

БЫСТРЫЙ СПЕКТРАЛЬНЫЙ АНАЛИЗ ДАННЫХ
ЭЛЕКТРОФИЗИОЛОГИЧЕСКОГО ЭКСПЕРИМЕНТА

А. А. ГАЗАРЯН, Д. С. МЕЛКОНЯН

Предлагается метод быстрого спектрального анализа электрофизиологических данных, который, по сравнению с классическим БПФ (быстрым преобразованием Фурье), в ряде случаев дает значительно более объективную спектральную информацию. На примерах расчетов амплитудных частотных спектров некоторых данных электрофизиологического эксперимента показаны некоторые закономерности в распределении энергии исследуемого процесса на соответствующем диапазоне частот, которые дают ценную информацию о функциональном состоянии исследуемого объекта.

С развитием вычислительной техники для обработки данных электрофизиологического эксперимента стали использоваться методы автоматического регулирования, позволяющие исследовать вопросы управления и биохимического регулирования центральной нервной системы.

Одними из этих методов являются методы спектрального анализа, позволяющие изучать процессы, происходящие в биологических системах, в частотной области. Они используются, в частности, при изучении сверхмедленных колебаний в головном мозге человека [1], электроэнцефалограмм [2], вызванных потенциалов мозга [3], электроретинограмм [4, 5], зрачкового рефлекса [6].

Однако традиционные методы спектрального анализа требовали значительных затрат машинного времени, что являлось одной из основных причин, препятствовавших широкому внедрению их в клинику и электрофизиологических лабораториях.

С появлением машинных методов быстрого преобразования Фурье (БПФ), позволяющих значительно сокращать объем вычислительных операций, и, соответственно, машинное время, появились и реальные предпосылки для широкого использования методов спектрального анализа в медико-биологических исследованиях.

Метод БПФ, являющийся методом эффективного расчета дискретного преобразования Фурье (ДПФ), вызвал большие изменения вычислительных методов обработки информации. На его основе созданы специализированные ЭВМ [7] и вычислительные устройства [8], позволяющие еще более эффективно проводить вычислительные процессы.

Однако проблемы, возникающие при использовании ДПФ и связанные со значительным искажением спектральной информации [9], а так-

же тот факт, что не во всех случаях оправдано использование ДПФ [10], заставляют искать более эффективные пути вычисления частотных спектров.

Вопросам повышения точности вычислений частотных спектров посвящен ряд работ [11—14], суть которых заключается в выборе той или иной весовой функции, которые определяют насколько конкретные формулы вычисления частотных спектров точнее широко используемых формул прямоугольников. Этим же вопросам посвящены другие работы [15—17], в которых предлагаются быстрые алгоритмы, основанные на различных методах преобразований. Однако предлагаемые алгоритмы ограничиваются либо областью применения [12, 15, 16], либо использованием функций, заданных в аналитическом виде [17], или же в них отсутствуют практические рекомендации, позволяющие произвести определенный выбор того или иного метода для конкретного исследования [11, 13, 14].

В работе Мелкояна, Газаряна [18] было проведено сравнительное исследование методов спектрального анализа, выявившего эффективность применения метода кусочно-линейного преобразования Фурье (КЛПФ), который в ряде случаев, по сравнению с ДПФ, дает значительно более высокую точность вычисления частотных спектров. Там же делается вывод о возможности применения машинных алгоритмов БПФ при расчете частотных спектров методом КЛПФ.

Исходя из вышеизложенного, в работе была поставлена задача разработки алгоритма эффективного расчета частотных спектров на основе метода КЛПФ, а также даны практические рекомендации для использования этого метода при исследовании конкретной функции. Для краткости этот метод будем обозначать через БКЛПФ (быстрое КЛПФ).

Процедура вычислений методом БКЛПФ. Пусть исследуемый процесс описывается функцией $f(t)$, которая непрерывна и однозначна на некотором конечном интервале времени $[0, T]$. Тогда КЛПФ для N дискретных выборок функции f_k запишется в виде:

$$S_n = 2 \cdot \frac{1 - \cos(2\pi n/N)}{(2\pi n)^2/TN} \sum_{k=0}^{N-1} f_k e^{-2\pi jnk/N} + f_0 a_1(2\pi jn/T) + f_N a_1^*(2\pi jn/T), \quad (1)$$

где

$$a_1(2\pi jn/T) = \frac{1 - \cos(2\pi n/N)}{(2\pi n)^2/TN} - j \frac{T}{2\pi n} \left[1 - \frac{\sin(2\pi n/N)}{(2\pi n)/N} \right] \quad (2)$$

и $a_1^*(2\pi jn/T)$ — комплексно-сопряженная с ней величина [18].

