

Г. М. Гарибян

К теории переходных эффектов в электродинамике

В работах [1]—[3] было рассмотрено электромагнитное излучение, возникающее при прохождении заряженной частицы через одну или несколько границ раздела сред, когда частица двигалась перпендикулярно этим границам. В настоящей работе рассматривается случай движения заряженной частицы из одной среды в другую наклонно к границе раздела этих сред. С помощью полученных формул рассчитано рассеяние, испытываемое частицей при входе из вакуума в идеальный проводник, и притяжение, испытываемое заряженной частицей, движущейся параллельно поверхности идеального проводника, из-за наличия индуцированных зарядов.

1. Пусть плоскость $z = a$ есть граница раздела двух сред, описываемых диэлектрическими постоянными ϵ_1 и ϵ_2 . Частица движется со скоростью $\vec{v}$ в плоскости (y, z) . Электромагнитное поле описывается уравнениями

$$\begin{aligned} \operatorname{rot} \vec{H} &= \frac{1}{c} \frac{\partial \vec{D}}{\partial t} + \frac{4\pi}{c} e \vec{v} \delta(\vec{r} - \vec{v}t); & \operatorname{div} \vec{B} &= 0 \\ \operatorname{rot} \vec{E} &= -\frac{1}{c} \frac{\partial \vec{B}}{\partial t}; & \operatorname{div} \vec{D} &= 4\pi e \delta(\vec{r} - \vec{v}t). \end{aligned} \quad (1)$$

Поле заряженной частицы будем искать в виде:

$$\vec{E}_{1,2}(\vec{r}, t) = \int \vec{E}_{1,2}(\vec{k}) e^{i(\vec{k} \cdot \vec{r} - \omega t)} d\vec{k} \quad \text{и т. п.} \quad (2)$$

где индексы 1 и 2 относятся к первой и второй среде, а

$$\omega = \vec{k} \cdot \vec{v} = k_y v_y + k_z v_z. \quad (3)$$

Фурье-компоненты полей (2) имеют тот же вид, что и приведенный в [1], с той лишь разницей, что теперь ω определяется формулой (3). Решение однородных уравнений представим в виде

$$\vec{E}'_{1,2}(\vec{r}, t) = \int \vec{E}'_{1,2}(\vec{k}) e^{i(\vec{k} \cdot \vec{r} + \lambda_{1,2} z - \omega t)} d\vec{k} \quad \text{и т. п.} \quad (4)$$

$\lambda_{1,2}^2 = \frac{\omega^2}{c^2} \epsilon_{1,2} - k^2$, а x и ρ компоненты векторов $\vec{k}$ и $\vec{r}$ в тангенциаль-

ной плоскости. Также как и в [1] $\lambda_1' < 0$, $\lambda_1'' < 0$, $\lambda_2' > 0$, $\lambda_2'' > 0$, где один штрих означает действительную, а два штриха мнимую части $\lambda_{1,2}$. Через $\vec{n}$ обозначим единичный вектор оси z . Тогда

$$\vec{H}_{1,2}(\vec{k}) = \frac{c}{\omega} \left[\vec{z} + \vec{n} \lambda_{1,2} \vec{E}_{1,2}'(\vec{k}) \right]. \quad (5)$$

Электрический вектор поля излучения разложим на тангенциальную и нормальную компоненты, причем ввиду поперечности поля излучения будем иметь:

$$\vec{z} \vec{E}_{1,2}'(\vec{k}) + \lambda_{1,2} \vec{E}_{1,2, n}'(\vec{k}) = 0 \quad (6)$$

Тангенциальную Фурье-компоненту электрического поля представим состоящей из компонент направленных по $\vec{z}$ и $\vec{v}_y$.

$$\vec{E}_{1,2}'(\vec{k}) = \vec{z} E_{1,2,z}' + \vec{v}_y E_{1,2,y}', \quad (7)$$

