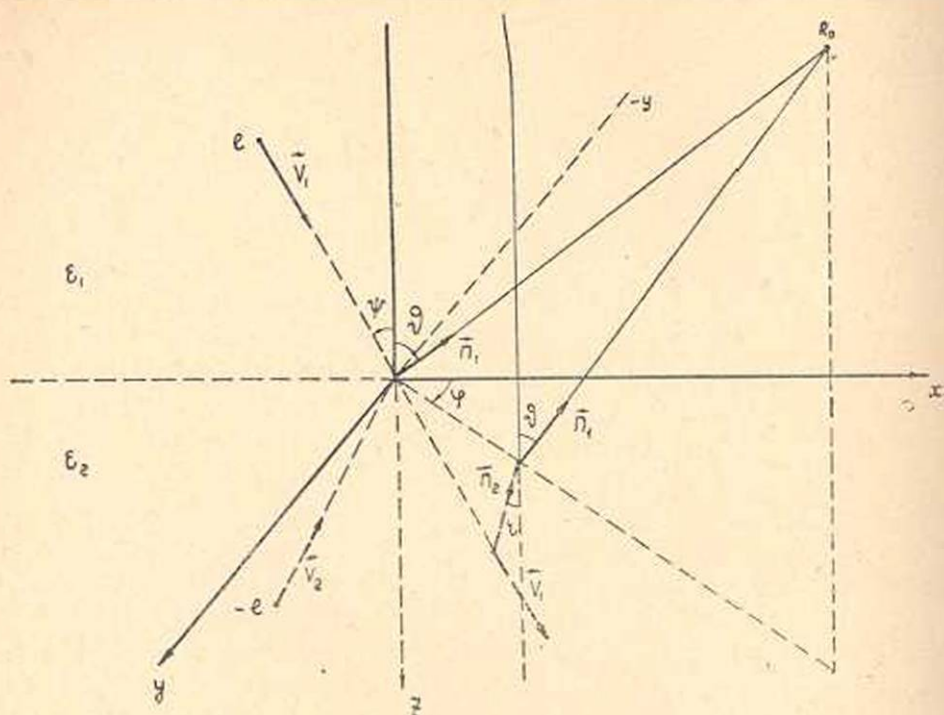
Как известно [1], при прохождении заряженной частицы через границу раздела двух сред возникает излучение, спектр которого простирается от самых длинных волн до ультрафиолетовых включительно. Подсчет интенсивности излучения в единичном телесном угле в единичном интервале частот в данном направлении был сделан впервые В. Гинзбургом и И. Франком [1], а в дальнейшем — рядом других авторов [2], [3]. В настоящей работе приводится решение той же задачи в более общем случае, а именно, когда частица переходит плоскую границу раздела двух произвольных сред при произвольном угле падения*. Задача решена методом изображения заряда [3], дающим возможность более наглядного и быстрого достижения цели.

Итак, пусть заряженная частица с зарядом e и со скоростью V падает под углом Ψ к перпендикуляру, восстановленному к плоской границе раздела двух произвольных сред, характеризующихся комплексными диэлектрическими постоянными ϵ_1 и ϵ_2 . Плоскость, определяемая скоростью падающей частицы и перпендикуляром восстановленным к плоской границе раздела двух сред в точке перехода частицы, примем за плоскость XZ , а оси координат выберем, как указано на фиг. 1. Начало координат помещено в точке столкновения частицы и ее изображения.

Нашей задачей будет определение интенсивности переходного излучения в единичном телесном угле, в единичном интервале частот в точке (R_0, φ, θ) первой среды (фиг. 1) при больших R_0 (волновая зона) и при условии $(\Psi < \frac{\pi}{2})$. Сохраняя ход решения таким же, что и в [3], мы должны написать потенциалы Лье́на-Вихерта, созданные движущимися заряженной частицей и ее изображением.

