

М. М. Манукян

Температурные напряжения от экзотермии цемента в блоках типа плиты, с учетом ползучести бетона

В работе П. И. Васильева и М. А. Зубрицкой [1] рассматриваются температурные напряжения в плитах, толщина которых значительно меньше двух других размеров. Такими плитами являются некоторые элементы гидротехнических сооружений. Обычно, температурное поле таких элементов практически считается линейным.

В указанной работе дан графо-аналитический способ определения температурных напряжений, возникающих в бетонных плитах от экзотермии цемента. Авторы в общем случае предполагают, что между величинами тепловыделения, прочности, модуля деформации и температурой существует следующая зависимость:

$$\begin{aligned} \Theta(t) &= \int_{\tau_1}^t F_1[T(\tau); \Theta(\tau)] d\tau, \\ R(t) &= \int_{\tau_1}^t F_2[T(\tau); R(\tau)] d\tau, \\ E(t) &= \int_{\tau_1}^t F_3[T(\tau); E(\tau)] d\tau, \end{aligned} \quad (1)$$

где Θ —теповыделение при экзотермическом процессе,

R —прочность,

E —модуль деформации,

T —температура,

t —координата времени,

F_1, F_2, F_3 —функции, вид которых определяется из опытов.

Температурная функция T определится из решения следующих уравнений:

$$\frac{\partial T}{\partial t} = k \Delta^2 T + \frac{1}{c\rho} F_1[T, \Theta], \quad (2)$$

$$\Theta(t, x, y, z) = \int_{\tau_1}^t F_1[T(\tau, x, y, z); \Theta(\tau, x, y, z)] d\tau,$$

где k — коэффициент температуропроводности,
 c — теплоемкость,
 ρ — плотность.

В случае одномерной задачи уравнения (2) можно решать численно или графоаналитическим методом Шмидта.

После определения температуры, величина температурных напряжений в блоке, заделанном по основанию (при значительной длине последнего), и в блоке типа свободной плиты или стенки, значительной протяженности (при симметричном остывании), определяется, соответственно, следующими соотношениями [1]:

$$\sigma_x(t, z) = \frac{\alpha}{1 - \nu} \int_{\tau_1}^t E(\tau, z) \frac{\partial T}{\partial \tau} d\tau. \quad (3)$$

$$\begin{aligned} \sigma_x(t, z) = & -\frac{\alpha}{1 - \nu} \int_{\tau_1}^t E(\tau, z) \frac{\int_{-\frac{l}{2}}^{\frac{l}{2}} E(\tau, z) \frac{\partial T}{\partial \tau} dz}{\int_{-\frac{l}{2}}^{\frac{l}{2}} E(\tau, z) dz} d\tau + \\ & + \frac{\alpha}{1 - \nu} \int_{\tau_1}^t E(\tau, z) \frac{\partial T}{\partial \tau} d\tau. \end{aligned} \quad (4)$$

где E — модуль деформации, определяемый из уравнения:

$$E(t, z) = \int_{\tau_1}^t F_3[T(\tau, z); E(\tau, z)] d\tau, \quad (5)$$

α — коэффициент температурного расширения,
 ν — коэффициент Пуассона,
 l — толщина блока.

В настоящей работе дается решение этой же задачи с учетом ползучести бетона. При решении задачи будем пользоваться теорией ползучести, предложенной Н. Х. Арутюняном [2].

Температурное напряжение в блоке с учетом ползучести бетона, согласно [2], будет выражаться следующим интегральным уравнением:

$$\sigma_x^*(t, z) = \sigma_x(t, z) + E(t, z) \int_{\tau_1}^t \sigma_x^*(\tau, z) \frac{\partial C(t, \tau)}{\partial \tau} d\tau, \quad (6)$$

где σ_x^* — напряжение с учетом ползучести бетона в момент времени t ,
 σ_x — напряжение без учета ползучести бетона,
 $C(t, \tau)$ — мера ползучести бетона.

Как известно [2], интегральное уравнение (6) можно заменить линейным дифференциальным уравнением с переменными коэффициентами с известной правой частью, решение которого может быть выражено в квадратурах.

Однако вычисление этих квадратур весьма затруднительно, поэтому возникает необходимость отыскания достаточно простого способа решения данной задачи. По нашему мнению, наиболее простым способом решения поставленной выше задачи является метод Н. М. Крылова и Н. И. Боголюбова [3], который дает хорошие результаты.

Применим этот метод к интегральному уравнению (6).