В выражении (1) допускается, что при $k = 0$ $f_k = 0$. Последние два слагаемых в формуле (1) определяют вклад в спектральную информацию значений функции на концах временного интервала.

Расчет сумм в выражении (1), при условии $N = 2^m$ (m — целое число), осуществляется с помощью метода БПФ. Вычислительная процедура осуществляется следующим образом. N выборок f_k исходной функции $f(t)$ разделяются на две функции Y_k и Z_k , каждая из которых сос-

тоит из половины исходных точек, причем Y_k составлена из первых $N/2$ точек, а Z_k — из последних $N/2$ точек f_k , т. е. можно записать, что $Y_k = f_k$ и $Z_k = f_{k+N/2}$ ($k = 0, 1, \dots, N/2-1$).

Далее, определяются N точек преобразования Фурье выборок f_k от функций Y_k и Z_k , которое имеет вид

$$S_n = 2 \cdot \frac{1 - \cos(2\pi n/N)}{(2\pi n)^2/TN} \sum_{k=0}^{N/2-1} (Y_k + Z_k \cdot e^{-\pi j n}) e^{-2\pi j n k/N}. \quad (3)$$

В уравнении (3) выделяются четно и нечетно пронумерованные точки преобразования и вычисляются соответствующие спектры исходной функции для выборок f_k на основании выражений

$$P_n = S_{n2} = 2 \cdot \frac{1 - \cos(2\pi n/N)}{(2\pi n)^2/TN} \sum_{k=0}^{N/2-1} (Y_k - Z_k) e^{-4\pi j n k/N}, \quad (4)$$

$$Q_n = S_{n2+i} = 2 \cdot \frac{1 - \cos(2\pi n/N)}{(2\pi n)^2/TN} \sum_{k=0}^{N/2-1} [(Y_k + Z_k) e^{-2\pi j k/N}] e^{-4\pi j n k/N}. \quad (5)$$

Такая вычислительная процедура аналогична форме метода БПФ с децимацией по частоте [19], которая определяет преобразование Фурье исходной временной последовательности f_k , состоящей из N выборок, следующим образом: преобразование для четно пронумерованных точек вычисляется как содержащее $N/2$ точек преобразования Фурье простой комбинацией первых $N/2$ и последних $N/2$ выработок f_k , а преобразование нечетно пронумерованных точек вычисляется как содержащее другие $N/2$ точек преобразования Фурье различных простых комбинаций первых и последних $N/2$ выборок f_k .

Для определения конечных результатов эти комбинации осуществляются для $N = 2^m$ в m этапов, на каждом из которых производится N элементарных вычислительных операций (одна операция комплексного умножения и одна — комплексного сложения) вида

$$X_k^i = Y_k^{i-1} + W^p Z_k, \quad (6)$$

где $W = e^{-2\pi j/N}$, $p = pk$ и индекс i определяет массив исходных данных при $i=1$ и массивы текущих значений $i=2, 3, \dots, m$. Массив $i=m$ определяет конечные результаты.

В силу периодичности показательной функции мнимого аргумента существует лишь N различных значений для W^p , и все они могут быть вычислены путем повторных умножений на основной множитель W , определяющих в алгоритме массив весов. Благодаря этому свойству, при переходе от одного массива значений к другому экономится половина операций умножения.

При равенстве нулю значений функции $f(t)$ на концах рассматриваемого интервала времени, т. е. при $f_0 = 0$ и $f_N = 0$, для расчета спектральных характеристик методом БКЛПФ требуется время, приблизительно пропорциональное выполнению $N \log_2 N$ вычислительных опера-

ций. При значениях функции $f_0 \neq 0$ и $f^N \neq 0$ (общий случай) время вычислений увеличивается на величину, пропорциональную выполнению $2N$ вычислительных операций.

