

М. А. Задоян

Температурные напряжения в бесконечных бетонных плитах с учетом ползучести

Исследованием температурных напряжений в бесконечных плитах от воздействия нестационарного теплового потока при предположениях упругой работы материала занимались Г. Н. Маслов, А. В. Белов и П. Н. Васильев [1—4]. В настоящей статье приводится решение аналогичной задачи с учетом свойства ползучести и изменения во времени модуля мгновенной деформации материала. Рассматривается напряженное состояние бесконечной бетонной плиты в случаях гармонического колебания температуры наружного воздуха и остывания на поверхности плиты.

§ 1. Общие зависимости

1°. Известно, что при термонапряженном состоянии упруго ползучего тела между компонентами напряжения и деформаций в общем случае имеется зависимость [5]:

$$\varepsilon_x^*(t) = \alpha_1 T(t) + \frac{1}{E(t)} [(1 + \nu) \sigma_x^*(t) - \nu S^*(t)] - \int_{\tau_0}^t [(1 + \nu) \sigma_x^*(\tau) - \nu S^*(\tau)] \frac{\partial}{\partial \tau} \delta(t, \tau) d\tau, \quad (1)$$

$$\gamma_{xy}^*(t) = \frac{2(1 + \nu)}{E(t)} \tau_{xy}^*(t) - 2(1 + \nu) \int_{\tau_0}^t \tau_{xy}^*(\tau) \frac{\partial}{\partial \tau} \delta(t, \tau) d\tau,$$

(x, y, z)

где $\varepsilon_x^*(t), \dots, \gamma_{xy}^*(t), \dots, \sigma_x^*(t), \dots, \tau_{xy}^*(t)$, соответственно компоненты деформаций и напряжения, зависящие как от времени t , так и координат x, y, z . $T(t)$ — температурная функция, меняющаяся по времени и по объему тела, α_1 — коэффициент температурного расширения, ν — коэффициент Пуассона.

$$S^*(t) = \sigma_x^*(t) + \sigma_y^*(t) + \sigma_z^*(t),$$

$$\delta(t, \tau) = \frac{1}{E(\tau)} + \varphi(\tau) [1 - e^{-\gamma(t-\tau)}],$$

$$E(\tau) = E_0 [1 - e^{-\alpha\tau}],$$

$$\varphi(\tau) = C_0 + \frac{A_1}{\tau},$$
(2)

E_0 —модуль упругости бетона в старом возрасте, α , γ , C_0 , A_1 —некоторые параметры, характеризующие деформативные свойства и условия старения бетона.

2°. Преобразованием и двукратным дифференцированием первого уравнения (1) по t , приведем его к дифференциальному уравнению

$$[(1 + \nu) \varepsilon_x^*(t) - \nu S^*(t)]'' + \left[\eta(t) - \frac{E'(t)}{E(t)} \right] [(1 + \nu) \varepsilon_x^*(t) - \nu S^*(t)]' =$$

$$= E(t) \{ \varepsilon_x^{*''}(t) - \alpha_1 T''(t) + \gamma [\varepsilon_x^{*'}(t) - \alpha_1 T'(t)] \},$$
(3)

$$\eta(t) = \gamma [1 + \varphi(t) E(t)],$$
(4)

при начальных условиях

$$(1 + \nu) \varepsilon_x^*(\tau_0) - \nu S^*(\tau_0) = E(\tau_0) [\varepsilon_x^*(\tau_0) - \alpha_1 T(\tau_0)],$$

$$(1 + \nu) \varepsilon_x^{*'}(\tau_0) - \nu S^{*'}(\tau_0) = E(\tau_0) [\varepsilon_x^{*'}(\tau_0) - \alpha_1 T'(\tau_0) -$$

$$- \gamma \varphi(\tau_0) E(\tau_0) [\varepsilon_x^*(\tau_0) - \alpha_1 T(\tau_0)]].$$
(5)

Решая дифференциальное уравнение (3) при начальных условиях (5), будем иметь

$$(1 + \nu) \varepsilon_x^*(t) - \nu S^*(t) = L^* [\varepsilon_x^*(t) - \alpha_1 T(t)],$$
(6)

где через L^* обозначен следующий оператор

$$L^* [Q(t)] = E(\tau_0) Q(\tau_0) + [Q'(\tau_0) -$$

$$- \gamma \varphi(\tau_0) E(\tau_0) Q(\tau_0)] \int_{\tau_0}^t E(\tau) e^{-\int_{\tau_0}^{\tau} \eta(\tau) d\tau} d\tau +$$

$$+ \int_{\tau_0}^t E(\tau) e^{-\int_{\tau_0}^{\tau} \eta(\tau) d\tau} d\tau \int_{\tau_0}^{\tau} e^{-\int_{\tau_0}^{\xi} \eta(\xi) d\xi} [Q''(\xi) + \gamma Q'(\xi)] d\xi.$$
(7)

Из (1) следует, что

$$S^*(t) = \frac{E(t)}{1 - 2\nu} [\Theta^*(t) - 3\alpha_1 T(t)] + E(t) \int_{\tau_0}^t S^*(\tau) \frac{\partial}{\partial \tau} \delta(t, \tau) d\tau,$$
(8)

где

$$\Theta^*(t) = \varepsilon_x^*(t) + \varepsilon_y^*(t) + \varepsilon_z^*(t).$$

Решение интегрального уравнения (8) представится в виде

$$S^*(t) = \frac{1}{1-2\nu} L^* [\Theta^*(t) - 3\alpha_1 T(t)]. \quad (9)$$

Подставляя (9) в (6), получим

$$\sigma_x^*(t) = L^* [V_x^*(t)], \quad (10)$$

причем

$$V_x^*(t) = \frac{1}{1+\nu} \left[\varepsilon_x^*(t) + \frac{\nu}{1+2\nu} \Theta^*(t) - \frac{1+\nu}{1-\nu} \alpha_1 T(t) \right]. \quad (11)$$

Аналогичным образом находим,

$$\begin{aligned} \tau_{xy}^*(t) &= L^* [V_{xy}^*(t)]; \\ V_{xy}^*(t) &= \frac{1}{2(1+\nu)} \gamma_{xy}^*(t). \end{aligned}$$

В случаях двухосного и одноосного напряженных состояний соответственно имеем:

$$\begin{aligned} V_x^*(t) &= \frac{1}{1-\nu^2} [\varepsilon_x^*(t) + \nu \varepsilon_y^*(t) - (1+\nu) \alpha_1 T(t)], \\ V_x^*(t) &= \varepsilon_x^*(t) - \alpha_1 T(t). \end{aligned}$$

В дальнейшем под $\varepsilon_x(t), \dots, \sigma_x(t), \dots$ будем обозначать компоненты деформаций и напряжений без учета явления ползучести.