Придавая в (6) верхнему пределу t последовательно возрастающие значения $t_1, t_2, \dots, t_n$, получим:

$$\sigma_x^*(t_1, z) = \sigma_x(t_1, z) + E(t_1, z) \int_{\tau_1}^{t_1} \sigma_x^*(\tau, z) \frac{\partial C(t_1, \tau)}{\partial \tau} d\tau, \quad (7)$$

$$\begin{aligned} \sigma_x^*(t_2, z) = \sigma_x(t_2, z) + E(t_2, z) \left[\int_{\tau_1}^{t_2} \sigma_x^*(\tau, z) \frac{\partial C(t_2, \tau)}{\partial \tau} d\tau + \right. \\ \left. + \int_{t_1}^{t_2} \sigma_x^*(\tau, z) \frac{\partial C(t_2, \tau)}{\partial \tau} d\tau \right], \end{aligned} \quad (8)$$

$$\begin{aligned} \sigma_x^*(t_n, z) = \sigma_x(t_n, z) + E(t_n, z) \left[\int_{\tau_1}^{t_1} \sigma_x^*(\tau, z) \frac{\partial C(t_n, \tau)}{\partial \tau} d\tau + \right. \\ \left. + \int_{t_1}^{t_2} \sigma_x^*(\tau, z) \frac{\partial C(t_n, \tau)}{\partial \tau} d\tau + \dots \right. \\ \left. + \int_{t_{n-1}}^{t_n} \sigma_x^*(\tau, z) \frac{\partial C(t_n, \tau)}{\partial \tau} d\tau \right]. \end{aligned} \quad (9)$$

Если интегрировать уравнение (7) по частям и иметь в виду, что $C(t_1, t_1) = 0$, то получим:

$$\begin{aligned} \sigma_x^*(t_1, z) = \sigma_x(t_1, z) - \sigma_x(\tau_1, z) E(t_1, z) C(t_1, \tau_1) - \\ - E(t_1, z) \int_{\tau_1}^{t_1} C(t_1, \tau) \frac{\partial \sigma_x^*(\tau, z)}{\partial \tau} d\tau. \end{aligned} \quad (10)$$

Применяя к интегралу полученного уравнения теорему о среднем получим:

$$\sigma_x^*(t_1, z) = \frac{\sigma_x(t_1, z) - \sigma_x(\tau_1, z) E(t_1, z) [C(t_1, \tau_1) - C(t_1, \xi)]}{1 + E(t_1, z) C(t_1, \xi)} \quad (11)$$

Аналогичным образом для моментов времени $t = t_2$ и $t = t_n$ из уравнений (8) и (9) находим:

$$\begin{aligned} \sigma_x^*(t_2, z) = & \frac{1}{1 + E(t_2, z) C(t_2, \xi) \Big|_{t_1}^{t_2}} \left\{ \sigma_x(t_2, z) - \right. \\ & - E(t_2, z) [\sigma_x(\tau_1, z) (C(t_2, \tau_1) - C(t_2, \xi) \Big|_{t_1}^{t_2}) + \\ & \left. + \sigma_x^*(t_1, z) (C(t_2, \xi) \Big|_{t_1}^{t_2} - C(t_2, \xi) \Big|_{t_1}^{t_2}) \right\}, \end{aligned} \quad (12)$$

$$\begin{aligned} \sigma_x^*(t_n, z) = & \frac{1}{1 + E(t_n, z) C(t_n, \xi) \Big|_{t_{n-1}}^{t_n}} \left\{ \sigma_x(t_n, z) - \right. \\ & - E(t_n, z) [\sigma_x(\tau_1, z) (C(t_n, \tau_1) - C(t_n, \xi) \Big|_{t_1}^{t_n}) + \\ & + \sigma_x^*(t_1, z) (C(t_n, \xi) \Big|_{t_1}^{t_n} - C(t_n, \xi) \Big|_{t_1}^{t_n}) + \dots \\ & \left. + \sigma_x^*(t_{n-1}, z) (C(t_n, \xi) \Big|_{t_{n-2}}^{t_{n-1}} - C(t_n, \xi) \Big|_{t_{n-1}}^{t_n}) \right\} \end{aligned} \quad (13)$$

Символом $C(t_m, \xi) \Big|_{t_{l-1}}^{t_l}$ здесь обозначено среднее значение функции $C(t_m, \tau)$ в интервале изменения переменной τ , равном $(t_l - t_{l-1})$.

