

ТЕОРИЯ МЕХАНИЗМОВ И МАШИН

Н. И. Левитский и К. Х. Шахбазян

**Аналитический метод проектирования
пространственного четырехзвенника с двумя
вращательными и двумя шаровыми парами**

Пространственные четырехзвенники с двумя вращательными и двумя шаровыми парами применяются в качестве передаточных механизмов приборов и служат для воспроизведения заданной зависимости между перемещениями ведущего и рабочего (ведомого) звеньев. Проектированию (синтезу) этих механизмов были посвящены работы Е. П. Новодворского [4], Б. И. Степанова [5], Н. И. Левитского и К. Х. Шахбазяна [2], В. А. Зиновьева [1] и П. В. Цвияка [6], причем только в работах [2] и [1] указаны методы вычисления всех восьми параметров.

В настоящем исследовании дано развитие метода, предложенного авторами в предыдущей работе [2]. Это развитие выразилось в более целесообразном выборе системы координат, благодаря чему упростились расчетные операции по вычислению искомых параметров и облегчилось построение схемы механизма в ортогональных проекциях.

1. Постановка задачи

Рассматривается пространственный четырехзвенник, в котором ведущее звено AB и рабочее (ведомое) звено CD соединены со стойкой при помощи вращательных пар (фиг. 1), а с шатуном BC при помощи шаровых пар. Лишняя степень свободы, которая получается от свободного вращения шатуна относительно своей оси, не учитывается, так как она не влияет на зависимость между углами поворота звеньев AB и CD .

Положение координатных осей, следуя П. В. Цвияку [6], выбираем следующим образом: ось ox направлена по оси вращения звена AB , плоскость oyz совпадает с плоскостью движения центра шаровой пары B , плоскость oux составляет угол равный 90° с плоскостью движения центра шаровой пары C , т. е. с плоскостью Q . Тогда рассматриваемый механизм определится шестью параметрами, в качестве которых при длине звена AB , принятой за единицу, удобно взять следующие: координаты точка $D(x_D, y_D, z_D)$, т. е. точки пересечения оси вращения звена CD с плоскостью Q ; длина шатуна l , длина рабочего

Подставляя значение l_ϕ^2 из уравнения (2) в выражение взвешенной разности (1), получаем после преобразований

$$\Delta_q = -2rx_D \sin(\psi + \psi_0) + 2r(y_D \cos \beta - x_D \sin \beta) \cos(\psi + \psi_0) - \\ - 2z_D \sin(\alpha + \alpha_0) - 2y_D \cos(\alpha + \alpha_0) + 2r \sin(\alpha + \alpha_0) \sin(\psi + \psi_0) - \\ - 2r \cos \beta \cos(\alpha + \alpha_0) \cos(\psi + \psi_0) + x_D^2 + y_D^2 + z_D^2 + r^2 + 1 - l^2. \quad (3)$$

Для получения приближенного выражения разности Δ_ψ , т. е. разности между заданной функцией $\psi = f(x)$ той функцией $\psi = f_M(x)$, которая воспроизводится механизмом, раскладываем в ряд выражение взвешенной разности (3) в окрестности точки Δ_{qM} , соответствующей значениям $\alpha = \alpha_M$ и $\psi = \psi_M$, где α_M и ψ_M — значения углов α и ψ , получаемые в механизме.

Тогда, ограничиваясь линейными членами ряда, имеем:

$$\Delta_q \approx \Delta_{qM} + \frac{\partial \Delta_q}{\partial \psi} (\psi - \psi_M) + \frac{\partial \Delta_q}{\partial \alpha} (\alpha - \alpha_M). \quad (4)$$

Отсюда, принимая во внимание, что $\Delta_{qM} = 0$, а разность $\psi - \psi_M$ при $\alpha = \alpha_M$ равна искомой разности Δ_ψ , получаем:

$$\Delta_\psi = \frac{\Delta_q}{\frac{\partial \Delta_q}{\partial \psi}}.$$

Выполняя дифференцирование, получаем

$$\Delta_\psi = \frac{\frac{\Delta_q}{2r}}{A \cos(\psi + \psi_0) - B \sin(\psi + \psi_0)}, \quad (5)$$

$$\text{где} \quad A = \sin(\alpha + \alpha_0) - z_D; \quad (6')$$

$$B = y_D \cos \beta - x_D \sin \beta - \cos \beta \cos(\alpha + \alpha_0).$$

Отклонение Δ_ψ согласно выражению (6) зависит от восьми параметров: $r, l, x_D, y_D, z_D, \alpha_0, \beta$ и ψ_0 .