На основе разработанного алгоритма написана гибридная программа расчетов на языках программирования ФОРТРАН-IV и Ассемблер. Расчеты проводились на ЭВМ ЕС-1030.

На рис. 1А показаны графики зависимости времени вычислений преобразований Фурье методами БПФ и БКЛПФ от числа выборок N исходной функции, имеющей разрывы на концах рассматриваемого отрезка. Разность во времени вычислений между методами БПФ и БКЛПФ

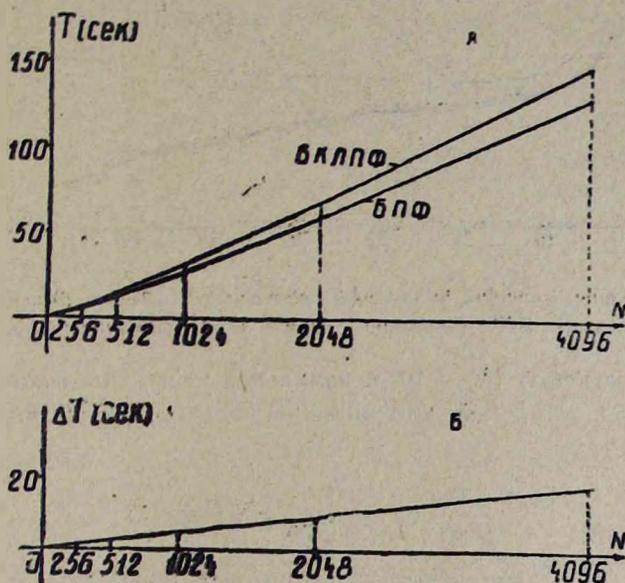


Рис. 1. А—зависимость времени вычислений частотных спектров методами БПФ и БКЛПФ от числа выборок; Б—разница во времени вычислений методами БПФ и БКЛПФ.

в зависимости от N можно представить в виде линейной функции с коэффициентом пропорциональности $K = 0,0045$ (рис. 1Б). Как видно из рисунка, время, затрачиваемое на вычисления методом БКЛПФ, незначительно превышает время, затрачиваемое на таковые методом БПФ. Так, для $N = 256$ эта разница составляет всего 1 сек, т. е. для вычисления одной спектральной точки методом БКЛПФ требуется на 3 мсек больше, чем методом БПФ.

Однако это увеличение времени вычислений методом БКЛПФ полностью компенсирует точность получаемых результатов. На рис. 2 показаны кривые ошибок, полученные вычислением преобразований Фурье функции $y(t) = A \cdot e^{-at}$ ($A = 10$, $a = 1$) для $N = 256$ и $N = 4096$ методами БПФ и БКЛПФ. Выбор этой функции для сравнения рассматриваемых методов объясняется тем, что она и ее спектр удовлетворяют условиям, при которых формулы ДПФ дают хорошие результаты [10]. Однако, по

сравнению с методом БКЛПФ, вычисления частотных спектров с помощью классического БПФ дают значительно большие погрешности расчетов. Для $N=256$, как видно из рисунка, эти погрешности по сравнению

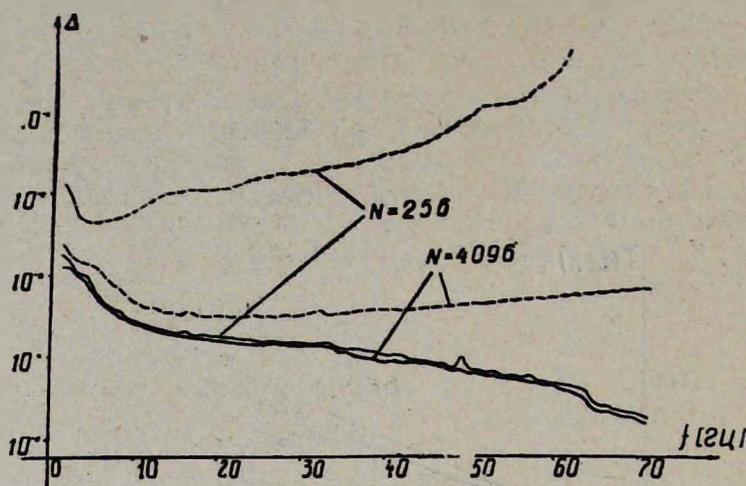


Рис. 2. Кривые ошибок вычислений амплитудного спектра функции $y(t)$ методами БПФ (пунктирные линии) и БКЛПФ (сплошные).