Формулы (11), (12) и (13) в общем виде являются точным решением интегрального уравнения (6). Для определения численных значений искомых напряжений $\sigma_x^*(t_n, z)$ необходимо применить приближенный метод определения средних величин $C(t_k, \xi) \Big|_{t_{l-1}}^{t_l}$. В практических расчетах эту величину с достаточной точностью можно определить с помощью следующего равенства:

$$C(t_k, \xi) \Big|_{t_{l-1}}^{t_l} = C\left(t_k, \frac{t_{l-1} + t_l}{2}\right). \quad (14)$$

Подставляя это выражение в (11), (12) и (13), получим решение интегрального уравнения (6) в следующем виде:

$$\sigma_x^*(t_1, z) = \frac{\sigma_x(t_1, z) - \sigma_x(\tau_1, z) E(t_1, z) \left[C(t_1, \tau_1) - C\left(t_1, \frac{\tau_1 + t_1}{2}\right) \right]}{1 + E(t_1, z) C\left(t_1, \frac{\tau_1 + t_1}{2}\right)} \quad (15)$$

$$\begin{aligned} \sigma_x^*(t_2, z) = & \frac{1}{1 + E(t_2, z) C\left(t_2, \frac{t_1 + t_2}{2}\right)} \left\{ \sigma_x(t_2, z) - \right. \\ & - E(t_2, z) \left[\sigma_x(\tau_1, z) \left(C(t_2, \tau_1) - C\left(t_2, \frac{\tau_1 + t_1}{2}\right) \right) + \right. \end{aligned}$$

$$+ \sigma_x^*(t_1, z) \left(C(t_2, \frac{\tau_1 + t_1}{2}) - C(t_2, \frac{t_1 + t_2}{2}) \right) \Big] \Big\}, \quad (16)$$

$$\begin{aligned} \sigma_x^*(t_n, z) = & \frac{1}{1 + E(t_n, z) C(t_n, \frac{t_{n-1} + t_n}{2})} \left\{ \sigma_x(t_n, z) - \right. \\ & - E(t_n, z) \left[\sigma_x(\tau_1, z) \left(C(t_n, \tau_1) - C(t_n, \frac{\tau_1 + t_1}{2}) \right) + \right. \\ & + \sigma_x^*(t_1, z) \left(C(t_n, \frac{\tau_1 + t_1}{2}) - C(t_n, \frac{t_1 + t_2}{2}) \right) + \dots \\ & \left. \left. + \sigma_x^*(t_{n-1}, z) \left(C(t_n, \frac{t_{n-2} + t_{n-1}}{2}) - C(t_n, \frac{t_{n-1} + t_n}{2}) \right) \right] \right\}. \quad (17) \end{aligned}$$

Уменьшая расчетные интервалы времени, мы можем получить решение с любой степенью точности. Как показано в [3], применение этого метода к задачам теории ползучести оказывается весьма эффективным, так как большая точность получается и при выборе сравнительно небольшого числа интервалов.

Подставляя выражения $\sigma_x(t_1, z), \sigma_x(t_2, z), \dots, \sigma_x(t_n, z)$ из соотношения (3) в (15), (16) и (17), получим значения температурных напряжений в блоке, заделанном по основанию (при значительной длине последнего) с учетом ползучести бетона. Аналогично, подставляя выражения $\sigma_x(t_1, z), \sigma_x(t_2, z), \dots, \sigma_x(t_n, z)$ из (4) в (15), (16) и (17), получим значения температурных напряжений в блоке типа свободной плиты или стенки значительной протяженности с учетом ползучести бетона.

Полученные результаты представлены в виде графиков температурных напряжений на фиг. 1, 2, 3, 4, и 5.

Мера ползучести бетона принята в виде [2]

$$C(t, \tau) = \left(\frac{4,82}{\tau} + 0,9 \right) [1 - e^{-0,026(t-\tau)}] 10^{-5}.$$

Остальные данные те же, что и в работе [1].