Задача синтеза рассматриваемого механизма и состоит в таком выборе этих параметров, при котором отклонение Δ_ψ мало на заданном интервале изменения углов α и ψ .

2. Вычисление восьми параметров

Если требуется подобрать (вычислить) восемь параметров механизма, то выражение взвешенной разности Δ_q после преобразований представляется в следующем виде:

$$\Delta_q = 2A [F(x) - P_0 \varphi_0(x) - P_1 \varphi_1(x) - \dots - P_7 \varphi_7(x)], \quad (7)$$

где

$$F(x) = \sin \psi;$$

$$\begin{aligned}
 \varphi_0(\alpha) &= \cos \alpha \cos \psi; \\
 \varphi_1(\alpha) &= \sin \alpha \cos \psi; \\
 \varphi_2(\alpha) &= \cos \alpha \sin \psi; \\
 \varphi_3(\alpha) &= 1; \\
 \varphi_4(\alpha) &= \sin \alpha \sin \psi; \\
 \varphi_5(\alpha) &= \cos \alpha; \\
 \varphi_6(\alpha) &= \sin \alpha; \\
 \varphi_7(\alpha) &= \cos \psi.
 \end{aligned} \tag{8}$$

$$A = -r [z_D \cos \psi_0 + (y_D \cos \beta - x_D \sin \beta) \cdot \sin \psi_0]; \tag{9}$$

$$P_0 = \frac{r}{A} (\cos \beta \cos \alpha_0 \cos \psi_0 - \sin \alpha_0 \sin \psi_0);$$

$$P_1 = -\frac{r}{A} (\cos \beta \sin \alpha_0 \cos \psi_0 + \cos \alpha_0 \sin \psi_0);$$

$$P_2 = -\frac{r}{A} (\cos \beta \cos \alpha_0 \sin \psi_0 + \sin \alpha_0 \cos \psi_0);$$

$$P_3 = -\frac{1}{2A} (x_D^2 + y_D^2 + z_D^2 + r^2 + 1 - l^2);$$

$$P_4 = \frac{r}{A} (\cos \beta \sin \alpha_0 \sin \psi_0 - \cos \alpha_0 \cos \psi_0);$$

$$P_5 = \frac{1}{A} (z_D \sin \alpha_0 + y_D \cos \alpha_0);$$

$$P_6 = \frac{1}{A} (z_D \cos \alpha_0 - y_D \sin \alpha_0);$$

$$P_7 = \frac{r}{A} [z_D \sin \psi_0 - (y_D \cos \beta - x_D \sin \beta) \cos \psi_0].$$

Отклонение Δ_ψ определяется по формуле (6), которая принимает следующий вид:

$$\Delta_\psi = \frac{F(\alpha) - P_0 \varphi_0(\alpha) - P_1 \varphi_1(\alpha) - \dots - P_7 \varphi_7(\alpha)}{(1 - P_2 \cos \alpha - P_4 \sin \alpha) \cos \psi + (P_0 \cos \alpha + P_1 \sin \alpha + P_7) \sin \psi}. \tag{11}$$

Для вычисления тех значений коэффициентов $P_0, P_1, \dots, P_7$, при которых отклонение Δ_ψ будет мало на заданном интервале изменения углов α и ψ , можно использовать интерполирование, квадратическое приближение или наилучшее приближение.

Методы вычисления коэффициентов $P_0, P_1, \dots, P_7$ для функции вида [7] указаны в монографии Н. И. Левитского [3]. В настоящей статье покажем только как после вычисления коэффициентов $P_0, P_1, \dots, P_7$