Известно [6], что если тело свободно от поверхностных и объемных сил и находится только под температурным воздействием, то

$$\begin{aligned} \varepsilon_x^*(t) &= \varepsilon_x(t); \\ \gamma_{xy}^*(t) &= \frac{1}{2(1+\nu)} \gamma_{xy}(t). \end{aligned}$$

В этом случае легко заметить, что

$$\begin{aligned} V_x^*(t) &= V_x(t) = \frac{\sigma_x(t)}{E(t)}; \\ V_{xy}^*(t) &= V_{xy}(t) = \frac{\tau_{xy}(t)}{E(t)}; \end{aligned} \quad (12)$$

$$S^*(t) = S(t) + E(t) \int_{\tau_0}^t S^*(\tau) \frac{\partial}{\partial \tau} \delta(t, \tau) d\tau;$$

$$\sigma_x^*(t) = \sigma_x(t) + E(t) \int_{\tau_0}^t \sigma_x^*(\tau) \frac{\partial}{\partial \tau} \delta(t, \tau) d\tau; \quad (13)$$

$$\tau_{xy}^*(t) = \tau_{xy}(t) + E(t) \int_{\tau_0}^t \tau_{xy}^*(\tau) \frac{\partial}{\partial \tau} \delta(t, \tau) d\tau.$$

Последние три формулы принадлежат Н. Х. Арутюняну [5].
Для краткости введем обозначения

$$I(t, \tau_0) = \frac{1}{E_0} \int_{\tau_0}^t E(\tau) e^{-\int_{\tau_0}^{\tau} \gamma(\tau) d\tau} d\tau, \quad (14)$$

$$F(t, \tau_0) = \frac{1}{E_0} \int_{\tau_0}^t E(\tau) e^{-\int_{\tau_0}^{\tau} \gamma(\tau) d\tau} d\tau \int_{\tau_0}^{\tau} e^{-\int_{\tau_0}^{\xi} \gamma(\xi) d\xi} [V_x(\xi) + \gamma V_x(\xi)] d\xi, \quad (15)$$

Из (10), (7) и (12) можем написать

$$\begin{aligned} \sigma_x^*(t) = & E(\tau_0) V_x(\tau_0) + [V_x(\tau_0) - \gamma \varphi(\tau_0) E(\tau_0) V_x(\tau_0) E_0 I(t, \tau_0) + \\ & + E_0 F(t, \tau_0)]. \end{aligned} \quad (16)$$

3°. Построив кривые функции $\eta(t)$ для различных бетонов, замечаем, что в раннем возрасте материала они монотонно возрастают и, начиная от некоторого момента $t = \tau_1$, эти изменения во времени принимают несущественный характер. Значение τ_1 в зависимости от бетона колеблется в пределах 2—3 месяцев. В связи с этим ось времени будем делить на два интервала $\tau_0 \leq t \leq \tau_1$ и $\tau_1 \leq t \leq \infty$. В первом интервале времени для вычисления интеграла (14) $\eta(\tau)$ будем аппроксимировать линейной функцией, а именно:

$$\eta(\tau) \approx k(t)(\tau - \tau_0) + \eta(\tau_0) = \omega(\tau) \text{ при } \tau_0 \leq \tau \leq t \leq \tau_1 \quad (17)$$

где $k(t)$ пока неизвестная функция от верхнего предела интеграла (14) t . Составляя интеграл

$$W[k(t)] = \int_{\tau_0}^t [\eta(\tau) - \eta(\tau_0) - k(t)(\tau - \tau_0)]^2 d\tau \text{ при } \tau_0 \leq t \leq \tau_1$$

из условия

$$\frac{\partial W}{\partial k} = 0$$

определяем

$$k(t) = \frac{3}{(t - \tau_0)^3} \int_{\tau_0}^t [\eta(\tau) - \eta(\tau_0)] (\tau - \tau_0) d\tau. \quad (18)$$

Подставляя выражение $\eta(\tau)$ из (4) в (18) и производя интегрирование, получим

$$k(t) = \frac{3}{(t - \tau_0)^3} \left[[\eta(\infty) - \eta(\tau_0)] \frac{t^2 - \tau_0^2}{2} + [\gamma A_1 E_0 - (\eta(\infty) - \right.$$

$$\begin{aligned}
& -\eta(\tau_0)\tau_0](t-\tau_0) - \gamma A_1 E_0 \tau_0 \ln \frac{t}{\tau_0} + \frac{\gamma C_0 E_0}{\alpha} [te^{-\alpha t} - \tau_0 e^{-\alpha \tau_0}] + \\
& + \frac{\gamma E_0}{\alpha} \left[A_1 + \left(\frac{1}{\alpha} - \tau_0 \right) C_0 \right] (e^{-\alpha t} - e^{-\alpha \tau_0}) + \\
& + \gamma A_1 E_0 \tau_0 [E_i(-\alpha t) - E_i(-\alpha \tau_0)] \Big\} \tau_0 \leq t \leq \tau_1,
\end{aligned} \quad (19)$$

где $\eta(\infty) = \lim_{t \rightarrow \infty} \eta(t) = \gamma [1 + C_0 E_0]$, а

$$E_i(-x) = \int_x^\infty \frac{e^{-\xi}}{\xi} d\xi$$

— интегральная показательная функция.

Подставляя выражения $E(\tau)$ и $\eta(\tau)$ из (2) и (17) в (14), будем иметь

$$I(t, \tau_0) = \int_{\tau_0}^t (1 - e^{-\alpha \tau}) e^{-\frac{k(\tau - \tau_0)^2}{2} - \omega(\tau_0)(\tau - \tau_0)} d\tau, \quad (20)$$

отсюда находим

$$\begin{aligned}
I(t, \tau_0) = & \sqrt{\frac{\pi}{2k}} e^{\frac{\omega^2(\tau_0)}{2k}} \left\{ \Phi \left[\frac{\omega(t)}{\sqrt{2k}} \right] - \Phi \left[\frac{\omega(\tau_0)}{\sqrt{2k}} \right] - \right. \\
& \left. - e^{\frac{\alpha^2 + 2\alpha[\omega(\tau_0) - k\tau_0]}{2k}} \left[\Phi \left[\frac{\omega(t) + \alpha}{\sqrt{2k}} \right] - \Phi \left[\frac{\omega(\tau_0) + \alpha}{\sqrt{2k}} \right] \right] \right\},
\end{aligned} \quad (21)$$

где

$$\Phi(x) = \frac{2}{\sqrt{\pi}} \int_0^x e^{-\xi^2} d\xi$$

— функция Крампа.

Для вычисления значения интеграла (15) в интервале $\tau_0 \leq t \leq \tau_1$ при каждом конкретном значении t функцию $\eta(t)$ будем аппроксимировать постоянными, т. е. $\eta(\tau) \approx \beta(t)$.

Составляя интеграл

$$W[\beta(t)] = \int_{\tau_0}^t [\eta(\tau) - \beta(t)]^2 d\tau,$$

из условия минимума функции $W(\beta)$ по β определяем

$$\begin{aligned}
\beta(t) = & \eta(\infty) + \frac{1}{t - \tau_0} \left\{ \gamma A_1 E_0 \ln \frac{t}{\tau_0} + \frac{\gamma C_0 E_0}{\alpha} (e^{-\alpha t} - e^{-\alpha \tau_0}) - \right. \\
& \left. - \gamma A_1 E_0 [E_i(-\alpha t) - E_i(-\alpha \tau_0)] \right\}.
\end{aligned} \quad (22)$$

Тогда из (15) можем написать

$$F(t, \tau_0) = \frac{1}{E_0} \int_{\tau_0}^t E(\tau) e^{-\beta(\tau-\tau_0)} d\tau \int_{\tau_0}^{\tau} e^{\beta(\xi-\tau_0)} [V'_x(\xi) + \gamma V'_x(\xi)] d\xi \quad (23)$$

В интервале $\tau_1 \leq t \leq \infty$ в (14) и (15) функцию $\eta(\tau)$ для каждого t также будем аппроксимировать постоянным $\eta(\tau) \approx \omega_0(t)$. Значение $\omega_0(t)$ определяется аналогичной формулой (22), при замене τ_0 через τ_1 .