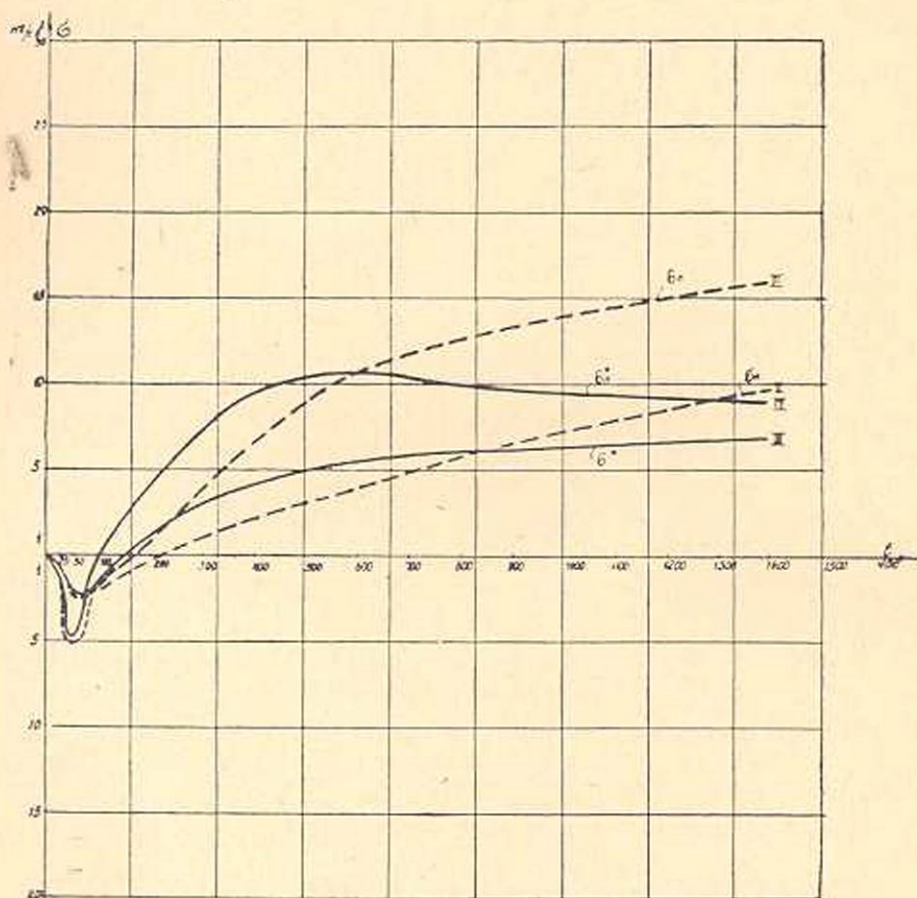
Для сравнения параллельно приведены графики без учета ползучести и с учетом ползучести бетона. Графики с учетом влияния температуры бетона на рост модуля деформации и тепловыделение без учета ползучести взяты из работы [1], а графики с учетом ползучести бетона построены по формулам (15), (16) и (17) и графикам П. И. Васильева и М. А. Зубрицкой [1]. В этих формулах принято $\tau_1 = 1$ дню.

Ниже приведены графики изменения температурных напряжений: σ_n — на поверхности (фиг. 1), σ_k — на контакте (фиг. 2) и σ_u — в центре (фиг. 3) блока высотой 5,0 м, лежащего на жестком основании: $T_{\text{экз.}} = 30^\circ\text{C}$, коэффициент теплопередачи

$$\beta = 4,6 \frac{\text{к кал}}{\text{м}^2 \text{ час. град.}}$$

Приняты следующие условные обозначения кривых:

I—с учетом влияния температуры бетона на рост модуля деформации и тепловыделение, при этом начальная температура бетона принята равной температуре окружающей среды, равной $+5^{\circ}\text{C}$. Ползучесть бетона не учтена.



Фиг. 1.