можно найти искомые параметры механизма. С этой целью преобразуем систему уравнений (10) к следующему виду:

$$A(P_0 \sin \alpha_0 + P_1 \cos \alpha_0) = -r \sin \phi_0; \quad (12)$$

$$A(P_0 \cos \alpha_0 - P_1 \sin \alpha_0) = r \cos \beta \cos \phi_0; \quad (13)$$

$$A(P_2 \sin \alpha_0 + P_4 \cos \alpha_0) = -r \cos \phi_0; \quad (14)$$

$$A(P_2 \cos \alpha_0 - P_4 \sin \alpha_0) = -r \cos \beta \sin \phi_0; \quad (15)$$

$$A(P_6 \sin \alpha_0 - P_5 \cos \alpha_0) = -y_D; \quad (16)$$

$$A(P_6 \cos \alpha_0 + P_5 \sin \alpha_0) = z_D; \quad (17)$$

$$AP_7 = r[z_D \sin \phi_0 - (y_D \cos \beta - x_D \sin \beta) \cos \phi_0]; \quad (18)$$

$$-2AP_3 = x_D^2 + y_D^2 + z_D^2 + r^2 + 1 - l^2. \quad (19)$$

Разделив уравнения (12) на (14) и (15) на (13), имеем:

$$\operatorname{tg} \phi_0 = \frac{P_0 \operatorname{tg} \alpha_0 + P_1}{P_2 \operatorname{tg} \alpha_0 + P_4} = -\frac{P_4 \operatorname{tg} \alpha_0 - P_2}{P_1 \operatorname{tg} \alpha_0 - P_0}. \quad (20)$$

Отсюда

$$\operatorname{tg} \alpha_0 = B \pm \sqrt{B^2 + 1} \quad (21)$$

где

$$B = \frac{P_0^2 + P_2^2 - P_1^2 - P_4^2}{2(P_0 P_1 + P_2 P_4)} \quad (22)$$

Разделив уравнение (15) на (12), получаем:

$$\cos \beta = \frac{P_2 - P_4 \operatorname{tg} \alpha_0}{P_0 \operatorname{tg} \alpha_0 + P_1}. \quad (23)$$

Разделив уравнение (16) на (17) и подставляя в уравнения (14) и (18) значение коэффициента A , имеем

$$\frac{y_D}{z_D} = \frac{P_5 - P_6 \operatorname{tg} \alpha_0}{P_6 + P_5 \operatorname{tg} \alpha_0};$$

$$\begin{aligned} & [z_D \cos \phi_0 + (y_D \cos \beta - x_D \sin \beta) \sin \phi_0] \times \\ & \times (P_2 \sin \alpha_0 + P_4 \cos \alpha_0) = \cos \phi_0; \\ & -[z_D \cos \phi_0 + (y_D \cos \beta - x_D \sin \beta) \sin \phi_0] \cdot P_7 = \\ & = z_D \sin \phi_0 - (y_D \cos \beta - x_D \sin \beta) \cdot \cos \phi_0. \end{aligned}$$

Полученная система уравнений является линейной относительно неизвестных x_D , y_D и z_D . Решая эту систему, получаем:

$$z_D = \frac{1 - P_7 \operatorname{tg} \phi_0}{(1 + \operatorname{tg}^2 \phi_0)(P_2 \sin \alpha_0 + P_4 \cos \alpha_0)}; \quad (24)$$

$$y_D = \frac{P_5 - P_6 \operatorname{tg} \alpha_0}{P_6 + P_5 \operatorname{tg} \alpha_0} z_D; \quad (25)$$

$$x_D = \frac{1}{\sin \beta} \left(y_D \cos \beta - z_D \frac{P_7 + \operatorname{tg} \psi_0}{1 - P_7 \operatorname{tg} \psi_0} \right). \quad (26)$$

Из уравнений (14) и (17) получаем:

$$r = - \frac{z_D}{\cos \psi_0} \cdot \frac{P_2 \operatorname{tg} \alpha_0 + P_4}{P_6 + P_3 \operatorname{tg} \alpha_0}. \quad (27)$$

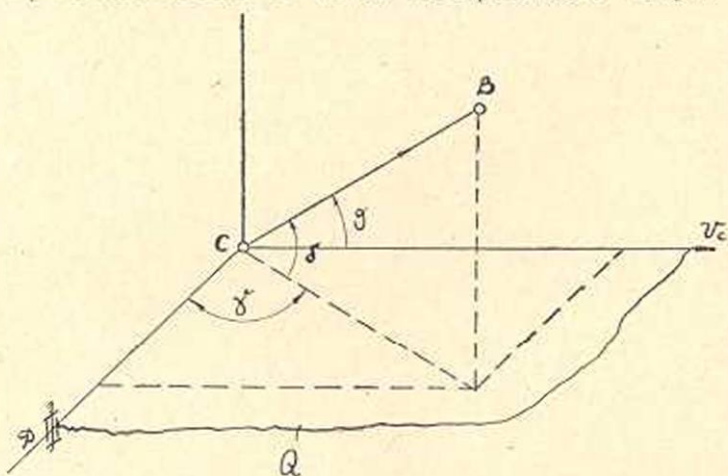
Наконец из уравнений (19) имеем:

$$l = \sqrt{2AP_3 + x_D^2 + y_D^2 + z_D^2 + r^2 + 1}. \quad (28)$$

3. Угол давления

После вычисления параметров механизма из условий приближения к заданной зависимости следует проверить значение углов давления в механизме.