Обозначая скорость заряженной частицы и ее изображения соответственно через $\vec{V}_1$ и $\vec{V}_2$ ($|\vec{V}_1| = |\vec{V}_2|$) для вектор-потенциала не-

* В существующих работах рассматривается перпендикулярное падение заряженной частицы на плоскую границу раздела двух произвольных сред.



Фиг. 1.

посредственно до столкновения в точке (R_0, φ, θ) первой среды, можем написать:

$$\vec{A}_1 = \frac{e\vec{V}_1}{cR_0[1 - \sqrt{\varepsilon_1} \beta \cdot \cos(\vec{n}_1, \vec{V}_1)]} + \frac{(-ef) \cdot \vec{V}_2}{cR_0[1 - \sqrt{\varepsilon_1} \beta \cos(\vec{n}_1, \vec{V}_2)]}, \quad \beta = \frac{V}{c}. \quad (1)$$

Потенциал же непосредственно после столкновения в той же точке будет (отраженные волны в этом случае в первую среду не попадут):

$$\vec{A}_2 = \frac{e\vec{V}_1}{cR_0[1 - \sqrt{\varepsilon_2} \beta \cdot \cos(\vec{n}_2, \vec{V}_1)]} \cdot \frac{V\sqrt{\varepsilon_1}}{V\sqrt{\varepsilon_2}} \cdot (1 + f). \quad (2)$$

Здесь f , как и в [3], — коэффициент отражения для волн, отраженных в первой среде, фактор $\frac{V\sqrt{\varepsilon_1}}{V\sqrt{\varepsilon_2}} \cdot (1 + f)$ есть коэффициент преломления Френеля для амплитуды волн, попадающих из второй среды в первую, $\vec{n}_1 = \frac{\vec{R}_0}{R_0}$, а $\vec{n}_2$ — единичный вектор, имеющий направление луча, исходящего из заряда (после проникновения его во вторую среду), который, преломляясь на границе раздела двух сред, попадет в точку $\vec{R}_0$. Из приведенной фигуры видно, что:

$$\begin{aligned} \cos(\vec{V}_1, X) &= \sin \Psi & \cos(\vec{V}_2, X) &= \sin \Psi \\ \cos(\vec{V}_1, Y) &= 0 & \cos(\vec{V}_2, Y) &= 0 \\ \cos(\vec{V}_1, Z) &= \cos \Psi & \cos(\vec{V}_2, Z) &= -\cos \Psi. \end{aligned} \quad (3)$$

Учитывая это, потенциалы (1) и (2) можно написать в компонентах:

$$\begin{aligned} A_{1,x} &= \frac{eV \cdot \sin \Psi}{cR_0} \left[\frac{1}{1 - \sqrt{\varepsilon_1} \beta \cos(\vec{n}_1, \vec{V}_1)} - \frac{f}{1 - \sqrt{\varepsilon_1} \beta \cos(\vec{n}_1, \vec{V}_2)} \right], \\ A_{1,z} &= \frac{eV \cdot \cos \Psi}{cR_0} \left[\frac{1}{1 - \sqrt{\varepsilon_1} \beta \cos(\vec{n}_1, \vec{V}_1)} + \frac{f}{1 - \sqrt{\varepsilon_1} \beta \cos(\vec{n}_1, \vec{V}_2)} \right], \\ A_{2,x} &= \frac{eV \cdot \sin \Psi}{cR_0} \cdot \frac{1}{1 - \sqrt{\varepsilon_2} \beta \cos(\vec{n}_2, \vec{V}_1)} \cdot \frac{\sqrt{\varepsilon_1}}{\sqrt{\varepsilon_2}} \cdot (1+f), \\ A_{2,z} &= \frac{eV \cdot \cos \Psi}{cR_0} \cdot \frac{1}{1 - \sqrt{\varepsilon_2} \beta \cos(\vec{n}_2, \vec{V}_1)} \cdot \frac{\sqrt{\varepsilon_1}}{\sqrt{\varepsilon_2}} \cdot (1+f), \\ A_{1,y} &= A_{2,y} = 0. \end{aligned} \quad (4)$$