Тогда из (14) получим

$$I(t, \tau_0) = I(\tau_1, \tau_0) + e^{-\beta_1(\tau_1-\tau_0)} \left[\frac{1 - e^{-\omega_0(t-\tau_1)}}{\omega_0} - e^{-\alpha\tau_1} \frac{1 - e^{-(\omega_0+\alpha)(t-\tau_1)}}{\omega_0 + \alpha} \right], \text{ при } \tau_1 \leq t \leq \infty, \quad (24)$$

причем $\beta_1 = \beta(\tau_1)$ вычисляется по (22).

Представляя (15) в виде

$$F(t, \tau_0) = F(\tau_1, \tau_0) + e^{-\int_{\tau_0}^{\tau_1} \eta(\tau) d\tau} \int_{\tau_0}^t \frac{E(\tau)}{E_0} e^{-\int_{\tau_0}^{\tau} \eta(\tau) d\tau} \int_{\tau_0}^{\tau} e^{\int_{\tau_0}^{\xi} \eta(\tau) d\tau} [V'_x(\xi) + \gamma V'_x(\xi)] d\xi +$$

$$+ \int_{\tau_1}^t \frac{E(\tau)}{E_0} e^{-\int_{\tau_1}^{\tau} \eta(\tau) d\tau} \int_{\tau_1}^{\tau} e^{\int_{\tau_1}^{\xi} \eta(\tau) d\tau} [V'_x(\xi) + \gamma V'_x(\xi)] d\xi$$

при $\tau_1 \leq t \leq \infty$

и подставляя в нем $E(\tau) = E_0 [1 - e^{-\alpha\tau}]$, $\eta(\tau) \approx \omega_0(t)$, будем иметь

$$F(t, \tau_0) = F(\tau_1, \tau_0) + e^{-\beta_1(\tau_1-\tau_0)} \left[\frac{1 - e^{-\omega_0(t-\tau_1)}}{\omega_0} - e^{-\alpha\tau_1} \frac{1 - e^{-(\omega_0+\alpha)(t-\tau_1)}}{\omega_0 + \alpha} \right] \times$$

$$\times \int_{\tau_0}^{\tau_1} e^{\beta_1(\tau-\tau_0)} [V'_x(\tau) + \gamma V'_x(\tau)] d\tau +$$

$$+ \int_{\tau_1}^t (1 - e^{-\alpha\tau}) e^{-\omega_0(t-\tau_0)} d\tau \int_{\tau_0}^{\tau} e^{\omega_0(\xi-\tau_0)} [V'_x(\xi) + \gamma V'_x(\xi)] d\xi$$

при $\tau_1 \leq t \leq \infty$. (25)

4°. В тех случаях, когда $V_x(t)$ выражается бесконечным рядом, наличие производных функции $V_x(t)$ в (15) значительно ухудшает сходимость этих рядов. С этой целью сделаем некоторые преобразования над (15).

Интегрированием по частям можно получить

$$\begin{aligned} \int_{\tau_0}^{\tau} e^{-\int_{\tau_0}^{\xi} \gamma(\xi) d\xi} [V_x'(\xi) + \gamma V_x(\xi)] d\xi &= [V_x(\tau) + \gamma V_x(\tau)] e^{-\int_{\tau_0}^{\tau} \gamma(\tau) d\tau} - \\ &- [V_x(\tau_0) + \gamma V_x(\tau_0)] - V_x(\tau) \gamma(\tau) e^{-\int_{\tau_0}^{\tau} \gamma(\tau) d\tau} + V_x(\tau_0) \gamma(\tau_0) + \\ &+ \int_{\tau_0}^{\tau} e^{-\int_{\tau_0}^{\xi} \gamma(\xi) d\xi} [\gamma'(\xi) + \gamma^2(\xi) - \gamma \eta(\xi)] d\xi. \end{aligned} \quad (26)$$

Из (17), (16), (15), и (14) следует

$$\sigma_x^*(t) = \sigma_x(t) - \sigma_{xn}^*(t), \quad (27)$$

где

$$\begin{aligned} \sigma_{xn}^*(t) &= \int_{\tau_0}^t \left[\frac{E'(\tau)}{E(\tau)} + \gamma \varphi(\tau) E(\tau) \right] \sigma_x(\tau) d\tau - \\ &- \int_{\tau_0}^t E(\tau) e^{-\int_{\tau_0}^{\tau} \gamma(\tau) d\tau} d\tau \int_{\tau_0}^{\tau} e^{-\int_{\tau_0}^{\xi} \gamma(\xi) d\xi} \frac{D(\xi)}{E(\xi)} \sigma_x(\xi) d\xi; \\ D(t) &= \eta'(t) + \gamma(t) [\gamma(t) - \gamma]; \end{aligned} \quad (28)$$

$\sigma_{xn}^*(t)$ — та доля напряжения, которая развивается в течение времени от воздействия ползучести материала.

Решение интегрального уравнения типа (13), кроме (16), пишется и в виде

$$\sigma_x^*(t) = \sigma_x(t) + \int_{\tau_0}^t \sigma_x(\tau) R(t, \tau) d\tau, \quad (30)$$

где $R(t, \tau)$ — резольвента ядра

$$K(t, \tau) = E(t) \frac{\partial}{\partial \tau} \delta(t, \tau).$$

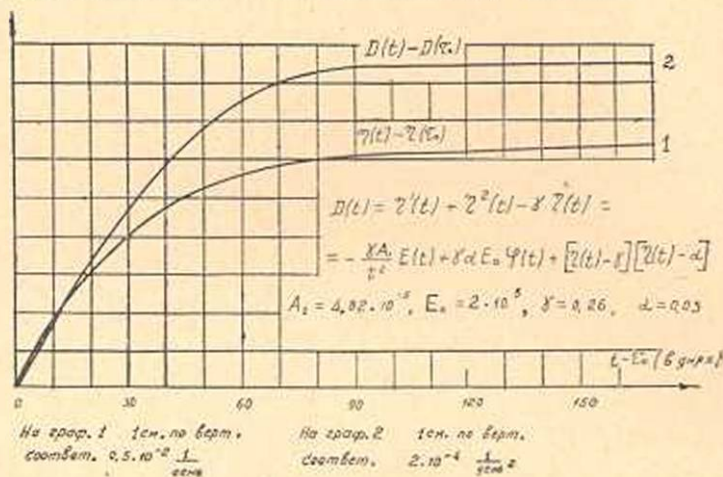
Учитывая тождество

$$\begin{aligned} \int_{\tau_0}^t E(\tau) e^{-\int_{\tau_0}^{\tau} \gamma(\tau) d\tau} d\tau \int_{\tau_0}^{\tau} e^{-\int_{\tau_0}^{\xi} \gamma(\xi) d\xi} \frac{D(\xi)}{E(\xi)} \sigma_x(\xi) d\xi = \\ = \int_{\tau_0}^t e^{-\int_{\tau_0}^{\tau} \gamma(\tau) d\tau} \frac{D(\tau)}{E(\tau)} \sigma_x(\tau) d\tau \int_{\tau_0}^{\tau} E(\xi) e^{-\int_{\tau_0}^{\xi} \gamma(\xi) d\xi} d\xi \end{aligned}$$

и равенство (30) из (27) и (28) получим

$$R(t, \tau) = -\gamma \varphi(\tau) E(\tau) - \frac{E'(\tau)}{E(\tau)} + \\ + \frac{D(\tau)}{E(\tau)} \int_{\tau}^t E(\xi) e^{-\int_{\tau}^{\xi} \gamma(\xi) d\xi} d\xi. \quad (31)$$

Закон изменения во времени функции $D(t)$ для различных бетонов имеет общий характер. В раннем возрасте бетона он достаточно близок к линейному, а при сравнительно больших t эти изменения несутся (фиг. 1). Согласно этому полагаем



Фиг. 1.

$$D(\tau) = k_1 (\tau - \tau_0) + D(\tau_0) \text{ при } \tau_0 \leq t \leq \tau_1; \\ D(\tau) = \omega_0 (\omega_0 - \tau) \text{ при } \tau_1 \leq t \leq \infty, \quad (32)$$

где $k_1 = \frac{D(t) - D(\tau_0)}{t - \tau_0}$, а ω_0 определяется согласно (22) при замене τ_0 через τ_1 .