Для рабочего звена CD углом давления будем считать угол между направлением шатуна BC и направлением скорости точки C . В соответствии с фиг. 2 обозначим угол давления через v , угол между направлением шатуна и проекцией его на плоскость Q через δ и угол между направлением звена CD и той же проекцией шатуна через γ .

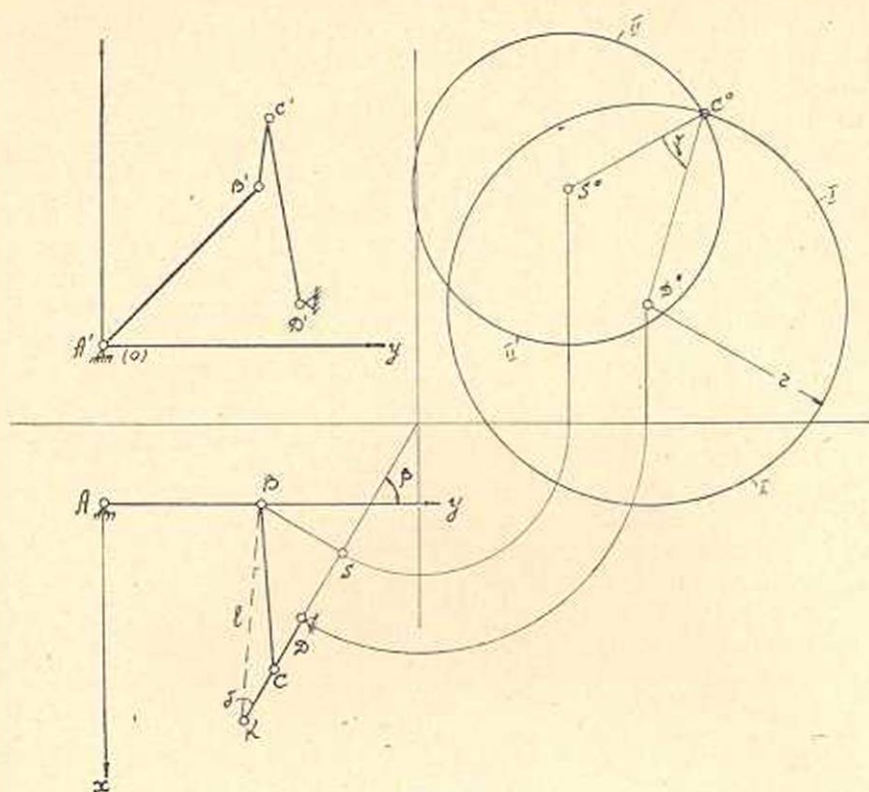


Фиг. 2.

Тогда на основании известного соотношения между направляющими косинусами имеем:

$$\cos v = \cos \delta \sin \gamma. \quad (29)$$

Углы δ и γ , как показал П. Б. Цвияк, могут быть найдены графически одновременно с построением положений механизма в ортогональных проекциях. На фиг. 3 показано, как можно определить положение звена CD по заданному положению звена AB . В качестве вертикальной плоскости проекции принимаем плоскость ozz и в качестве горизонтальной — плоскость oxu . Для нахождения положения точки C по заданному положению точки B совмещаем плоскость Q с вертикальной



Фиг. 3.

плоскостью проекций. Искомое положение точки C должно находиться на окружности I—I радиуса r . Кроме того эта точка должна лежать на расстоянии l от точки B . Геометрическим местом точек, лежащих в плоскости Q на расстоянии l от заданного положения точки B , является окружность II—II, получающаяся при пересечении с плоскостью Q сферы радиуса l с центром в точке B . Центр окружности II—II обозначим через S . Горизонтальная проекция центра S найдется в основании перпендикуляра, опущенного из точки B на след плоскости Q , а вертикальная проекция и положение точки S в совмещенной плоскости (S^0) найдется из условия равенства аппликат точек B и S . Радиус окружности II—II равен расстоянию от точки S в горизонтальной плоскости до точки K , получающейся на следе плоскости Q путем засечки радиусом l из точки B . Искомое положение точки C в совмещенной плоскости (C^0) находится на пересечении окружностей I—I и II—II, угол δ при этом графическом построении равен углу BKS , а угол γ — углу $S^0C^0D^0$.