Воспользовавшись выражением для фурье-компоненты магнитного поля

$$\vec{H}_\omega = \frac{1}{2\pi c} \{ [\vec{A}_2 \vec{n}_2] - [\vec{A}_1 \vec{n}_1] \}, \quad (5)$$

формулой для излучения при столкновении быстрых заряженных частиц

$$W_\omega(\theta, \varphi) = \sqrt{\varepsilon_1} \cdot c \cdot |\vec{H}_\omega|^2 \cdot R_0^2 \quad (6)$$

(см. работу [3]) и выражениями для направляющих косинусов единичных векторов $\vec{n}_1$ и $\vec{n}_2$, можно подсчитать интересующее нас излучение*. Направляющие косинусы для $\vec{n}_1$ будут:

$$\begin{aligned} \cos(\vec{n}_1, X) &= \sin \theta \cdot \cos \varphi, \\ \cos(\vec{n}_1, Y) &= \sin \theta \cdot \sin \varphi, \\ \cos(\vec{n}_1, Z) &= -\cos \theta, \end{aligned} \quad (7)$$

а для компонентов $\vec{n}_2$, учитывая закон преломления $\frac{\sin r}{\sin \theta} = \frac{\sqrt{\varepsilon_1}}{\sqrt{\varepsilon_2}}$, получим:

$$\begin{aligned} \cos(\vec{n}_2, X) &= \sin \theta \cdot \cos \varphi \cdot \frac{\sqrt{\varepsilon_1}}{\sqrt{\varepsilon_2}}, \\ \cos(\vec{n}_2, Y) &= \sin \theta \cdot \sin \varphi \cdot \frac{\sqrt{\varepsilon_1}}{\sqrt{\varepsilon_2}}, \\ \cos(\vec{n}_2, Z) &= -\sqrt{1 - \frac{\varepsilon_1}{\varepsilon_2} \cdot \sin^2 \theta}. \end{aligned} \quad (8)$$

Знак перед корнем в $\cos(\vec{n}_2, Z)$ выбран в соответствии с тем, что при $\varepsilon_1 = \varepsilon_2$ вектор $\vec{n}_2$ должен совпасть с вектором $\vec{n}_1$.

* Несомненно учитывать, что точки преломления лучей находятся в окрестности начала координат.

Подставляя далее (4), (7) и (8) в (5), а потом (5) в (6), получим решение поставленной задачи в следующем виде:

$$\begin{aligned}
 W_{\omega}(\vartheta, \varphi) = & \frac{e^2 \sqrt{\varepsilon_1} V^2}{4 \pi^2 c^3} \left| \sin \vartheta \left[\frac{1+f}{1-\sqrt{\varepsilon_2} \beta \cos(\vec{n}_2, \vec{V}_1)} \cdot \frac{\varepsilon_1}{\varepsilon_2} - \right. \right. \\
 & - \frac{f}{1-\sqrt{\varepsilon_1} \beta \cos(\vec{n}_1, \vec{V}_2)} - \frac{1}{1-\sqrt{\varepsilon_1} \beta \cos(\vec{n}_1, \vec{V}_1)} \left. \right] (\vec{i} \sin \varphi \cos \Psi - \\
 & - \vec{j} \cos \varphi \cos \Psi - \vec{k} \sin \varphi \sin \Psi) - \\
 & - \vec{j} \sin \Psi \left[\frac{1+f}{1-\sqrt{\varepsilon_2} \beta \cos(\vec{n}_2, \vec{V}_1)} \cdot \frac{\sqrt{\varepsilon_1}}{\sqrt{\varepsilon_2}} \sqrt{1-\frac{\varepsilon_1}{\varepsilon_2} \sin^2 \vartheta} + \right. \\
 & + \frac{f \cos \vartheta}{1-\sqrt{\varepsilon_1} \beta \cos(\vec{n}_1, \vec{V}_2)} - \frac{\cos \vartheta}{1-\sqrt{\varepsilon_1} \beta \cos(\vec{n}_1, \vec{V}_1)} \left. \right] - \\
 & \left. - \vec{k} \frac{2 \cdot f \sin \vartheta \sin \varphi \sin \Psi^2}{1-\sqrt{\varepsilon_1} \beta \cos(\vec{n}_1, \vec{V}_2)} \right| \quad (9)
 \end{aligned}$$