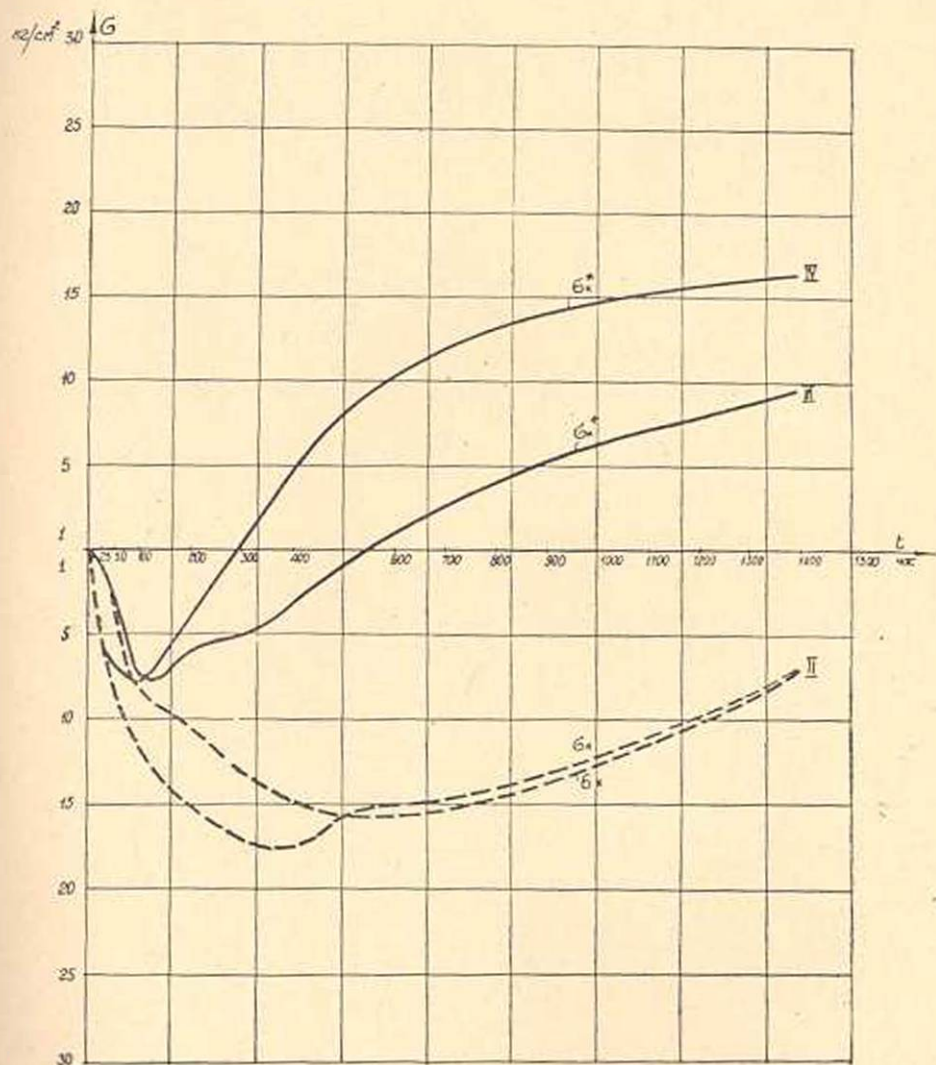
II—с учетом влияния температуры бетона на рост модуля деформаций и тепловыделение, при этом начальная температура бетона принята равной температуре окружающей среды, равной $+20^{\circ}\text{C}$. Ползучесть бетона не учтена.

III—то же самое, что и в первом случае, но с учетом ползучести бетона.

IV—то же самое, что и во втором случае, но с учетом ползучести бетона.

Далее приведены графики изменения температурных напряжений σ_n —на поверхности (фиг. 4) и σ_v —в центре (фиг. 5) свободной стенки толщиной 5,0 м. $T_{\text{экз.}} = 30^{\circ}\text{C}$, $\beta = 4,6 \frac{\text{к кал}}{\text{м}^2 \text{ час. град.}}$. Кривые I, II, III, IV имеют указанный выше смысл.

Из этих графиков видно, насколько значительно отличаются температурные напряжения в бетонных плитах при учете присущего бетону свойства ползучести от значений соответствующих напряжений, определяемых по упругому расчету. Особенно сильно оказывается влияние ползучести бетона на температурные напряжения в средней части заделанной плиты.