Покажем, что углы δ и γ можно вычислять также аналитически. Проектируя треугольник BDS в горизонтальной плоскости на оси ox и oy , имеем:

$$\begin{aligned} BS \cos \beta + DS \sin \beta &= x_D; \\ BS \sin \beta - DS \cos \beta &= y_D - \cos(\alpha + \alpha_0). \end{aligned} \quad (30)$$

Отсюда

$$BS = x_D \cos \beta + y_D \sin \beta - \sin \beta \cos(\alpha + \alpha_0),$$

следовательно

$$\sin \delta = \frac{x_D \cos \beta + y_D \sin \beta}{l} - \frac{\sin \beta}{l} \cos(\alpha + \alpha_0). \quad (31)$$

В треугольнике $D^0 C^0 S^0$ имеем:

$$\begin{aligned} C^0 D^0 &= r; \\ C^0 S^0 &= l \cos \delta; \\ \cos \gamma &= \frac{r^2 + l^2 \cos^2 \delta - (D^0 S^0)^2}{2rl \cos \delta}. \end{aligned}$$

Кроме того имеем:

$$(D^0 S^0)^2 = (DS)^2 + [z_D - \sin(\alpha + \alpha_0)]^2.$$

Из уравнений (30) получаем:

$$DS = x_D \sin \beta - y_D \cos \beta + \cos \beta \cos(\alpha + \alpha_0).$$

Следовательно,

$$\cos \gamma = \frac{r^2 + l^2 \cos^2 \delta + A^2 - B^2}{2rl \cos \delta}, \quad (32)$$

где A и B определяются по (6').

4. Пример

Спроектировать пространственный механизм для воспроизведения функции

$$y = \lg x$$

в пределах от $x_0 = 1$ до $x_m = 10$ при углах размаха $\alpha_m = 55^\circ$ и $\phi_m = -90^\circ$.

Масштабы графика $\phi = f(x)$, изображающего зависимость $y = \lg x$ найдутся из соотношений:

$$\begin{aligned} \mu_y &= \frac{y_m - y_0}{\phi_m} = -\frac{1}{90} \cdot \frac{1}{\text{град}}, \\ \mu_x &= \frac{x_m - x_0}{\alpha_m} = \frac{9}{55} \cdot \frac{1}{\text{град}}. \end{aligned}$$

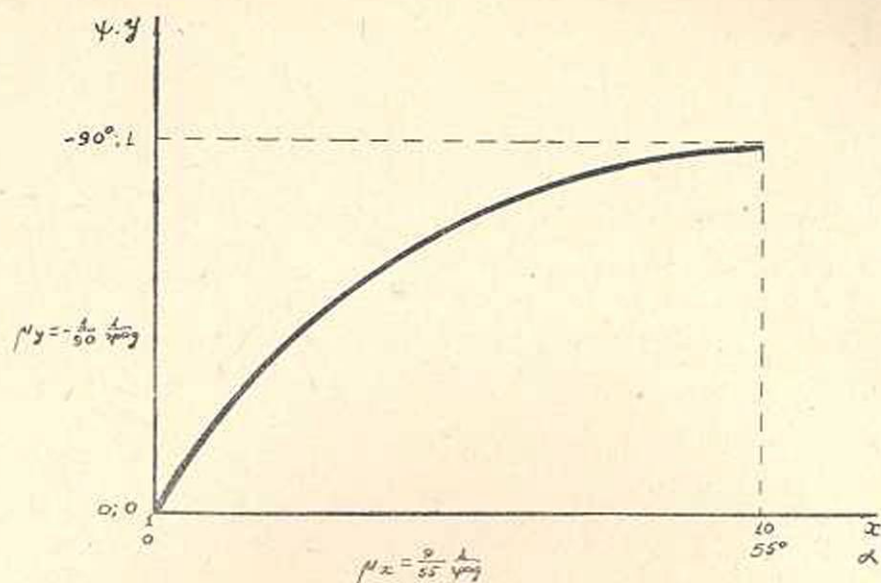
Заданная зависимость (фиг. 4) имеет вид:

$$y_0 + \mu_y \phi = \lg(x_0 + \mu_x \alpha).$$

Подставляя значения масштабов μ_y и μ_x , получаем

$$\phi = -90 \lg \left(1 + \frac{9}{55} \alpha \right)^* ; \text{ или } \alpha = \frac{55}{9} \left(10^{-\frac{\phi}{90}} - 1 \right).$$

* Углы ϕ и α измеряются в градусах.