где $\vec{i}, \vec{j}, \vec{k}$ — единичные векторы соответственно по осям X, Y, Z , а вместо косинусов в знаменателях следует брать:

$$\cos(\vec{n}_1, \vec{V}_1) = \sin \vartheta \cdot \cos \varphi \cdot \sin \Psi - \cos \vartheta \cdot \cos \Psi,$$

$$\cos(\vec{n}_1, \vec{V}_2) = \sin \vartheta \cdot \cos \varphi \cdot \sin \Psi + \cos \vartheta \cdot \cos \Psi,$$

$$\cos(\vec{n}_2, \vec{V}_1) = \sin \vartheta \cdot \cos \varphi \cdot \sin \Psi \cdot \frac{\sqrt{\varepsilon_1}}{\sqrt{\varepsilon_2}} - \sqrt{1 - \frac{\varepsilon_1}{\varepsilon_2} \sin^2 \vartheta} \cdot \cos \Psi. \quad (10)$$

Помня, что при $\varepsilon_1 = \varepsilon_2$, $f = 0$ и $\cos(\vec{n}_2, \vec{V}_1) = \cos(\vec{n}_1, \vec{V}_1)$, из (9) можно убедиться, что переходное излучение в этом случае исчезает. Из той же формулы (9) не трудно также видеть, что при $\Psi = 0$ (перпендикулярное падение) получается формула (7) работы [3] или соответствующая формула из [1].

Заметим, что полученная нами формула (9) верна в том приближении, в каком направления лучей в первой среде, е. посланные к точке $(R_0, \varphi, \vartheta)$, непосредственно до и после столкновения, можно считать совпадающими с направлением радиуса-вектора, проведенного из начала координат к той же точке (фиг. 1). Учитывая, что столкновение в основном происходит при расстояниях между зарядом и ее изображением порядка атомных размеров a , оценим это приближение. Координаты заряда в момент столкновения будут $(-x, 0, a)$, а координаты наблюдаемой точки обозначим через (R_{0x}, R_{0y}, R_{0z}) .

Расстояние между этими точками будет:

$$R = \sqrt{(R_{0x} + x)^2 + R_{0y}^2 + (R_{0z} - a)^2}$$

и вышеуказанное приближение гласит: $R \simeq R_0$. При $a \ll |R_0|$, т. е. $a \ll R_0 \cos \vartheta$ или $\cos \vartheta \simeq 10^2 \cdot \frac{a}{R_0} \simeq 10^{-4}$ (для $a \simeq 10^{-8} \text{ см}$ и $R_0 \simeq 10^{-1} \text{ см}$), получим: $\vartheta \lesssim 90^\circ - 0,006^\circ$ причем R принимает следующий вид:

$$R \simeq \sqrt{x^2 + 2R_0 \cdot x \cdot \sin \vartheta \cdot \cos \varphi + R_0^2},$$

где $x \simeq a \cdot \operatorname{tg} \Psi$. Для выполнения условий $R \simeq R_0$ необходимо, чтобы $a \operatorname{tg} \Psi \ll R_0$, откуда для Ψ получаем такой же предел, что и для ϑ : $\Psi \lesssim 90^\circ - 0,006^\circ$. Таковы границы применимости формулы (9).