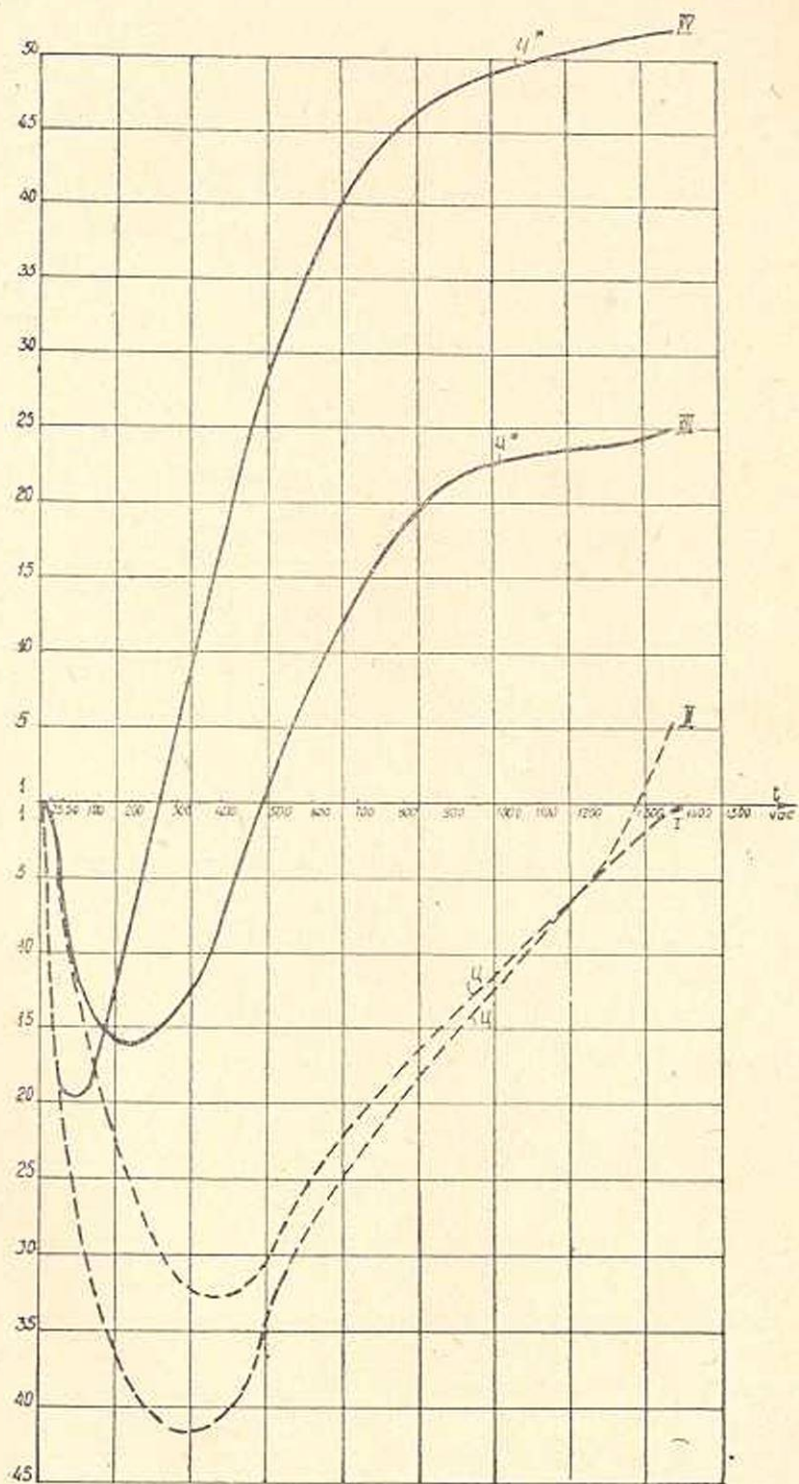


Фиг. 2.

В заделанной плите вначале возникают сжимающие напряжения, которые под влиянием ползучести бетона быстро переходят в растягивающие и достигают больших значений в средней части по высоте блока,

В свободной стенке сперва возникают растягивающие напряжения у поверхности стенки, которые в дальнейшем начинают убывать и переходят в сжимающие, а в центральной части блока, наоборот, сперва