с БКЛПФ достигают $10^1 - 10^2$ в начальной части частотного диапазона и $10^3 - 10^4$ — в остальной, до граничной частоты, определяемой из соотношения

$$f_c = \frac{1}{2 \cdot \Delta t} = \frac{1}{2 \cdot 0,0078} = 64 \text{ гц.}$$

При $N = 4096$ ошибки расчетов методом БКЛПФ практически не изменяются, в то время как при методе БПФ значительно уменьшаются. Это объясняется тем, что используемая функция $y(t)$ достаточно гладкая и с уменьшением шага дискретизации Δt ошибки аппроксимации во временной области кусочно-линейным методом практически не изменяются, в то время как аппроксимирующая функция, соответствующая расчету частотных спектров методом ДПФ, с уменьшением Δt соответственно дает меньшие погрешности аппроксимации, а также и тем, что доля конечных значений исходной функции в общей оценке спектра с увеличением N уменьшается. Однако дальнейшее уменьшение Δt с целью получения приемлемой спектральной информации, кроме значительного увеличения машинного времени, приводит к нежелательным явлениям, искажающим картину частотного спектра.

Из кривых на рис. 2 видно, что погрешность вычислений спектра функции $y(t)$ по алгоритму БКЛПФ для $N = 256$ меньше, чем по алгоритму БПФ для $N = 4096$. Затрачиваемое машинное время соответственно равно 6 и 130 сек.

Конечно, такое сравнение алгоритмов БКЛПФ и БПФ справедливо для функций, имеющих разрывы на концах рассматриваемого временно-

го интервала. Однако в ряде приложений спектрального анализа возникает необходимость вычисления текущих [20] и мгновенных [21] спектров, и в этих случаях алгоритм БКЛПФ дает значительно более высокую точность вычисления частотных спектров.

При равенстве нулю значений функции на концах временного интервала рассматриваемые алгоритмы для гладких и монотонно увеличивающихся или уменьшающихся функций, в спектре которых не наблюдаются острые пики, дают практически одинаковую точность вычислений. Однако, если функция имеет колебательный характер или в спектре ее наблюдаются острые пики, метод ДПФ дает значительные погрешности расчетов [10]. В этих случаях метод КЛПФ обеспечивает более высокую точность вычислений [18].

Спектральный анализ некоторых экспериментальных данных. Программа, реализующая предложенный алгоритм, была использована для расчета и анализа частотных спектров импульсной переходной функции зрачковой системы [6], электроретинограммы (ЭРГ) [22] и усредненных вызванных потенциалов (УВП) мозга человека [23] (рис. 3, А—В).

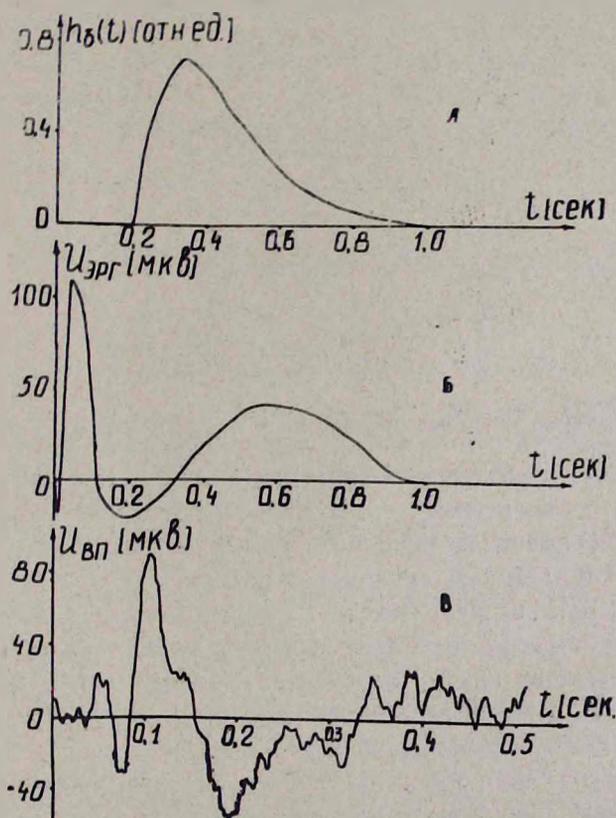


Рис. 3. А—импульсная переходная функция зрачковой системы; Б—электроретинограмма (ЭРГ); В—усредненные вызванные потенциалы (УВП) мозга.