Не трудно заметить, что при переходе к пределу $\Psi \rightarrow \frac{\pi}{2}$, с од-

ной стороны $n_{1,y} \rightarrow 0$, $n_{1,z} \rightarrow 0$, и с другой, или $\vec{A}_2 \rightarrow 0$ при $\varepsilon_2 > \varepsilon_1$ (полное внутреннее отражение), или же $n_{2,y} \rightarrow 0$, $n_{2,z} \rightarrow 0$ при $\varepsilon_2 < \varepsilon_1^*$. Учитывая эти обстоятельства и принимая во внимание формулы (4), (5) и (6), можно заключить, что при таком предельном случае излучение исчезает.

Заметим еще, что формула (9) справедлива вдали от нулей в знаменателях. Условия равенства нулю знаменателей совпадают с условиями черенковского излучения в первой и во второй средах.

Рассмотрим подробнее частный случай двух сред: вакуум-идеальный проводник. Если падение заряженной частицы происходит из вакуума в идеальный проводник под углом Ψ , то интенсивность переходного излучения будет (подставим в (9) $\varepsilon_1 = 1$, $\varepsilon_2 = \infty$ и $f = 1$):

$$W_\omega(\vartheta, \varphi) = \frac{e^2 V^2}{4\pi^2 c^3} \cdot \frac{4 \sin^2 \vartheta \cdot \cos^2 \Psi +}{[1 - \beta(\sin \vartheta \cdot \cos \varphi \cdot \sin \Psi + \cos \vartheta \cdot \cos \Psi)]^2} \times \\ \times \frac{\beta \cdot \sin 2\Psi [\beta \cdot \sin 2\Psi (1 - \sin^2 \vartheta \cdot \sin^2 \varphi) - 4 \cdot \sin \vartheta \cos \varphi \cdot \cos \Psi]}{[1 - \beta(\sin \vartheta \cdot \cos \varphi \cdot \sin \Psi - \cos \vartheta \cdot \cos \Psi)]^2}. \quad (11)$$

Эта функция для произвольных допустимых Ψ и ϑ , в зависимости от φ , получает экстремальные значения в плоскости падения частицы, т. е. при условии $\sin \varphi = 0$. В этом случае выражение (11) принимает следующий вид:

$$W_\omega(\vartheta) = \frac{e^2 V^2}{\pi^2 c^3} \cdot \cos^2 \Psi \left\{ \frac{\sin \vartheta - \beta \sin \Psi}{[1 + \beta \cos(\vartheta + \Psi)] \cdot [1 - \beta \cos(\vartheta - \Psi)]} \right\}^2, \quad \varphi = 0; \\ W_\omega(\vartheta) = \frac{e^2 V^2}{\pi^2 c^3} \cdot \cos^2 \Psi \left\{ \frac{\sin \vartheta + \beta \sin \Psi}{[1 - \beta \cos(\vartheta + \Psi)] \cdot [1 + \beta \cos(\vartheta - \Psi)]} \right\}^2, \quad \varphi = \pi. \quad (12)$$

* Здесь начала векторов $\vec{n}_1$ и $\vec{n}_2$ уже не находятся в окрестности начала координат, а удаляются от него до бесконечности совместно с $\Psi \rightarrow \frac{\pi}{2}$.

Так как $0 \leq \vartheta < \frac{\pi}{2}$, то максимальные значения излучения в плоскости падения (XZ) определяются из следующих условий

$$\begin{aligned}\sin \vartheta &= \beta \sin \Psi \pm \frac{\sqrt{(1-\beta^2)(1-\beta^2 \sin^2 \Psi)}}{\beta}, & \varphi = 0; \\ \sin \vartheta &= -\beta \sin \Psi + \frac{\sqrt{(1-\beta^2)(1-\beta^2 \sin^2 \Psi)}}{\beta}, & \varphi = \pi,\end{aligned}\quad (13)$$