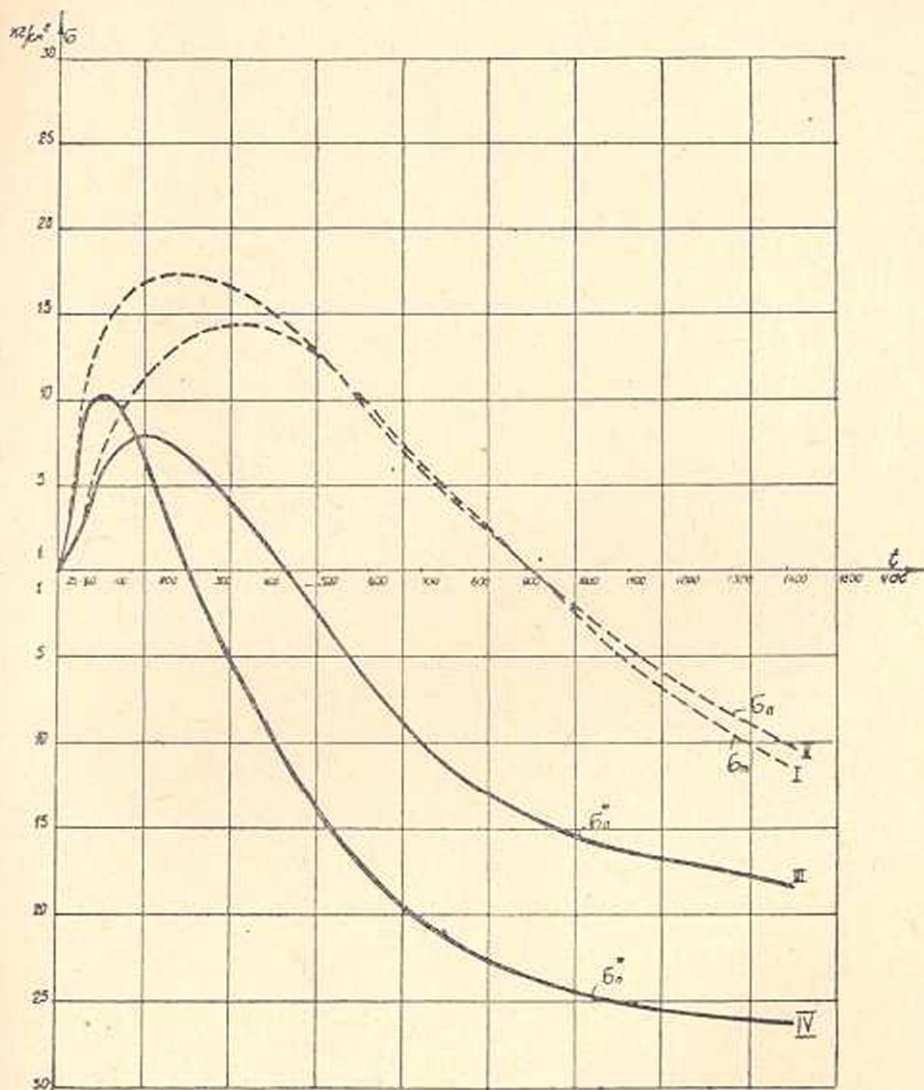
рис. 6



Фиг. 3.

возникают сжимающие напряжения, которые затем переходят в растягивающие. Нужно отметить, что на поверхности стенки этот процесс происходит быстрее, чем в центре стенки.

Как показывают опыты, изменения температурных напряжений бетона происходят вообще в течение первых шести месяцев, поэтому



Фиг. 4.

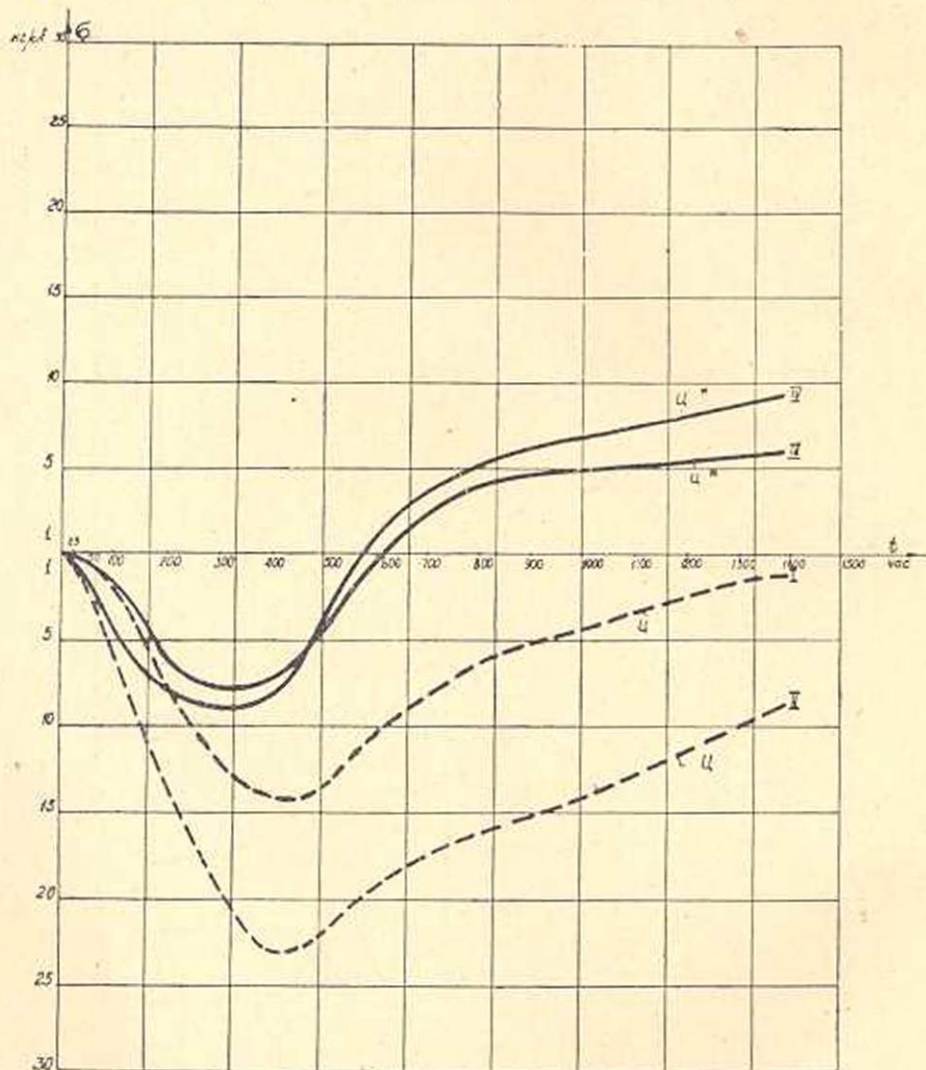
можно принять $t_{\infty} \approx 6$ месяцев. Ниже приводятся численные значения температурных напряжений в бетонных блоках с учетом и без учета ползучести бетона (см. таблицы 1 и 2).