На рис. 4, А—В показаны соответствующие амплитудные спектры, вычисленные со следующими значениями Δt , T и N : а) для зрачковой

системы—0,004 сек, 1 сек. и 256; б) для ЭРГ—0,004 сек, 1 сек и 256; в) для УВП 0,001 сек, 0,512 сек и 512.

Как видно из рисунков, кривая импульсной переходной функции зрачковой системы имеет достаточно гладкий и монотонно возрастающий (до $t=0,35$ сек) и убывающий характер, значения ее на концах отрезка времени $[0, T]$ равны нулю, и спектр имеет такой же гладкий характер. Как было отмечено, для подобного вида функций методы БПФ и БКЛПФ дают практически одинаковую точность вычислений частотных спектров.

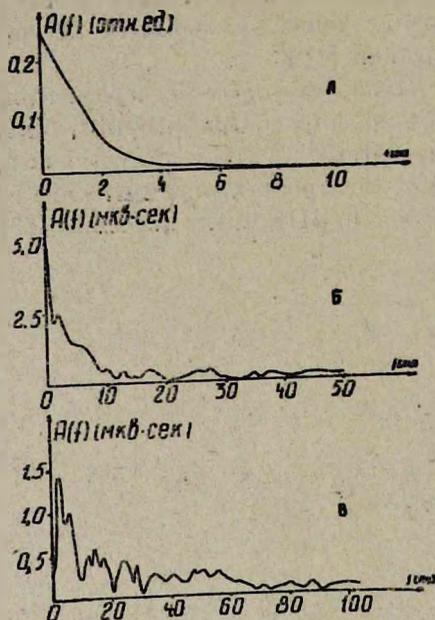


Рис. 4. Амплитудные частотные спектры: А—зрачковой системы, Б—ЭРГ, В—УВП.

ЭРГ имеет колебательный характер, значения ее на концах отрезка $[0, T]$ равны нулю и спектр имеет на определенных частотах острые пики, т. е. ЭРГ имеет вид функции, при расчете частотных спектров которой метод БКЛПФ дает лучшие результаты.

Кривая УВП, которую можно отнести к классу нестационарных функций, носит резко колебательный характер на отрезке $[0, T]$, на концах которого она принимает значения, отличные от нуля. Амплитудный спектр УВП имеет резонансные пики на частотах 2, 8, 12, 14, 18, 24 и 28 гц. Для такого типа функций метод БКЛПФ, по сравнению с БПФ, дает значительно более объективную спектральную информацию.

Резонансные пики в частотных спектрах дают большую информацию для интерпретации анализируемых биологических процессов. Например, в работах [3, 24] показано, что подобные пики характерны для спектров УВП и могут служить важными показателями функционального состояния мозга.

В заключение, исходя из всего сказанного, можно рекомендовать метод БКЛПФ в качестве стандартной методики спектрального анализа электрофизиологических данных, а также использовать его в качестве основы при разработках алгоритмов.

Институт физиологии им. Л. А. Орбели АН АрмССР

Поступило 26.X 1977 г.