а в направлении $\sin \vartheta = \beta \sin \Psi$, $\varphi = 0$, излучение отсутствует. Когда вторые слагаемые в выражениях (13) больше первых, т. е. при $\beta \sin \Psi < \sqrt{1-\beta^2}$, получается по одному максимуму по обе стороны оси Z . В этом случае, конечно, максимум может быть один, или вообще отсутствовать (для малых β правые части (13) становятся больше единицы). Если же первый член больше второго, $\beta \sin \Psi > \sqrt{1-\beta^2}$, то правее оси Z получается либо два максимума, либо один, в согласии с тем: меньше или больше единицы правая часть первой из формул (13), взятая со знаком плюс (фиг. 2).

На этих графиках (построенных при помощи формул (12)) даны угловые распределения в произвольных масштабах (одинаковых для всех кривых) для интенсивности переходных излучений, в зависимости от угла падения Ψ и от β . Ветви (a, a_1), (b, b_1) и (c, c_1) соответствуют значениям $\beta = 0,9$ и $\Psi = 15^\circ, 45^\circ, 75^\circ$, а ветви (d, d_1) — значениям $\beta = 0,5$ и $\Psi = 15^\circ$. (Радиальные размеры ветвей b_1 и c_1 уменьшены в 2 раза).

На фиг. 3, для примера, приведены еще три графика распределения интенсивности по углам (для этих кривых масштабы те же, что и на фиг. 2), в плоскости YZ . Кривые m, n, l соответствуют значениям $\beta = 0,9$, $\Psi = 15^\circ$, $\beta = 0,95$, $\Psi = 45^\circ$; $\beta = 0,5$, $\Psi = 45^\circ$ (радиальные размеры кривой l увеличены в 3 раза).

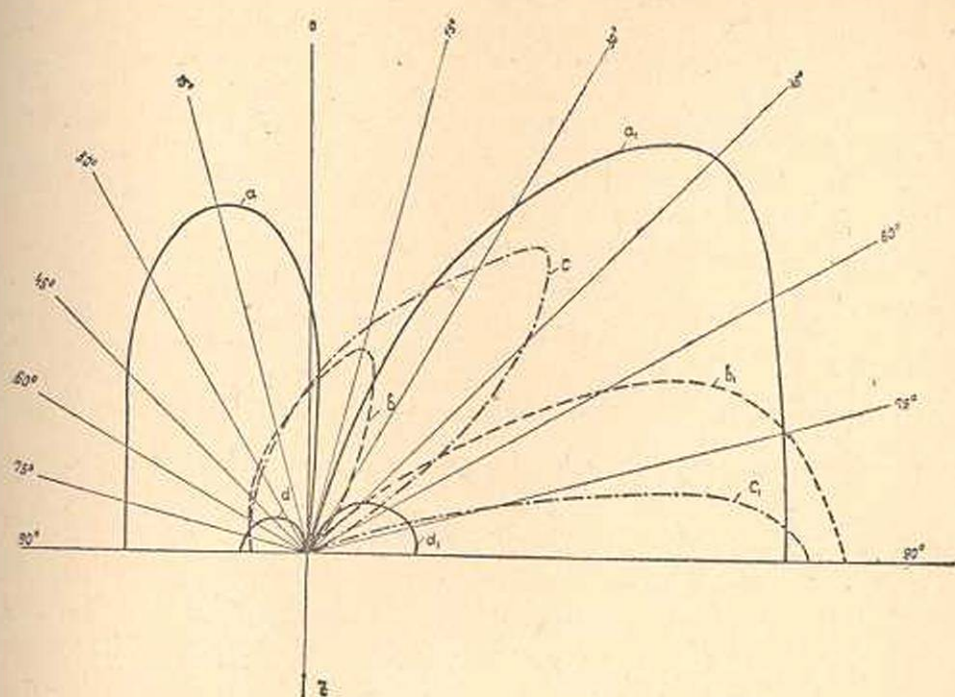
Формула (11) симметрична по отношению к плоскости падения $[W_\omega(\vartheta, \varphi) = W_\omega(\vartheta, -\varphi)]$ и при $\varphi = \pm \frac{\pi}{2}$ переходит в