Из таблиц видно, что в этом случае затухание температурных напряжений в середине высоты блока, лежащем на жестком основании, достигает до 32,5%, а в середине высоты свободной стены — до 29,5%.

Таблица 1

Значения температурных напряжений при $t = t_{\infty}$ для блока,
лежащего на жестком основании

Начальная температура бетона	$\sigma_k(t_{\infty})$	$\sigma_k^*(t_{\infty})$	$\sigma_n(t_{\infty})$	$\sigma_n^*(t_{\infty})$	$\sigma_{II}(t_{\infty})$	$\sigma_{II}^*(t_{\infty})$
5° С	36,2	31,48	23,5	21,13	56,2	39,2



Фиг. 5.

Таблица 2

Значения температурных напряжений при $t = t_{\infty}$
для свободной стенки

Начальная температура бетона	$\sigma_n(t_{\infty})$	$\sigma_n^*(t_{\infty})$	$\sigma_{II}(t_{\infty})$	$\sigma_{II}^*(t_{\infty})$
5° С	-32,7	-29,32	12,0	8,45

Մ. Մ. Մանուկյան

ՑԵՄԵՆՏԻ ԷԿԶՈԹԵՐՄԻԱՅԻ ՋԵՐՄԱՅԻՆ ԼԱՐՈՒՄՆԵՐԸ ՍԱԼԻ
ԲԼՈԿՆԵՐՈՒՄ, ԲԵՏՈՆԻ ՍՈՂՔԻ ՀԱՇՎԱՌՈՒՄՈՎ

Ա Մ Փ Ո Փ Ո Ւ Մ

Պ. Ի. Վասիլևի և Մ. Ա. Զուբրիցկայայի հոգովածում [1] քննարկվում են բետոնի սալերում ցեմենտի էկզոթերմիայի շնորհիվ առաջացած ջերմային լարումները: Ընդունվում է, որ անջատված ջերմության, բետոնի ամրության, դեֆորմացիայի մոդուլի մեծությունների և ջերմաստիճանի միջև գոյություն ունի (1) առնչությունը: Ջերմային ֆունկցիան որոշվում է (2) հալասարույնների սխեման լուծումից, իսկ ջերմային լարումները, հիմքով ամրացած բլոկում և ազատ պատում՝ համապատասխանաբար (3) և (4) առնչություններով:

Հոգովածում տրվում է վերը նշված խնդրի լուծումը բետոնի սողքի հաշվառումով: Խնդրի լուծման ժամանակ օգտագործվում է Ն. Խ. Հարությունյանի առաջարկած սողքի տեսությունը [2]:

Ջերմային լարումները բետոնի բլոկում, սողքի հաշվառումով, որոշվում են (6) ինտեգրալ հավասարումով: Ինտեգրալ հավասարման նկատմամբ կիրառվում է Ն. Մ. Կոխովի և Ն. Ի. Բոգոլյուբովի մեթոդը:

Ստացված են ջերմային լարումները հիմքով ամրացած բլոկում և ազատ պատում, բետոնի սողքի հաշվառումով:

Բերված են ջերմային լարումների դրաֆիկները:

Л И Т Е Р А Т У Р А

1. Васильев П. И. и Зубрицкая М. А. Температурные напряжения от экзотермии цемента в блоках типа плиты. Известия ВНИИГ, том 56, 1956.
2. Арутюнян Н. Х. Некоторые вопросы теории ползучести. Гостехиздат, М., 1952.
3. Манукян М. М. Определение напряжений в некоторых железобетонных элементах с учетом ползучести и изменений модуля мгновенной деформации бетона. Известия АН Армянской ССР (серия ФМЕТ наук), том VII, № 6, 1956.