ԷԼԵԿՏՐՈԱՆՔԻ ԳԻՆՈՒՄԻՆԱԿԱՆ ՓՈՐՁԻ ՏՎՅԱԼՆԵՐԻ
ԱՐԱԿ ՍԳԵԿՏՐԱԿ ՎԵՐԼՈՒԾՈՒԹՅՈՒՆ

Ա. Ա. ԳԱԶԱՐԻԱՆ, Դ. Ս. ՄԵԼԿՈՆԻԱՆ

Հողովածում առաջարկվում է էլեկտրաֆիզիոլոգիական փորձի տվյալների արագ սպեկտրալ վերլուծության մեթոդ՝ հիմնված Ֆուրյեի հատված-գծային վերափոխությունների (ՖՆԳՎ) վրա: Բերվում է ԱՖՆԳՎ մեթոդի հաշվողական գործողությունների ընթացքը, որը ցույց է տալիս, թե ինչպես է իրագործվում հաշվողական գործողությունների զգալի կրճատումը: Անալիտիկ ֆունկցիայի բնորոշ օրինակի վրա, որի սպեկտրները կարելի է որոշել ճշգրիտ բանաձևերով, ցույց է տրված, որ հաճախական սպեկտրների հաշվարկների ճշտությունը ԱՖՆԳՎ մեթոդով զգալիորեն գերազանցում է Ֆուրյեի կլասիկ արագ վերափոխությունների օգնությամբ հաշված ճշտությանը: Մեթոդը առաջարկվում է որպես էլեկտրաֆիզիոլոգիական տվյալների արագ սպեկտրալ վերլուծության ստանդարտ մեթոդ:

FAST SPECTRAL ANALYSIS OF ELECTROPHYSIOLOGICAL DATA

A. A. GAZARIAN, D. S. MELKONIAN

The described algorithm was developed to provide an accurate fast spectral analysis of electrophysiological data. The applications of algorithm are illustrated for studies of frequency characteristics of average evoked potentials and electroretinograms.

Л И Т Е Р А Т У Р А

1. Потылицын Г. П. Сб. Электронная аппаратура и методич. вопр. нейрофизиологического эксперимента, 84, М., 1975.
2. Джевинс А. С., Веджер Ч. Л. в др. ТИИЭР, 63, 5—27, 10, 1975.
3. Ertl J. P. Nature, 239, 208, 1973.
4. Alguvere P. a. Westbeck S. Vision Reserch, 12, 195, 1972.
5. Melkonjan D. S. Adv. Elektrophisiology a. pathology of visual system, 203, Leipzig, 1968.
6. Stark L. Ann. N. Y. Acad. Sci., 98, 4, 1096—1115, 1962.
7. Шивели Р. Р. Зарубежная радиоэлектроника, 2, 46—57, 1969.
8. Ефанов В. М., Корнеев И. Н., Лобастов В. М., Матушкин Г. Г. Автометрия, 3, 3—9, 1973.
9. Берланд Г. Д. Зарубежная радиоэлектроника, 3, 52, 1971.
10. Lewis P. A. W. J. Sound Vib., 12 (3), 353—375, 1970.

11. *Задирака В. К.* Кибернетика, 4, 58—63, 1971.
12. *Нидеккер И. Г.* Сообщения по вычислительной математике. ВЦ АН СССР, 2, М., 1968.
13. *Серебренников М. Г., Первозванский А. А.* Выявления скрытых периодичностей, М., 1965.
14. *Rife D. C. a. Vinsent G. A.* Bell, Syst. Techn. J., 49, 2, 197, 1970.
15. *Whelchel Jr. a. Guinn D. F.* In. Proc. Aerospace Electron. Conf. EASCON Rec., 561, 1968.
16. *Ahmed N., Rao K. R. a. Abdussatar A. L.* IEEE Trans. Audio Electroacout AU—19, 225, 1971.
17. *Хоуп Л. Л.* ТИИЭР, 63, 9, 102, 1975.
18. *Мелконян Д. С., Газарян А. А.* Изв. АН АрмССР, серия техн. наук, 2, 1978.
19. *Кокрен В. Г* и др. ТИИЭР, 55, 10, 7, 1967.
20. *Мелконян Д. С., Газарян А. А., Мелконян А. А., Адамьян С. Г.* Биологический журнал Армении, 29, 9, 78, 1976.
21. *Ефанов В. М., Коршевер И. И., Лобастов В. М.* Автометрия, 3, 39, 1973.
22. *Барсебян Л. Г., Бахшинова С. А., Мелконян Д. С.* Журн. exper. и клинич. медицины АН АрмССР, 9, 2, 72, 1969.
23. *Мелконян Д. С., Газарян А. А., Мелконян А. А., Вартанян Т. В., Григорян В. Г.* Журн. exper. и клинич. медицины, 1978, (в печати).
24. *Bennett W. F.* Nature, 239, 407, 1972.