$$W_\omega(\vartheta) = \frac{e^2 V^2}{\pi^2 c^3} \cdot \cos^2 \Psi \frac{\sin^2 \vartheta + \beta^2 \sin^2 \Psi \cdot \cos^2 \vartheta}{(1 - \beta^2 \cos^2 \Psi \cdot \cos^2 \vartheta)^2}. \quad (14)$$

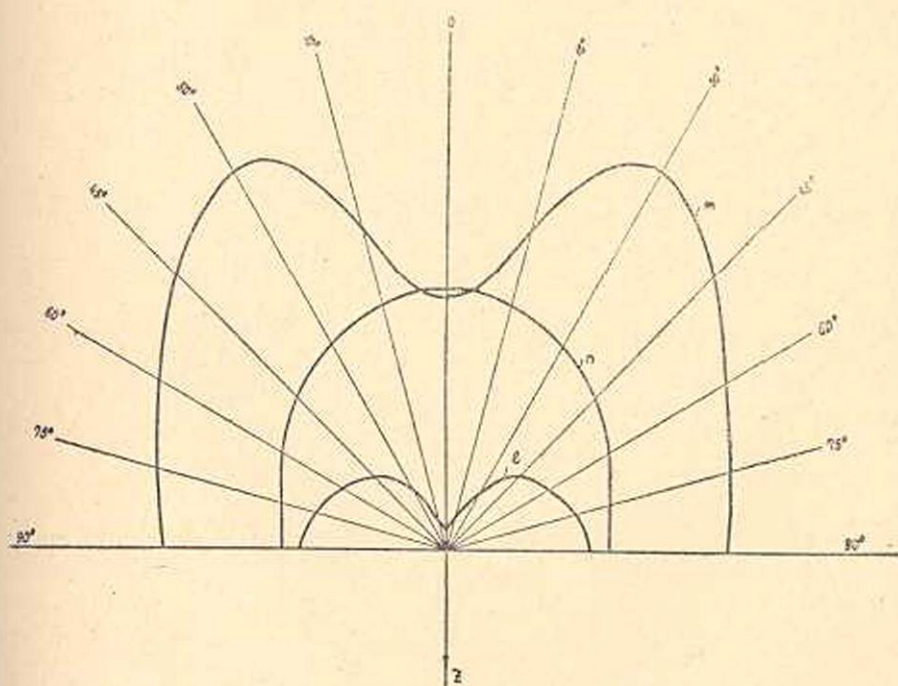
Направления экстремальных значений этой функции в зависимости от угла ϑ получаются из условий

$$\begin{aligned}\sin \vartheta &= 0, \\ \sin \vartheta &= \frac{1}{\beta \cos \Psi} \cdot \sqrt{\frac{1 - \beta^2 - \beta^4 \sin^2 \Psi \cdot \cos^2 \Psi}{1 - \beta^2 \sin^2 \Psi}}, & \varphi = \pm \frac{\pi}{2},\end{aligned}\quad (15)$$

причем, если $1 - \beta^2 - \beta^4 \sin^2 \Psi \cdot \cos^2 \Psi > 0$; $\left(\sin 2\Psi < \frac{2\sqrt{1-\beta^2}}{\beta^2}\right)$; то



Фиг. 2.



Фиг. 3.