Фиг. 4.

Коэффициенты $P_0, P_1, \dots, P_7$ будем вычислять по методу интерполирования, располагая узлы интерполирования так же, как располагаются нули многочлена Чебышева восьмой степени [7]. В соответствии с графиком заданной зависимости можно ожидать, что многочлен вида

$$P(y) = a_0 y^8 + a_1 y^7 + \dots + a_8,$$

лучше представляет отклонение от заданной зависимости Δ_2 чем многочлен вида

$$P(x) a_0 x^8 + a_1 x^7 + \dots + a_8.$$

Поэтому выбираем узлы интерполирования вблизи тех точек, где обращается в нуль многочлен Чебышева $T_8(y)$. Ординаты этих точек даются формулой:

$$\psi = \frac{\psi_m}{2} - \frac{\psi_m}{2} \cos \frac{2i-1}{16} \pi; \quad i = 1, 2, \dots, 8.$$

После некоторого округления принимаем значения углов ψ и α в узлах интерполирования, указанные в таблице 1.

Таблица 1

α	0°	1°34'55"	4°45'22"	9°14'20"
ψ	0°	9°	22°50'	36°
α	18°13'05"	28°15'16"	42°25'55"	55°
ψ	54°	67°30'	81°	90°

Вычисляя по формулам (8) функции $F(\alpha), \varphi_0(\alpha), \varphi_1(\alpha), \dots, \varphi_7(\alpha)$ получаем, из условия равенства нулю разности Δ_q в узлах интерполирования, следующие уравнения:

$$P_0 + P_3 + P_5 + P_7 = 0;$$

$$0.98931 P_0 + 0.02727 P_1 - 0.15637 P_2 + P_3 - 0.00432 P_4 + 0.99962 P_5 + \\ + 0.02761 P_6 + 0.98769 P_7 = -0.15643;$$

$$0.92070 P_0 + 0.07660 P_1 - 0.38136 P_2 + P_3 - 0.03173 P_4 + 0.99656 P_5 + \\ + 0.08291 P_6 + 0.92388 P_7 = -0.38268;$$

$$0.79853 P_0 + 0.12989 P_1 - 0.58017 P_2 + P_3 - 0.09437 P_4 + 0.98703 P_5 + \\ + 0.16055 P_6 + 0.80902 P_7 = -0.58779;$$

$$0.55832 P_0 + 0.18376 P_1 - 0.76846 P_2 + P_3 - 0.25292 P_4 + 0.94987 P_5 + \\ + 0.31263 P_6 + 0.58779 P_7 = -0.80902;$$

$$0.33709 P_0 + 0.18115 P_1 - 0.81381 P_2 + P_3 - 0.43735 P_4 + 0.88086 P_5 + \\ + 0.47338 P_6 + 0.38268 P_7 = -0.92388;$$

$$0.11546 P_0 + 0.10554 P_1 - 0.75892 P_2 + P_3 - 0.66640 P_4 + 0.73808 P_5 + \\ + 0.67471 P_6 + 0.25643 P_7 = -0.98769;$$

$$-0.57358 P_2 + P_3 - 0.81915 P_4 + 0.57358 P_5 + 0.81915 P_6 = -1.$$

Применяя обычные способы решения системы линейных уравнений, находим следующие значения коэффициентов:

$$P_0 = 0.0811402;$$

$$P_1 = 0.2649784;$$

$$P_2 = 0.9245966;$$

$$P_3 = -0.6451103;$$

$$P_4 = 0.5390084;$$

$$P_5 = 0.6030679;$$

$$P_6 = -0.7471119;$$

$$P_7 = 0.0390978.$$

Затем находим значение величины $\frac{\Delta_q}{2A}$ по формуле (7) в промежутках между узлами интерполирования. Во всех точках эти величины оказались равными нулю с точностью, по крайней мере, до пяти знаков после запятой.