§ 2. Температурные напряжения в бесконечной бетонной плите при гармонических колебаниях температуры наружного воздуха

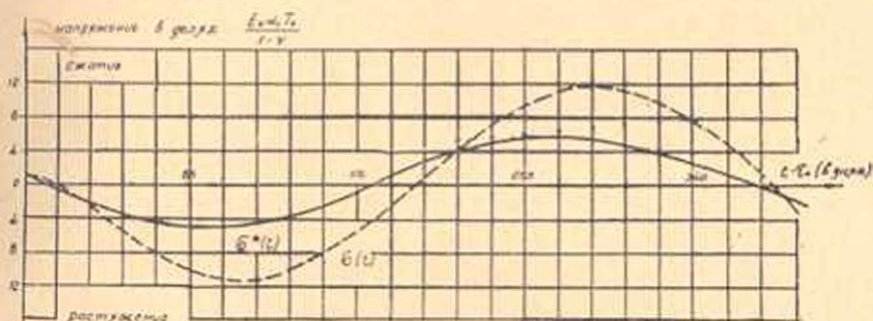
Пусть с момента $t = \tau_0$ на наружной поверхности бесконечной плиты температура воздуха меняется по периодическому закону $T = T_0 \cos \frac{2\pi}{\theta} (t - \tau_0)$, где T_0 и θ , соответственно, амплитуда и период колебания температуры. Определим напряжения, возникающие в плите, с учетом ползучести и изменения во времени модуля упругости.

Используя уравнения равновесия, гипотезу плоских сечений и температурную функцию, учитывающую теплоотдачу от поверхности плиты в воздух, А. В. Белов и П. И. Васильев [3] дают формулу напряжения, которую в нашем случае можно представить в виде (фиг. 2)

$$\sigma(x, t) = E(t) V(x, t),$$

$$V(x, t) = \frac{\alpha_1 T_0}{1 - \nu} \left[a_0(x) \cos \frac{2\pi}{\theta} (t - \tau_0) + b_0(x) \sin \frac{2\pi}{\theta} (t - \tau_0) \right], \quad (33)$$

где $a_0(x)$ и $b_0(x)$ — безразмерные функции x , зависящие также от теплотехнических коэффициентов и периода колебания температуры. Значения этих функций можно вычислить по формулам, приведенным в вышеупомянутой работе [3].



Фиг. 2.

Напряжение в плите с учетом ползучести и изменения модуля упругости выражается через (33) в следующем виде

$$\begin{aligned} \sigma^*(t) = & \frac{E_0 \alpha_1 T_0}{1 - \nu} [a_0 [1 - e^{-\tau_0}] + \\ & + \left[\frac{2\pi}{\theta} b_0 - \tau_0 (\tau_0) E(\tau_0) a_0 \right] I(t, \tau_0) + F_1(t, \tau_0)]. \end{aligned} \quad (34)$$

Значение функции $I(t, \tau_0)$ определяется согласно (21) и (24), а

$$F_1(t, \tau_0) = \frac{1 - \nu}{\alpha T_0} F(t, \tau_0), \quad (35)$$

где $F(t, \tau_0)$ задается по (23) и (25). Подставляя (33) в (23) и (25), произведя интегрирование, находим

$$F(t, \tau_0) = - \frac{a \left[1 - \cos \frac{2\pi}{\theta} (t - \tau_0) \right] + b \sin \frac{2\pi}{\theta} (t - \tau_0)}{\beta^2 + \left(\frac{2\pi}{\theta} \right)^2} +$$

$$\begin{aligned}
& + \frac{\frac{2\pi}{\theta} b}{\beta^2 + \left(\frac{2\pi}{\theta}\right)^2} \left[\frac{1 - e^{-\beta(t-\tau_0)}}{\beta} - e^{-\alpha\tau_0} \frac{1 - e^{-(\alpha+\beta)(t-\tau_0)}}{\alpha+\beta} \right] + \\
& + \frac{\left[\left(\alpha b + \frac{2\pi}{\theta} a \right) \cos \frac{2\pi}{\theta} (t-\tau_0) + \left(\alpha a - \frac{2\pi}{\theta} b \right) \sin \frac{2\pi}{\theta} (t-\tau_0) \right] e^{-\alpha t} -}{\frac{\theta}{2\pi} \left[\alpha b + \right.} \\
& \left. - \left[\alpha b + \frac{2\pi}{\theta} a \right] e^{-\alpha\tau_0} + \frac{2\pi}{\theta} a \right]} \quad \text{при } \tau_0 \leq t \leq \tau_1 \quad (36)
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
F_1(t, \tau_0) = F_1(\tau_1, \tau_0) - \frac{\frac{2\pi}{\theta}}{\beta_1^2 + \left(\frac{2\pi}{\theta}\right)^2} & \left[a \sin \frac{2\pi}{\theta} (\tau_1 - \tau_0) + b \cos \frac{2\pi}{\theta} (\tau_1 - \tau_0) - \right. \\
& \left. - b e^{-\beta_1(\tau_1 - \tau_0)} \times \left[\frac{1 - e^{-\omega_0(t-\tau_1)}}{\omega_0} - e^{-\alpha\tau_1} \frac{1 - e^{-(\omega_0+\alpha)(t-\tau_1)}}{(\omega_0+\alpha)} \right] + \right. \\
& + \frac{c \left[\sin \frac{2\pi}{\theta} (t-\tau_0) - \sin \frac{2\pi}{\theta} (\tau_1 - \tau_0) \right] - d \left[\cos \frac{2\pi}{\theta} (t-\tau_0) - \cos \frac{2\pi}{\theta} (\tau_1 - \tau_0) \right]}{\omega_0^2 + \left(\frac{2\pi}{\theta}\right)^2} + \\
& + \frac{\left[\left(\alpha c + \frac{2\pi}{\theta} d \right) \cos \frac{2\pi}{\theta} (t-\tau_0) + \left(\alpha d - \frac{2\pi}{\theta} c \right) \sin \frac{2\pi}{\theta} (t-\tau_0) \right] e^{-\alpha t} -}{\frac{\theta}{2\pi} \left[\omega_0^2 + \left(\frac{2\pi}{\theta}\right)^2 \right] \left[\alpha^2 + \right.} \\
& \left. - \left[\left(\alpha c + \frac{2\pi}{\theta} d \right) \cos \frac{2\pi}{\theta} (\tau_1 - \tau_0) + \left(\alpha d - \frac{2\pi}{\theta} c \right) \sin \frac{2\pi}{\theta} (\tau_1 - \tau_0) \right] e^{-\alpha\tau_1} + \left(\frac{2\pi}{\theta}\right)^2 \right]} \\
& - \frac{\frac{2\pi}{\theta} e^{\beta_1(\tau_1 - \tau_0)}}{\beta_1^2 + \left(\frac{2\pi}{\theta}\right)^2} \left[c \cos \frac{2\pi}{\theta} (\tau_1 - \tau_0) + d \sin \frac{2\pi}{\theta} (\tau_1 - \tau_0) \right] \left[\frac{1 - e^{-\omega_0(t-\tau_1)}}{\omega_0} - \right. \\
& \left. - e^{-\alpha\tau_1} \frac{1 - e^{-(\omega_0+\alpha)(t-\tau_1)}}{\omega_0+\alpha} \right], \quad \text{при } \tau_1 \leq t \leq \infty \quad (37)
\end{aligned}$$