направление $\vartheta = 0$ соответствует минимуму. В этом случае существуют еще два (симметричные по отношению оси Z) максимума, направление которых определяется из второго уравнения (15). При $\sin 2\varPsi \geq \frac{2\sqrt{1-\beta^2}}{\beta^2}$ имеется единственный максимум по направлению

$\vartheta = 0$. Если же β настолько мало, что правая часть (15) становится больше единицы вместе с условием $\beta^2 \cdot \sin 2\varPsi < 2\sqrt{1-\beta^2}$, то существует единственный минимум по направлению $\vartheta = 0$. При $\varPsi = 0$ условия (15) совпадают с (13) и излучение в направлении $\vartheta = 0$ — ноль (14). Из формулы (13) можно сделать еще следующие заключения: а) при $\beta \rightarrow 1$, имеем $\vartheta \rightarrow \varPsi$; в) т. к. с одной стороны при $\varPsi = 0$ направление максимального излучения определяется из условия $\sin \vartheta = \frac{\sqrt{1-\beta^2}}{\beta}$, а с другой, — при угле падения заряженной частицы, определяемом условием $\sin \varPsi = \frac{\sqrt{1-\beta^2}}{\beta}$; левый максимум излучения идет по направлению $\vartheta = 0^*$, то эти два направления можно переставить. Заметим еще, что при помощи формулы (5) можно судить также о поляризации переходного излучения для рассмотренного здесь более общего случая.

В заключение приношу благодарность Г. М. Гарибяну, за обсуждение настоящей работы в ходе ее выполнения.

Ереванский государственный
университет

Поступило 31 III 1958

Դ. Ա. ԴՈՐԽՄԱԶՅԱՆ

ԱՆՑՈՒՄԱՅԻՆ ՃԱՌԱԳԱՅՅՈՒՄԸ ԼԻՑԻԻ ԹԵՔ ԱՆԿՄԱՆ ԴԵՊՔՈՒՄ

Ա Մ Փ Ո Փ Ո Ւ Մ

Երբ լիցքավորված մասնիկը երկու համասեռ միջավայրերի հարթ սահմանն անցնում է որոշ V հաստատուն արագությամբ, ապա առաջանում է, այսպես կոչված, անցումային ճառագայթում: Արդ ճառագայթման ինտենսիվության բաշխումն, ըստ ապկունների և ըստ հաճախության, մի շարք հնդիշակների կողմից հաշված է տարբեր մեթոդներով: Սակայն այս հարցին վերաբերող գոյություն ունեցող մեթոդները քննարկում են այն մասնավոր դեպքը, երբ լիցքավորված մասնիկը երկու միջավայրերի սահմանն անցնում է նրանց բաժանման հարթությանն ուղղահայաց ուղղությամբ: Ներկա աշխատության մեջ՝ նշված ինդիքը բաժանված է ավելի ընդհանուր դեպքի համար՝ երբ լիցքավորված մասնիկը երկու միջավայրերի սահմանն անցնում է ցանկացած $\psi < \frac{\pi}{2}$ անկյան տակ (երբ $\varPsi = 0$ ստացվում են վերը նշված մաս-

* При этом условии слагаемые (13) становятся равными по величине.

նախորդ արդյունքները): Մանրամասն դիտարկվում է վախճում—իզնալական հաղորդիչ մասնավոր դեպքը: Բերված են գրաֆիկներ, որոնք նկարագրում են ճառագայթման ինտենսիվության անկյունային բաշխումը անկման հարթության և նրան ուղղահայաց հարթության մեջ, կախված Ψ -ից և β -ից: Ստացված են աննշտվուշներ, որոնք որոշում են զրո և մաքսիմալ ճառագայթման ուղղությունները ջանկացած Ψ -ի և β -ի դեպքում: Պարզված է նաև ճառագայթման բևեռացման հարցը:

Л И Т Е Р А Т У Р А

1. Гинзбург В. и Франк И. ЖЭТФ. 16, 15 (1946).
2. Гарибян Г. М. ЖЭТФ. 33, 1403 (1957).
3. Корхмязян Н. А. Известия АН Армянской ССР, X, № 4, 29 (1957).
4. Ландау Л. и Лифшиц Е. Теория поля, изд. 2 (1958).