Далее, приступаем к определению искомых параметров механизма. По формуле (21) находим:

$$\operatorname{tg} \alpha_0 = -1.65446 \quad \text{и} \quad \operatorname{tg} \alpha_0 = 604424.$$

Подсчитывая затем значение $\cos \beta$ по формуле (23) убеждаемся, что только первое значение $\operatorname{tg} \alpha_0$ удовлетворяет условиям задачи, так как при втором значении $\cos \beta$ получается больше единицы.

Имеем

$$\alpha_0 = -121^\circ 09' 00'' \text{ и } -58^\circ 51' 00''$$

$$\cos \beta = 0.252209 \quad \beta = 75^\circ 27' 24''.$$

Затем по формуле (20) имеем:

$$\operatorname{tg} \psi_0 = -0.0631970.$$

Отсюда

$$\psi_0 = 176^\circ 23' 02'' \text{ и } -3^\circ 36' 58''.$$

Вычисляя параметр z_D по формуле (24), имеем:

$$z_D = 0.92847 \text{ при } \alpha_0 = 121^\circ 09'$$

$$z_D = 0.92847 \text{ при } \alpha_0 = 58^\circ 51'.$$

Параметр r по условию всегда величина положительная.

Поэтому, вычисляя его по формуле (27), получаем:

$$r = 1.15631,$$

причем одновременно из условия получения положительного значения r устанавливаем, что значению $\alpha_0 = 121^\circ 09'$ соответствует $\psi_0 = 176^\circ 23' 02''$, а значению $\alpha_0 = -58^\circ 51'$, значение $\psi_0 = -3^\circ 36' 58''$.

Далее по формулам (25) и (26) имеем:

$$y_D = 0.33683 \text{ при } \alpha_0 = 121^\circ 09'$$

$$y_D = -0.336683 \text{ при } \alpha_0 = -58^\circ 51';$$

$$x_D = 0.18575 \text{ при } \alpha_0 = 121^\circ 09';$$

$$x_D = 0.18575 \text{ при } \alpha_0 = -58^\circ 51'.$$

Наконец, по формулам (9) и (28) получаем:

$$A = 1.0784;$$

$$I = 1.39845.$$

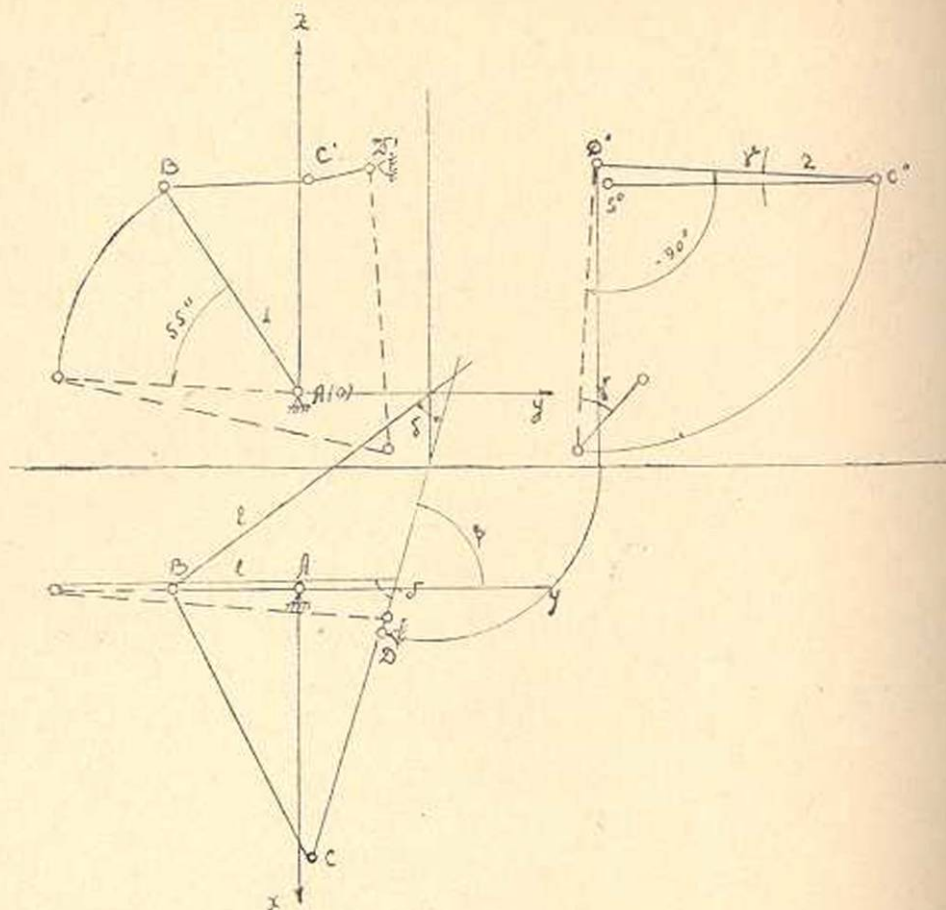
Следовательно, после вычислений мы получаем две системы параметров механизма, которые приведены в таблице 2.