где

$$c = \left[\left(\frac{2\pi}{\theta} \right)^2 + \gamma \omega_0 \right] a_0 + \frac{2\pi}{\theta} (\omega_0 - \gamma) b_0;$$

$$d = \frac{2\pi}{\theta} (\omega_0 - \gamma) a_0 - \left[\left(\frac{2\pi}{\theta} \right)^2 + \gamma \omega_0 \right] b_0.$$

Из (33) следует, что при

$$t = \tau_0 - \frac{\theta}{2\pi} \operatorname{arctg} \frac{a_0(x)}{b_0(x)} + \frac{\theta n}{2}, \quad (n = 1, 2, 3, \dots) \quad (38)$$

упруго-мгновенное напряжение обращается в нуль, а при

$$t = \tau_0 + \frac{\theta}{2\pi} \operatorname{arctg} \frac{b_0(x)}{a_0(x)} + \frac{\theta n}{2} \quad (39)$$

имеет экстремальное значение.

Численный пример. Для сравнения с упругим решением возьмем те же параметры, использованные в работе [3].

Пусть бесконечная бетонная плита, толщиной 2,6 м, начиная от момента $t = \tau_0 = 7$ дней, находится под воздействием годовых колебаний ($\theta = 8760$ час.) температуры воздуха у наружной стороны плиты. Температура воздуха с внутренней стороны принята постоянной и условно равной нулю. Принимаем, что коэффициенты теплоотдачи от наружной и внутренней поверхностей плиты в воздух, соответственно, имеют значения $\beta_H = 12 \frac{\text{ккал}}{\text{м}^2 \text{ час. град.}}$, $\beta_B = 6,0 \frac{\text{ккал}}{\text{м}^2 \text{ час. град.}}$; коэффициент теплопроводности материала плиты $\lambda_0 = 1,25 \frac{\text{ккал}}{\text{м}^2 \text{ час. град.}}$, коэффициент теплоемкости $c_0 = 0,24 \frac{\text{ккал}}{\text{кг}}$; объемный вес бетона $\gamma_1 =$

$= 2400 \frac{\text{кг}}{\text{м}^3}$.

Характеристики ползучести возьмем следующие [5].

$$C_0 = 0,9 \cdot 10^{-5} \frac{\text{см}^2}{\text{кг}}, A_1 = 4,82 \cdot 10^{-5} \frac{\text{см}^2}{\text{кг}} \text{ день}, \gamma = 0,026 \frac{1}{\text{день}}, E_0 = 2 \cdot 10^5 \frac{\text{кг}}{\text{см}^2},$$

$$\alpha = 0,03 \frac{1}{\text{день}}.$$

Согласно формулам, приведенным в работе [5], для наружной поверхности плиты имеем $a_0 = 0,0320$, $b_0 = -0,1114$.

Тогда из (37) и (38) следует, что при

$$t = 23,277; 23,277 + \frac{\theta}{2}; 23,277 + \theta; \dots$$

угруго-мгновенное напряжение на наружной поверхности плиты обращается в нуль, а при

$$t = 114,5:114,5 + \frac{\theta}{2}; 114,5 + \theta; \dots$$

по величине, оно принимает максимальное значение.

В нижеследующей таблице приведены значения $\sigma^*(t)$ и $\sigma(t)$ для некоторых значений t .

Таблица 1

Значения $\sigma^*(t)$ и $\sigma(t)$ в долях $10^{-2} \frac{E_0 \alpha_1 T_0}{1-\nu}$

t	7	23,277	28	60	90	100	114,5	180
$\sigma(t)$	0,606	0	-0,538	-5,720	-9,864	-10,672	-11,217	-4,948
$\sigma^*(t)$	0,606	-0,413	-0,969	-3,360	-4,795	-4,827	-4,584	0,549

t	20,777	235	260	297	325	388,277
0	5,592	9,318	11,588	10,270	0	
2,617	4,391	5,579	5,433	4,110	-0,736	

Из фиг. 2, построенной по данным этой таблицы, приходим к заключениям.

1. Нули и экстремумы функции $\sigma^*(t)$ наступают значительно раньше, чем нули и экстремумы $\sigma(t)$.

2. Экстремальные значения $\sigma^*(t)$ почти в два раза меньше, чем экстремальные значения $\sigma(t)$.

3. В каждом полупериоде есть некоторый момент, когда $\sigma^*(t) = \sigma(t)$ и некоторый промежуток времени, в котором $|\sigma^*(t)| > |\sigma(t)|$.

§ 3. Температурные напряжения в бесконечной бетонной плите при симметричном остывании ее поверхности

Предположим, что бесконечная бетонная плита, имеет начальную постоянную температуру T_1 , а с момента $t = \tau_0$ на ее поверхностях поддерживается постоянная температура T_2 , причем T_2 значительно меньше T_1 . Закон изменения температуры по толщине плиты и по времени, учитывающий теплоотдачу от поверхности плиты в воздух, выражается в виде [7]

$$T(x, t) = T_2 + (T_1 - T_2) \sum_{n=1}^{\infty} \frac{2 \sin \mu_n}{\mu_n + \sin \mu_n \cos \mu_n} \cos \mu_n \frac{x}{l} e^{-\frac{\mu_n^2 a}{l^2} (t - \tau_0)},$$

где $2l$ — толщина плиты, $a = \frac{k_0}{c_0 \gamma_1}$ — коэффициент температуропровод-

ности, c_0 — коэффициент теплоемкости, γ_1 — объемный вес бетона, μ_n — корни уравнения $\mu_n t g \mu_n = \frac{\beta_0}{k_0} l$, где β_0 коэффициент теплоотдачи от поверхности плиты в окружающую среду.

