

Н. А. Корхмазян

Решение задачи о переходном излучении
методом изображений

В работе В. Гинзбурга и И. Франка [1] проведен расчет интенсивности переходного излучения для случаев двух сред, характеризующихся некоторыми (вообще говоря комплексными) значениями диэлектрических констант ϵ_1 и ϵ_2 .

В настоящей работе дано решение той же задачи значительно более простым и наглядным методом. При этом использовались метод изображений и теория излучения при столкновениях заряженных быстрых частиц.

Следует отметить, что в работе [1], тем же самым методом изображений, получится формула для полной интенсивности в нерелятивистском случае (формула (1) работы [1]). Однако указанные авторы решают задачу в общем виде другим методом.

Рассмотрим быструю частицу с зарядом e , движущуюся с постоянной скоростью, из вакуума в идеальный проводник перпендикулярно плоской границе раздела этих двух сред, заполняющих бесконечное полупространство. Эта частица будет индуцировать на поверхности идеального проводника заряды, поле которых в вакууме, согласно методу изображений, идентично полю частицы с зарядом $-e$, движущейся навстречу первоначальной частице с той же скоростью; при этом идеальный проводник заменяется вакуумом. Перемещение изображения есть следствие фактического перераспределения индуцированных на поверхности идеального проводника зарядов. Излучение при переходе частицы с зарядом e из вакуума в металл может быть рассчитано как излучение при столкновении этой частицы и ее изображения.

Поскольку при переходном излучении существенно излучение с частотой порядка меньше 10^{15} герц, а время столкновения τ порядка $\frac{a}{c}$, где a — порядок размеров атомов, то имеет место условие $\omega\tau \ll 1$. Это позволяет в дальнейшем использовать теорию излучения при столкновении заряженных частиц в форме, изложенной в [2].

Рассмотрим поле излучения в некоторой точке первой среды с координатой R_0^* (фиг. 1). Фурье-компонента магнитного поля в этой точке определится согласно формуле (68.8) [2] так:

$$\vec{H}_\omega = \frac{1}{2\pi c} [(\vec{A}_2 - \vec{A}_1) \vec{n}], \quad (1)$$

где $\vec{A}_1$ — вектор-потенциал в точке наблюдения R_0 до столкновения частиц, а $\vec{A}_2$ — вектор-потенциал поля в той же точке после столкновения, а $\vec{n} = \frac{\vec{R}_0}{R_0}$.

Величины $\vec{A}_1$ и $\vec{A}_2$ определяются как потенциалы Льенарь-Вихерта, созданные движущимися заряженной частицей и ее изображением. Потенциал, созданный частицей с зарядом e , движущейся со скоростью $\vec{V}$ по направлению к идеальному проводнику, будет равен

$$\vec{A}_1^{(1)} = \frac{e\vec{V}}{cR_0 \left(1 - \frac{\vec{n} \cdot \vec{V}}{c}\right)};$$

потенциал же, созданный изображением, определится как

$$\vec{A}_1^{(2)} = \frac{e\vec{V}}{cR_0 \left(1 + \frac{\vec{n} \cdot \vec{V}}{c}\right)}.$$

Следовательно, потенциал $\vec{A}_1$ до столкновения есть:

$$\begin{aligned} \vec{A}_1 &= \vec{A}_1^{(1)} + \vec{A}_1^{(2)} = \\ &= \frac{e\vec{V}}{cR_0} \left(\frac{1}{1 - \frac{V \cos \vartheta}{c}} + \right. \\ &\quad \left. + \frac{1}{1 + \frac{V \cos \vartheta}{c}} \right). \end{aligned} \quad (2)$$

Потенциал $\vec{A}_2$ после столкновения частицы и ее изображения равен всюду нулю, в силу „аннигиляции“ этих двух частиц. Физически это означает, что после перехода частицы в идеальный проводник, ее заряд полностью экранируется. Подставляя значения потенциалов $\vec{A}_1$ и $\vec{A}_2$ в (1), а потом (1) в формулу для излучения при столкновении (66.9) [2]

* Начало отсчета координат помещено в точке столкновения частиц.

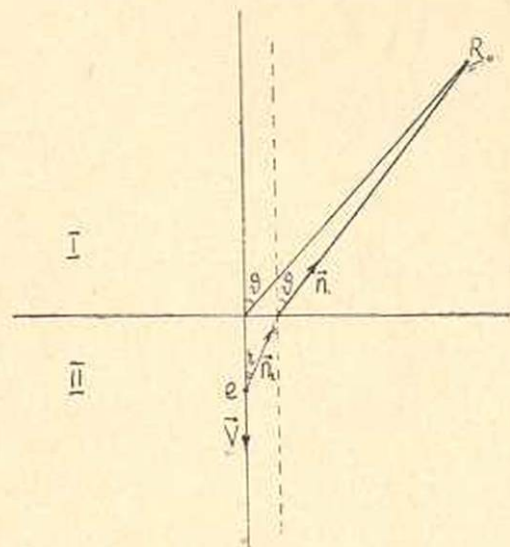
$$W_{\omega}(\theta) = \frac{dE_{\omega}}{d\Omega d\omega} = c |\vec{H}_{\omega}|^2 \cdot R_0^2,$$

получаем окончательную формулу:

$$W_{\omega}(\theta) = \frac{e^2 V^2}{\pi^2 c^3} \frac{\sin^2 \theta}{(1 - \beta^2 \cos^2 \theta)^2}; \quad \beta = \frac{V}{c}. \quad (3)$$

Такое решение поставленной задачи в наиболее простом случае перехода заряженной частицы из вакуума в идеальный проводник. Этот случай наиболее ясно иллюстрирует суть излагаемого метода и позволяет провести обобщение на случай перехода частицы из одной произвольной среды в некоторую другую.