Таблица 2

№№	α_0	ψ_0	x_D	z_D	y_D
1	$121^\circ 09'$	$176^\circ 23' 02''$	0.18575	0.92847	0.33683
2	$-58^\circ 51'$	$-3^\circ 36' 58''$	0.33683	-0.92847	-0.33683

Значения параметров $\beta = 75^\circ 27' 24''$, $r = 1.15631$ и $I = 1.39845$ являются одинаковыми для обеих систем.

На фиг. 5 в ортогональных проекциях построена схема механизма по первой системе параметров. Вторая система нового меха-



Фиг. 5.

низма не дает. Изображение схемы механизма по второй системе получается путем поворота чертежа на 180° .

Полученный механизм теоритически обеспечивает высокую точность приближения к заданной зависимости, но при заданных углах размаха является неудовлетворительным по значениям углов давления. Как видно из фигуры 5, угол γ в одном из промежуточных положений обращается в нуль и, следовательно, угол давления становится равным 90° .

Возможность получения неконструктивных решений при вычислении всех параметров только из условия приближения к заданной зависимости неоднократно указывалось многими исследователями. Поэтому важное значение приобретает разработка методов, с помощью которых можно предварительно на основании графического варьирования параметров или же по атласу кривых выбирать конструктивно приемлемый механизм, уточняя затем его параметры путем вычисления небольшого числа их.

Ն. Ի. Լևիտսկի, Կ. Խ. Շահբազյան

ԵՐԿՈՒ ՊՏՏԱԿԱՆ ԵՎ ԵՐԿՈՒ ԳՆԴԱՅԻՆ ՋՈՒՅԳԵՐՈՎ ՏԱՐԱԾԱԿԱՆ ՔԱՆՈՂԱԿԱՆՆԵՐԻ ՆԱԽԱԳԾՄԱՆ ԱՆԱԼԻՏԻԿ ՄԵԹՈԴ

Ա Մ Փ Ո Փ Ո Ւ Մ

Հոգիածու՜մ արվում է մի մեթոդ, որի օգնությամբ հնարավոր է լինում նախագծել տարածական քառոդակ մեխանիզմները՝ ցանկացած քանակով պարամետրների դեպքում:

Խնդիրը լուծված է մաթեմատիկական ճանապարհով՝ 8 պարամետրների դեպքում: Արտածված համասարումները հնարավորություն են տալիս անալիտիկորեն հաշվելու մեխանիզմի պարամետրների մեծությունները:

Արդեն օրինակ դիտարկված է լողարկիմական ֆունկցիան վերաբառացրող տարածական մեխանիզմը:

Л И Т Е Р А Т У Р А

1. Зиновьев В. А. Проектирование пространственных четырехзвенных механизмов по полному числу параметров. Труды Семинара по теории машин и механизмов, вып. 55, изд. АН СССР, 1954.
2. Левитский Н. И. и Шахбазян К. X. Синтез пространственных четырехзвенных механизмов с низшими парами. Труды Семинара по ТММ, вып. 54, Изд. АН СССР, 1954.
3. Левитский Н. И. Проектирование плоских механизмов с низшими парами. Изд. АН СССР, 1950.
4. Новодворский Е. П. Об одном способе синтеза механизмов. Труды Семинара по ТММ, вып. 42, Изд. АН СССР, 1952.
5. Степанов Б. И. Проектирование пространственных передаточных механизмов с низшими парами. Труды Семинара по ТММ, вып. 45, Изд. АН СССР, 1952.
6. Цвиак П. В. Графический метод исследования (анализ и синтез) пространственного шарнирного четырехзвенного механизма и распространение этого метода на другие виды механизмов, диссертация, Львовский политехнический институт, 1952.
7. Чебышев П. А. Теория механизмов, известных под названием параллелограммов. Собр. соч., т. II, Изд. АН СССР, 1948.