Используя уравнение равновесия, гипотезу плоских сечений, А. В. Белов [4] получил формулу для упруго-мгновенного напряжения, которая в нашем случае напишется в виде

$$\sigma(x, t) = E(t) V(x, t)$$

$$V(x, t) = \frac{\alpha_1 (T_1 - T_2)}{1 - \nu} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{2 \sin \mu_n}{\mu_n + \sin \mu_n \cos \mu_n} \left(\frac{\sin \mu_n}{\mu_n} - \cos \mu_n \frac{x}{l} \right) e^{-\frac{\mu_n^2 a}{l^2} (t - \tau_0)} \quad (40)$$

Из (27), (28), и (39) будем иметь

$$\sigma(x, t) = \frac{E_0 \alpha_1 (T_1 - T_2)}{1 - \nu} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{2 \sin \mu_n}{\mu_n + \sin \mu_n \cos \mu_n} \left(\frac{\sin \mu_n}{\mu_n} - \cos \mu_n \frac{x}{l} \right) (1 - e^{-\tau_0}) e^{-\frac{\mu_n^2 a}{l^2} (t - \tau_0)}, \quad (41)$$

$$\sigma_n^*(x, t) = \frac{E_0 \alpha_1 (T_1 - T_2)}{1 - \nu} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{2 \sin \mu_n}{\mu_n + \sin \mu_n \cos \mu_n} \left(\frac{\sin \mu_n}{\mu_n} - \cos \mu_n \frac{x}{l} \right) [I_n(t, \tau_0) - F_n(t, \tau_0)], \quad (42)$$

где введены обозначения

$$I_n(t, \tau_0) = \frac{1}{E_0} \int_{\tau_0}^t [E'(\tau) + \gamma \varphi(\tau) E^2(\tau)] e^{-\frac{\mu_n^2 a}{l^2} (\tau - \tau_0)} d\tau, \quad (43)$$

$$F_n(t, \tau_0) = \frac{1}{E_0} \int_{\tau_0}^t E(\tau) e^{-\int_{\tau_0}^{\tau} \eta(\tau) d\tau} d\tau \int_{\tau_0}^{\tau} e^{\int_{\tau_0}^{\xi} \eta(\xi) d\xi} e^{-\frac{\mu_n^2 a}{l^2} (\xi - \tau_0)} D(\xi) d\xi, \quad (44)$$

Подставляя выражения $\varphi(\tau)$ и $E(\tau)$ из (2) в (43) и интегрируя, получим

$$\begin{aligned}
I_n(t, \tau_0) = & \gamma C_0 E_0 \frac{1 - e^{-\frac{\mu_n^2 a}{l^2} (t - \tau_0)}}{\frac{\mu_n^2 a}{l^2}} - (2\gamma E_0 C_0 - \\
& - \alpha) \frac{1 - e^{-\left(\frac{\mu_n^2 a}{l^2} + \alpha\right) (t - \tau_0)}}{\frac{\mu_n^2 a}{l^2} + \alpha} + \gamma E_0 C_0 e^{-2\alpha\tau_0} \frac{1 - e^{-\left(\frac{\mu_n^2 a}{l^2} + 2\alpha\right) (t - \tau_0)}}{\frac{\mu_n^2 a}{l^2} + 2\alpha} + \\
& + \gamma E_0 A_1 e^{\frac{\mu_n^2 a}{l^2} \tau_0} \left\{ E_i \left(-\frac{\mu_n^2 a}{l^2} t \right) - E_i \left(-\frac{\mu_n^2 a}{l^2} \tau_0 \right) - \right. \\
& - 2 \left[E_i \left[-\left(\frac{\mu_n^2 a}{l^2} + \alpha \right) t \right] - E_i \left[-\left(\frac{\mu_n^2 a}{l^2} + \alpha \right) \tau_0 \right] \right] + \\
& \left. + E_i \left[-\left(\frac{\mu_n^2 a}{l^2} + 2\alpha \right) t \right] - E_i \left[-\left(\frac{\mu_n^2 a}{l^2} + 2\alpha \right) \tau_0 \right] \right\}. \quad (45)
\end{aligned}$$

В интервале $\tau_0 < t \leq \tau_1$, заменяя $\gamma(\tau)$ через $\beta(t)$ по (22) и $D(\frac{1}{2})$ через линейные функции (32), интегрируя, окончательно будем иметь

$$\begin{aligned}
F_n(t, \tau_0) = & \frac{1}{\frac{\mu_n^2 a}{l^2} - \beta} \left\{ \left[\frac{k_1}{\frac{\mu_n^2 a}{l^2} - \beta} + D(\tau_0) \right] \left[\frac{1 - e^{-\frac{\mu_n^2 a}{l^2} (t - \tau_0)}}{\frac{\mu_n^2 a}{l^2}} - \right. \right. \\
& - e^{-2\alpha\tau_0} \frac{1 - e^{-\left(\frac{\mu_n^2 a}{l^2} + \alpha\right) (t - \tau_0)}}{\frac{\mu_n^2 a}{l^2} + \alpha} - \frac{1 - e^{-\frac{\mu_n^2 a}{l^2} (t - \tau_0)}}{\frac{\mu_n^2 a}{l^2}} + \\
& \left. + e^{-2\alpha\tau_0} \frac{1 - e^{-\left(\frac{\mu_n^2 a}{l^2} + \alpha\right) (t - \tau_0)}}{\frac{\mu_n^2 a}{l^2} + \alpha} \right] - \frac{k_1}{\left(\frac{\mu_n^2 a}{l^2}\right)^2} \left[1 - \left[1 + \frac{\mu_n^2 a}{l^2} (t - \tau_0) \right] \times \right. \\
& \times e^{-\frac{\mu_n^2 a}{l^2} (t - \tau_0)} \left. \right] + \frac{k_1}{\left(\frac{\mu_n^2 a}{l^2} + \alpha\right)^2} \left[1 - \left[1 + \left(\frac{\mu_n^2 a}{l^2} + \right. \right. \right. \\
& \left. \left. \left. + \alpha \right) (t - \tau_0) \right] e^{-\left(\frac{\mu_n^2 a}{l^2} + \alpha\right) (t - \tau_0)} \right] \right\} \quad (46)
\end{aligned}$$

при $\tau_0 \leq t \leq \tau_1$

Значения функции $F_n(t, \tau_0)$ при $\tau_1 \leq t \leq \infty$ определяются формулой

$$\begin{aligned}
 F_n(t, \tau_0) = & F_n(\tau_1, \tau_0) + \frac{e^{-\beta_1(\tau_1 - \tau_0)}}{\frac{\mu_n^2 a}{l^2} - \beta_1} \left[\frac{1 - e^{-\omega_0(t - \tau_0)}}{\omega_0} - \right. \\
 & \left. - e^{-\alpha \tau_1} \frac{1 - e^{-(\omega_0 + \alpha)(t - \tau_1)}}{\omega_0 + \alpha} \right] \times \\
 & \times \left\{ \frac{k_1}{\frac{\mu_n^2 a}{l^2} - \beta_1} + D(\tau_0) - e^{-\left(\frac{\mu_n^2 a}{l^2} - \beta_1\right)(\tau_1 - \tau_0)} \left[\frac{k_1}{\frac{\mu_n^2 a}{l^2}} + D(\tau_1) \right] \right\} + \\
 & + \frac{\omega_0(\omega_0 - \gamma_1) e^{-\frac{\mu_n^2 a}{l^2}(\tau_1 - \tau_0)}}{\frac{\mu_n^2 a}{l^2} - \omega_0} \left\{ \frac{1 - e^{-\omega_0(t - \tau_1)}}{\omega_0} - \right. \\
 & - e^{-\alpha \tau_1} \frac{1 - e^{-(\omega_0 + \alpha)(t - \tau_1)}}{\omega_0 + \alpha} - \frac{1 - e^{-\frac{\mu_n^2 a}{l^2}(t - \tau_1)}}{\frac{\mu_n^2 a}{l^2}} + \\
 & \left. + e^{-\alpha \tau_1} \frac{1 - e^{-\left(\frac{\mu_n^2 a}{l^2} + \alpha\right)(t - \tau_1)}}{\frac{\mu_n^2 a}{l^2} + \alpha} \right\}. \quad (47)
 \end{aligned}$$

Разлагая единицу в ряд по собственным функциям $\left\{ \cos \mu_n \frac{x}{l} \right\}$, получим