Из четырех условий непрерывности компонент полей на границе раздела сред получаем шесть уравнений, из которых независимыми являются только четыре с четырьмя неизвестными компонентами полей излучения $E_{1,2,z}'$ и $E_{1,2,y}'$. Решая эти уравнения получим:

$$E_{1,z}'(\vec{k}) = \frac{ei}{2\pi^2} \frac{e^{-i\lambda_1 a + ik_2 a}}{\lambda_1 \varepsilon_1 - \lambda_2 \varepsilon_2} \left\{ \lambda_1 \left(\frac{\frac{\varepsilon_2}{k^2} - \frac{v_z \lambda_2}{\omega^2 \varepsilon_1 / c^2} + \frac{-1 + \frac{v_z \lambda_2}{\omega^2 \varepsilon_2 / c^2}}{k^2 - \omega^2 \varepsilon_2 / c^2} \right) + \right. \\ \left. + \frac{k_y v_z (k_z - \lambda_1 - \lambda_2)}{\omega} \left(\frac{1}{k^2 - \omega^2 \varepsilon_1 / c^2} - \frac{1}{k^2 - \omega^2 \varepsilon_2 / c^2} \right) \right\} \quad (8)$$

$$E_{1,y}'(\vec{k}) = \frac{ei}{2\pi^2} \frac{e^{-i\lambda_1 a + ik_2 a}}{(\lambda_1 - \lambda_2)} \cdot \frac{\omega (\lambda_2 - k_z)}{c^2} \left(\frac{1}{k^2 - \omega^2 \varepsilon_1 / c^2} - \frac{1}{k^2 - \omega^2 \varepsilon_2 / c^2} \right). \quad (9)$$

Поля излучения во второй среде получаются из (8) и (9) переменой местами индексов 1 и 2. Нормальные компоненты электрических полей и магнитные поля можно найти с помощью формул (5) и (6).

2. Пусть частица наклонно входит из вакуума в идеальный проводник, т. е. $\varepsilon_1 = 1$, $\varepsilon_2 = \infty$. Тогда получим

$$E_{1,z}'(\vec{k}) = \frac{ei}{2\pi^2} \cdot \frac{e^{-i\lambda_1 a + ik_2 a}}{k^2 - \omega^2 / c^2}, \quad (10)$$

$$E_{1,y}'(\vec{k}) = -\frac{ei}{2\pi^2} \frac{\omega / c^2 e^{-i\lambda_1 a + ik_2 a}}{k^2 - \omega^2 / c^2}. \quad (11)$$

$$E_{1n}(\vec{k}) = \frac{ei}{2\pi^2} \frac{e^{-i\lambda_1 a + ik_z a}}{\lambda_1} \frac{\frac{\omega}{c^2} k_y v_y - \chi^2}{k^2 - \omega^2/c^2} \quad (12)$$

Компонента поля излучения в точке нахождения частицы направленная по оси y , равна

$$E_{1y} = \frac{ei}{2\pi^2} \int \frac{\chi \cos \Phi - \frac{\omega}{c^2} v_y}{\chi^2 + \left(\frac{\omega - \chi v_y \cos \Phi}{v_z} \right)^2 - \frac{\omega^2}{c^2}} e^{i(\chi \cos \Phi \cdot v_y + \lambda_1 v_z - \omega) t} \chi d\chi d\Phi \frac{d\omega}{v_z} \quad (13)$$

где Φ — угол между $\vec{\chi}$ и осью y . Аналогично

$$E_{1n} = \frac{ei}{2\pi^2} \int \frac{\frac{\omega}{c^2} k_y v_y - \chi^2}{\lambda_1 \left[\chi^2 + \left(\frac{\omega - \chi v_y \cos \Phi}{v_z} \right)^2 - \frac{\omega^2}{c^2} \right]} e^{i(\chi \cos \Phi v_y + \lambda_1 v_z - \omega) t} \times \chi d\chi d\Phi \frac{d\omega}{v_z} \quad (14)$$

В формулах (13) и (14) время t было заменено на $t + \frac{a}{v_z}$. Это новое t изменяется от $-\infty$ до 0 пока частица находится в вакууме.

Ограничимся случаем $v \ll c$, когда действие индуцированных зарядов будет существенным.