Итак, рассмотрим теперь две среды, разделенные плоской поверхностью, заполняющие бесконечное полупространство и характеризующиеся диэлектрическими постоянными ϵ_1 и ϵ_2 , которые могут быть, вообще говоря, комплексными. Частица с зарядом e пусть, как и ранее, движется с постоянной скоростью $\vec{V}$ в направлении, перпендикулярном плоскости раздела. Поле в точке R_0 первой среды, до того как частица достигла границы раздела, складывается из поля, созданного непосредственно самим зарядом и, кроме того, поля отраженного от границы раздела двух рассматриваемых сред. Последнюю часть поля можно представить как образованную неким „зеркальным“ изображением нашей частицы, находящимся во второй среде, движущимся скоростью $-\vec{V}$ и обладающим зарядом $-ef$, где f есть коэффициент отражения Френеля для волн, отраженных в первую среду. Заметим, что коэффициент f зависит от частоты падающей волны, и тем самым величина заряда изображения также будет различна для разных частот; кроме того отметим, что, вводя в рассмотрение изображение, нужно, как всегда, заменить вещество второй среды веществом первой.



Фиг. 2.

Таким образом, в полной аналогии с разобранным ранее случаем вакуум — идеальный проводник, потенциал $\vec{A}_1$ до столкновения частицы с ее изображением определится по формуле:

$$\vec{A}_1 = \frac{e\vec{V}}{cR_0 \left(1 - \sqrt{\epsilon_1} \frac{\vec{n}_1 \cdot \vec{V}}{c} \right)} + \frac{e\vec{V}f}{cR_0 \left(1 + \sqrt{\epsilon_1} \frac{\vec{n}_1 \cdot \vec{V}}{c} \right)}. \quad (4)$$

После столкновения, т. е. после проникновения нашей частицы во вторую среду, «анигиляция», т. е. полная экранировка, в общем случае не имеет места.

Поле в первой среде, созданной частично заэкранированными зарядом, движущимся теперь во второй среде от границы раздела, получается в результате преломления поля частицы с зарядом e на границе двух сред. Поэтому мы можем записать $\vec{A}_2$ в форме:

$$\vec{A}_2 = \frac{e\vec{V}}{cR_0 \left(1 - \sqrt{\epsilon_2} \frac{\vec{n}_2 \cdot \vec{V}}{c}\right)} \cdot \frac{\sqrt{\epsilon_1}}{\sqrt{\epsilon_2}} (1+f). \quad (5)$$

Фактор $\frac{\sqrt{\epsilon_1}}{\sqrt{\epsilon_2}} (1+f)$ есть коэффициент преломления Френеля для амплитуды. Смысл единичных векторов $\vec{n}_1$ и $\vec{n}_2$, фигурирующих в формулах (4) и (5), ясен из фиг. 2. Обобщая формулу (1), запишем Фурье-компоненту магнитного поля в точке R_0 первой среды в виде

$$\vec{H}_\omega = \frac{1}{2\pi c} \left| [\vec{A}_2 \vec{n}_2] - [\vec{A}_1 \vec{n}_1] \right|, \quad (6)$$

и формулу излучения

$$W_\omega(\vartheta) = \sqrt{\epsilon_1} \cdot c \cdot |\vec{H}_\omega|^2 \cdot R_0^2,$$

можем написать:

$$W_\omega(\vartheta) = \frac{\sqrt{\epsilon_1}}{4\pi^2 c} (A_2 \sin r - A_1 \sin \vartheta)^2 \cdot R_0^2.$$

Из фиг. 2 имеем для закона преломления $\sin r = \sin \vartheta \cdot \frac{\sqrt{\epsilon_1}}{\sqrt{\epsilon_2}}$; поэтому, используя (4) и (5), получим

$$W_\omega(\vartheta) = \frac{e^2 \sqrt{\epsilon_1} \sin^2 \vartheta}{4\pi^2 c^2} \left| \left\{ \frac{V}{1 - \sqrt{\epsilon_2} \frac{\vec{n}_2 \cdot \vec{V}}{c}} \cdot \frac{\epsilon_1}{\epsilon_2} \cdot (1+f) - \frac{V}{1 - \sqrt{\epsilon_1} \frac{\vec{n}_1 \cdot \vec{V}}{c}} - \frac{Vf}{1 + \sqrt{\epsilon_1} \frac{\vec{n}_1 \cdot \vec{V}}{c}} \right\} \right|^2. \quad (7)$$