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{2 \sin \mu_n}{\mu_n + \sin \mu_n \cos \mu_n} \cos \mu_n \frac{x}{l} = 1 \quad (0 \leq x \leq l).$$

Интегрируя последнее равенство от нуля до l , будем иметь

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{2 \sin^2 \mu_n}{\mu_n (\mu_n + \sin \mu_n \cos \mu_n)} = 1.$$

Тогда легко заменить, что

$$\sigma^*(x, \tau_0) = \sigma(x, \tau_0) = 0.$$

При $t \rightarrow \infty$ имеем

$$\begin{aligned}
 \sigma(x, \infty) &= 0, \\
 \sigma^*(x, \infty) &= -\sigma_n^*(x, \infty).
 \end{aligned}$$

где $\tau_n^*(x, \infty) = \frac{E_0 \alpha_1 (T_1 - T_2)}{1 - \nu} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{2 \sin \mu_n x}{\mu_n + \sin \mu_n \cos \mu_n} \left(\frac{\sin \mu_n x}{\mu_n} - \cos \mu_n \frac{x}{l} \right) [I_n(\infty, \tau_0) - F_n(\infty, \tau_0)],$

$$I_n(\infty, \tau_0) = \frac{\gamma E_0 C_0}{\frac{\mu_n^2 a}{l^2}} - \frac{(2\gamma E_0 C_0 - \alpha) e^{-\alpha \tau_0}}{\frac{\mu_n^2 a}{l^2} + \alpha} + \frac{\gamma E_0 C_0 e^{-2\alpha \tau_0}}{\frac{\mu_n^2 a}{l^2} + 2\alpha} +$$

$$+ \gamma A_1 E_0 e^{-\frac{\mu_n^2 a}{l^2} \tau_0} \left\{ -E_i \left(-\frac{\mu_n^2 a}{l^2} \tau_0 \right) + \right.$$

$$\left. + 2E_i \left[-\left(\frac{\mu_n^2 a}{l^2} + \alpha \right) \tau_0 \right] - E_i \left[-\left(\frac{\mu_n^2 a}{l^2} + 2\alpha \right) \tau_0 \right] \right\},$$

$$F_n(\infty, \tau_0) = F_n(\tau_1, \tau_0) + \frac{e^{-\beta_1 (\tau_1 - \tau_0)}}{\frac{\mu_n^2 a}{l^2} - \beta_1} \left[\frac{1}{\omega_0} - \frac{e^{-\alpha \tau_1}}{\omega_0 + \alpha} \right] \left\{ \frac{k_1}{\frac{\mu_n^2 a}{l^2} - \beta_1} + D(\tau_0) - \right.$$

$$\left. - e^{-\left(\frac{\mu_n^2 a}{l^2} - \beta_1 \right) (\tau_1 - \tau_0)} \left[\frac{k_1}{\frac{\mu_n^2 a}{l^2} - \beta_1} + D(\tau_1) \right] \right\} +$$

$$+ \frac{\omega_0 (\omega_0 - \gamma) e^{-\frac{\mu_n^2 a}{l^2} (\tau_1 - \tau_0)}}{\frac{\mu_n^2 a}{l^2} - \omega_0} \left[\frac{1}{\omega_0} - \frac{e^{-\alpha \tau_1}}{\omega_0 + \alpha} - \right.$$

$$\left. - \frac{1}{\frac{\mu_n^2 a}{l^2}} + \frac{e^{-\alpha \tau_1}}{\frac{\mu_n^2 a}{l^2} + \alpha} \right].$$

Из последних формул заключаем, что после полного остывания плита остается в напряженном состоянии. Эти остаточные напряжения возникают вследствие ползучести материала.

Численный пример. Пусть бесконечная бетонная плита, толщиной $2l = 2,0$ м, подвергается симметричному остыванию в возрасте $t = \tau_0 = 7$ дней. Значения теплотехнических коэффициентов возьмем следующие.

$$\beta_0 = 6,0 \frac{\text{ккал}}{\text{м}^3 \text{ час. град.}}, \quad c_0 = 0,20 \frac{\text{ккал}}{\text{кг}}, \quad k_0 = 1,50 \frac{\text{ккал}}{\text{м}^2 \text{ час. град.}},$$

$$\gamma_1 = 2500 \frac{\text{кг}}{\text{см}^3}. \quad \text{Параметры ползучести возьмем те же, которые}$$

использованы в численном примере предыдущего параграфа.

Результаты численного расчета приведены в нижеследующей таблице.

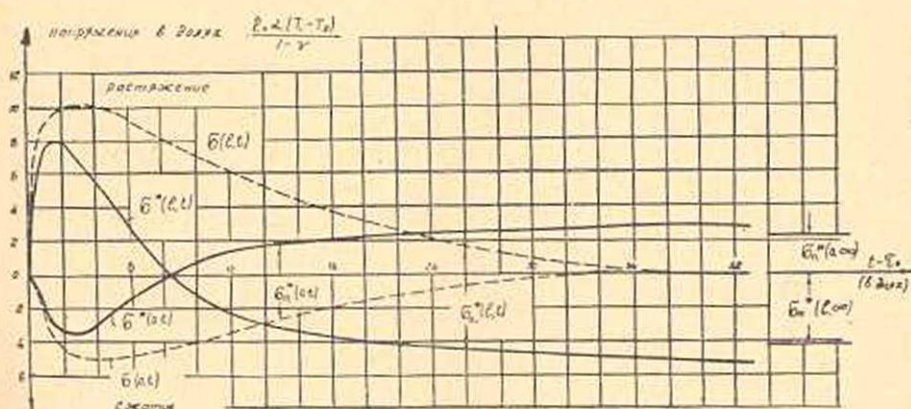
Таблица 2

Значения $\sigma^*(x, t)$ и $\sigma(x, t)$ в долях $10^{-2} \frac{E_0 \alpha_1 (T_1 - T_2)}{1 - \nu}$

t	7	7,5	8,0	14	28	60	90	360	∞
$x = \pm l$ (на поверхности)									
$\sigma(x, t)$	0,000	7,079	9,320	8,516	2,815	0,104	0,000	0,000	0,000
$\sigma^*(x, t)$	0,000	6,590	7,960	1,303	-4,147	-5,308	-4,467	-4,351	-4,351
$x = 0$ (в середине)									
$\sigma(x, t)$	0,000	-0,879	-2,994	-4,625	-1,533	-0,056	0,000	0,000	0,000
$\sigma^*(x, t)$	0,000	-0,834	-2,723	-0,704	2,254	2,886	2,428	2,365	2,365

Исходя из фиг. 3 и 4, выражающих закон изменения $\sigma(x, t)$ и $\sigma^*(x, t)$ во времени и по толщине плиты, приходим к заключению.

1. В начальном этапе остывания $\sigma(x, t)$ возрастает сравнительно быстрее. Достигнув своего максимального значения, она, монотонно убывая, стремится к нулю при $t \rightarrow \infty$.