Произведем в полученных формулах сначала интегрирование по ω от $-\infty$ до $+\infty$. Сделав в плоскости комплексного переменного ω разрезы, в результате чего подинтегральная функция становится однозначной, и замыкая контур интегрирования полуокружностью, лежащей в верхней полуплоскости, где находится полюс подинтегральной функции $\omega_0 = k_y k_y + i v_z \chi$, мы согласно лемме Жордана получим

$$E_{1y} = -\frac{e V_z}{2\pi} \int \frac{\chi \cos \Phi}{v_y \cos \Phi + i v_z} e^{2 v_z \chi t} d\chi d\Phi \quad (15)$$

Производя далее интегрирование по χ от 0 до ∞ и по Φ от 0 до 2π будем иметь

$$E_{1y} = -\frac{e}{4 v_z v t^2} \frac{v - v_z}{v_y} \quad (16)$$

Аналогично

$$E_{1n} = \frac{e}{4 v_z v t^2} \quad (17)$$

Сила, смещающая частицу с ее траектории будет равна:

$$F = e \left(E_{1n} \frac{v_z}{v} + E_{1y} \frac{v_y}{v} \right) \quad (18)$$

Если $v_x = v_y = v'$, то она примет вид

$$F = \frac{e^2}{4\sqrt{2} v'^2 t^2} \quad (19)$$

Интегрируя уравнение движения с такой силой и принимая, что смещение равно нулю при скорости смещения меньшей v' , мы для угла дополнительного (переходного) рассеяния получим выражение

$$\chi = \ln \frac{e^2}{8 m v'^2 b} \quad (20)$$

где b — величина порядка размеров атома.

3. В качестве другого примера применения формул (8) и (9) рассмотрим движение заряженной частицы параллельно поверхности идеального проводника на расстоянии a . Можно воспользоваться для данного случая формулами (10)–(12), положив в них $v_z = 0$. Тогда компонента электрического поля, направленная к поверхности проводника будет равна в точке нахождения частицы

$$E_{1a} = \frac{e}{2\pi^2 v} \int e^{-V \sqrt{k_x^2 + \frac{\omega^2}{v^2} (1-\beta^2)} a + i k_z a} \sqrt{k_x^2 + \frac{\omega^2}{v^2} (1-\beta^2)} dk_x d\omega dk_z \quad (21)$$

Интеграл по k_z берется замыканием контура интегрирования верхней полуокружностью. Интеграл по k_x и ω легко берется переходом к сферическим координатам на плоскости k_x, ω . В результате получим

$$E_{1a} = \frac{e}{4a^2 \sqrt{1-\beta^2}} \quad (22)$$

Интегрируя уравнение движения с силой, определяемой (22), мы получим, что за время t частица сместится к поверхности проводника на расстояние

$$\xi = \frac{e^2}{8ma^2} t^2 \quad (23)$$

В заключение отметим, что при расчете обоих эффектов существенным образом было использовано предположение об их малости, т. е. $a \ll 1$ и $\xi \ll a$.

Գ. Մ. Գարիբյան

ԷԼԵԿՏՐՈՂԻՆԱՄԻԿԱՅՈՒՄ ԱՆՑՈՒՄԱՅԻՆ ԷՖԵԿՏՆԵՐԻ
ՏԵՍՈՒԹՅԱՆ ՄԱՍԻՆ

Ա Մ Փ Ո Փ Ո Ւ Մ

Հեղինակի նախորդ աշխատություններում մշակված մեթոդի միջոցով հաշվված է մի միջավայրից մյուսը նրանց բաժանման հարթության նկատմամբ լիցքավորված մասնիկի՝ թեք շարժման ժամանակ առաջացող ճառագայթման դաշտը:

Հաշվված է ալն ուժը, որ ազդում է մասնիկի վրա՝ վերջինիս միջավայրերի բաժանման հարթությանը զուգահեռ շարժման ժամանակ, ինչպես նաև անցածային ցրման անկյան մեծությունը:

Л И Т Е Р А Т У Р А

1. Гарибян Г. М. ЖЭТФ 33, 1403, 1957.
2. Гарибян Г. М., Чаликян Г. А. ЖЭТФ 34, № 11, 1958.
3. Гарибян Г. М. ЖЭТФ 34, № 12, 1958.