Эта формула и дает решение задачи в общем случае. Можно несколько преобразовать выражение (7); имеем для волнового вектора $k_{1,2} = \frac{\omega}{c} \sqrt{\epsilon_{1,2}}$ и, кроме того, из фиг. 2 $\vec{n}_1 \cdot \vec{V} = -V \cos \vartheta$ и $\vec{n}_2 \cdot \vec{V} = -V \cos r$, где $\cos r = \sqrt{1 - \frac{\epsilon_1}{\epsilon_2} \sin^2 \vartheta}$; с учетом приведенных соотношений имеем:

$$W_{\omega}(\vartheta) = \frac{e^2 V \varepsilon_1 \omega^2 \sin^2 \vartheta}{4\pi^2 c^3} \left| \left\{ \frac{2k_1 \cos \vartheta}{\omega^2 - k_1^2 \cos^2 \vartheta} + \right. \right. \\ \left. \left. + (1+f) \left(\frac{k_2^2}{k_1^2} - \frac{1}{\frac{\omega}{V} + V k_2^2 - k_1^2 \sin^2 \vartheta} - \frac{1}{\frac{\omega}{V} - k_1 \cos \vartheta} \right) \right\} \right|^2. \quad (8)$$

Нетрудно видеть, что при $\varepsilon_1 = \varepsilon_2$, $W_{\omega}(\vartheta)$ обращается в нуль в соответствии с физикой вопроса — переходное излучение должно отсутствовать в этом случае. Отметим здесь, что знаменатели вида $\left(1 - \sqrt{\varepsilon_1} \frac{\vec{n} \cdot \vec{V}}{c}\right)$ нигде в нуль обратиться не могут, что соответствует

Черенковскому излучению. Заметим, что аналогичная формула в работе [1] отличается от приведенной формулы (8) знаком в знаменателе второго члена в фигурных скобках. Как указали сами авторы в ответном письме это различие следует отнести за счет ошибки работы [1], исходящей из стр. 20, 5 строка сверху, где напечатано! $K_1 R_0 + \frac{z}{c} \sqrt{K_2^2 - K_1^2 \sin^2 \vartheta}$ вместо: $K_1 R_0 - \frac{z}{c} \sqrt{K_2^2 - K_1^2 \sin^2 \vartheta}$.

В заключение автор выражает благодарность Г. М. Гарибяну и А. Ц. Амауни за сделанные ими указания и внимание к работе.

Ереванский государственный университет
им. В. М. Молотова

Поступило 10 I 1957

Ե. Ս. Ղարիբաղյան

ԱՆՅՈՒՄԱՅԻՆ ՀԱՌԱԳԱՅՅՄԱՆ ԽՆԴՐԻ ԼՈՒՄՈՒՄԸ ԱՐՏԱՊԱՏՏԵՐՄԱՆ ՄԵՐՈՂՈՎ

Ա Մ Փ Ո Փ Ո Ւ Մ

Հորիզոնում տրված է հաստատուն արագությունը շարժվող լիցքավորված մասնիկի մի միջավայրից մյուսը անցնելու ժամանակ առաջացած ճառագայթման խնդրի լուծումը արապատկերման մեթոդով: Ստացված է բանաձև անցումային ճառագայթման հոսքի համար տվյալ ուղղությամբ և տվյալ հաճախությամբ:

Եթե e լիցքը շարժվում է երկու միջավայրերի հարթ սահմանին ուղղահայաց որոշ արագությամբ, անցնելով, օրինակ, առաջին միջավայրից երկրորդը, ապա առաջին միջավայրում էլեկտրոմագնիսական դաշտի հաշվման տեսակետից կարելի է ընդունել, որ բացի նշված լիցքից գոյություն ունի նաև իրա «հակադրին պատկերը» — $e\bar{f}$ լիցքով և ճիշտ հակառակ արագու-

թյամբ: Այստեղ *Դ*-ը առաջին միջավայրում անդրադարձած ճառագայթների ներհնելի անդրադարձման գործակիցն է: Քանի որ *Դ*-ը կախված է անդրադարձող ճառագայթի հաճախականությունից, ապա պատկերի լիցքը տարբեր հաճախականությունների համար տարբեր է: Այսպիսի պատկերացումը հնարավորություն է տալիս, հաշվել անցումային ճառագայթումը, օգտագործելով լիցքավորված մասնիկների բաշխման ժամանակ առաջացած ճառագայթմանը վերաբերվող տեսությունը: Պետք է նշել, որ [1] աշխատանքի հեղինակները, այս մեթոդից օգտվել են լիցքի շարժման ոչ ուղիղաձիգ առաջացությունների դեպքում, իսկ ուղիղաձիգ առաջացությունների դեպքում նրանք դնացել են այլ ճանապարհով:

Բերված մեթոդը ամենակարճը և ակնհայտն է այդ խնդրի լուծման գոյություն ունեցող մեթոդներից:

ЛИТЕРАТУРА

1. Гинзбург В. и Франк И. ЖЭТФ, 16, 715 (1946).
2. Ландау Л. и Лифшиц Е. Теория поля, изд. 2, § 68. (1948).