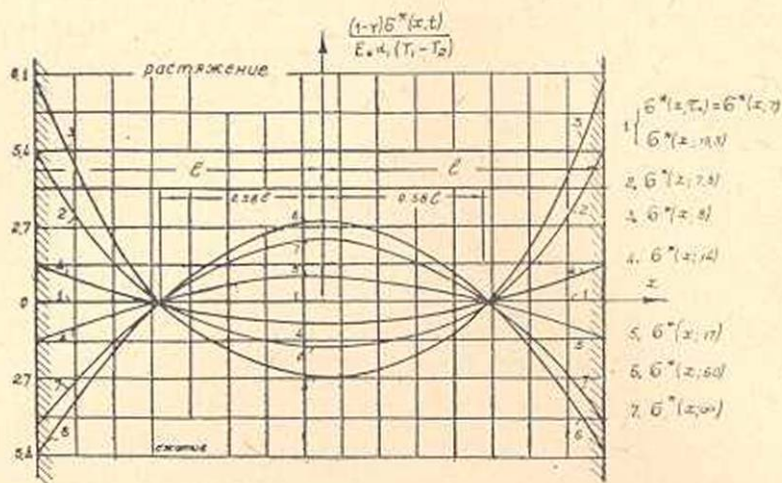


Фиг. 3.

2. Благодаря учету ползучести материала максимум $\sigma^*(x, t)$ во времени наступает раньше, чем $\sigma(x, t)$.

3. Меняя знак, $\sigma^*(x, t)$ по величине монотонно возрастает и через 3—4 недели от начала остывания достигает своего максимального значения. После этого, она, медленно убывая, при $t \rightarrow \infty$ принимает асимптотический характер. Это уменьшение $\sigma^*(x, t)$ составляет лишь 20—25%.

4. Остаточные напряжения, возникающие вследствие ползучести бетона, заслуживают внимания, поскольку они значительны по величине и, кроме того, в середине толщины плиты, противоположно упругому решению, являются растягивающими.



Фиг. 4.

5. После начала остывания (в нашем примере через 8,5 дней) некоторые моменты вся плита находится в совершенно не напряженном состоянии.

Таким образом, при остывании изменение напряжения в плите во времени носит в действительности не только количественный, но и качественный характер.

Մ. Ա. Զադոյան

ԶԵՐՄԱՅԻՆ ԼԱՐՈՒՄՆԵՐԸ ԲԵՏՈՆԵ ԱՆՎԵՐՋ ՍԱԼԵՐՈՒՄ, ՍՈՂԲԻ ՀԱՇՎԱՌՈՒՄՈՎ

Ա Մ Փ Ո Փ Ո Ւ Մ

Սողբի տեսության [5—6] համաստրուկների հիման վրա ուսումնասիրվում է լարումների փոփոխությունը բետոնե անվերջ սալերում արտաքին միջավայրի ջերմաստիճանի ներդաշնակ տատանման և ատթիճանական առանցման դեպքում:

Ընդհանուր մասում (§ 1) լարումը ներկայացված է երկու ֆունկցիաների ատրբերության տեսքով, որից առաջինը «առաձգական» լուծումն է, իսկ երկրորդը լարման ափսոսանք է, որն առաջանում է ժամանակի բնթացքում սողբի հեռանալով: Արտածված է սողբի տեսության հիմնական ինտեգրալ համաստրաման կորիզի սեղորվնդում:

Երրորդ պարադրաֆում ուսումնասիրվում են ջերմային լարումները բետոնն անվերջ սալերում արտաքին միջավայրի ջերմաստիճանի ներդաշնակ տատանման դեպքում: Օգտագործելով հարթ հատվածքների հիպոթեզը, հալոսարակշռության հավասարումները (ինտեգրալ խմբումով) և ջերմահաղորդականության խնդրի լուծումը, Գ. Ն. Մասլովը [1] ստացել է լարումների փոփոխման օրենքը առաձգական սալում:

Հետագայում Ա. Վ. Բելովի և Պ. Ի. Վասիլևի [4] կողմից այն դարգացվել է՝ հաշվի առնելով նաև սալի մակերևույթի և արտաքին միջավայրի միջև տեղի ունեցող ջերմափոխանակությունը:

Օգտագործելով § 1-ում արտածված բանաձևերը և վերոհիշյալ աշխատությունների արդյունքները որոշված են սալի ջերմային լարումները սողքի և ակնթարթային դեֆորմացիայի մոդուլի փոփոխման անհատումով: Բերված թվային օրինակներով և գրաֆ. 2-ից կորակացնում ենք.

1) $\sigma^*(t)$ (լարումը սողքի հաշվառումով) ֆունկցիայի դրոները և էքստրեմումները ժամանակի ընթացքում վրա են հասնում ավելի վաղ, քան $\sigma(t)$ -ինը (լարումը առանց սողքի հաշվառման),

2) $\sigma^*(t)$ -ի էքստրեմալ արժեքները մոտ 2 անգամ փոքր են քան $\sigma(t)$ -ի էքստրեմալ արժեքները,

3) Յուրաքանչյուր կիսապարբերությունում կա մի մոմենտ, երբ $\sigma^*(t) = \sigma(t)$ և որոշ ժամանակամիջոց, որում $|\sigma^*(t)| > |\sigma(t)|$:

Երրորդ պարադրաֆում քննարկվում է այն դեպքը, երբ հաստատուն ջերմաստիճան ունեցող սալը իր մակերևույթներով պահվում է ցածր ջերմաստիճանի տակ (սառեցվում է): Այս խնդրի առաձգական-ակնթարթային լուծումը արվել է Գ. Ն. Մասլովի [2] կողմից, որն այնուհետև Ա. Վ. Բելովը դարդացրել է ջերմափոխանակության հաշվառումով [4]: Ներկա հոդվածում ուսումնասիրելով այդ խնդիրը սողքի տեսության հիման վրա հանդուս ենք հետևյալ կորակացություններին:

1) Սառեցման լիզրենական էտապում $\sigma(X, t)$ տնում է համեմատաբար արագ և հասնելով իր մաքսիմալ արժեքին, մանուսն նվազում է, ձգականով դրոյի, երբ $t \rightarrow \infty$:

2) Շնորհիվ նյութի սողքի $\sigma^*(X, t)$ մաքսիմումը ժամանակի ընթացքում հասնում է ավելի շուտ, քան $\sigma(X, t)$ -ինը

3) Փոխելով նշանը $\sigma^*(X, t)$ -ը ըստ մեծության մանուսն աճում է և սառեցումը սկսելուց 3—4 շաբաթ հետո հասնում է իր մաքսիմալ արժեքին: Այնուհետև դանդաղ նվազելով (երբ $t \rightarrow \infty$) ընդունում է ասիմպտոտիկ բնույթ:

4) Մնացորդային լարումները, որոնք առաջանում են բետոնի սողքի հետևանքով, ուշադրության արժանի են, քանի որ նրանք ըստ մեծության զգալի են, և բացի դրանից, սալի հաստության միջին մասում, հակառակ առաձգական լուծման, ձգող են:

5) Սառեցումը սկսելուց հետո որոշ մոմենտում ամբողջ սալը գտնվում է չլարված վիճակում:

ЛИТЕРАТУРА

1. Маслов Г. Н. Задача теории упругости о термоупругом равновесии. Известия НИИГ, т. 23, 1938.
2. Маслов Г. Н. Температурные напряжения и деформации бетонных массивов на основах теории упругости. Известия НИИГ, т. 13, 1934.
3. Белов А. В. и Васильев П. И. Практический способ определения температурных напряжений в бетонных стенках. Гидротехническое строительство, № 12, 1947.
4. Белов А. В. Температурные напряжения в бетонной стенке при постепенном остывании ее поверхностей. Известия НИИГ, т. 39, 1949.
5. Арутюнян Н. Х. Некоторые вопросы теории ползучести, 1952.
6. Маслов Г. Н. Термическое напряженное состояние бетонных массивов при учете ползучести бетона. Известия НИИГ, т. 28, 1940.
7. Лыков А. В. Теория теплопроводности. 1952.