

УДК 57:681.391

Д. С. МЕЛКОНЯН, А. А. МЕЛКОНЯН, С. Г. АДАМЯН

АЛГОРИТМ АППРОКСИМАЦИИ ЧАСТОТНЫХ ХАРАКТЕРИСТИК БИОСИСТЕМ

Рассматривается алгоритм аппроксимации частотных характеристик биосистем, ориентированный на использование цифровой вычислительной техники. Приводятся результаты определения точности алгоритма на ряде типовых примеров.

Благодаря интенсивному внедрению средств цифровой вычислительной техники в сферу биологического эксперимента в последнее время получили широкое распространение методы цифрового спектрального анализа биосигналов. Техника цифрового спектрального анализа применяется для обработки и анализа вызванных потенциалов мозга [1—3], электроэнцефалограмм [4, 5], электроретинограмм [6, 7].

Результатами цифрового спектрального анализа биосигналов являются их частотные характеристики, которые дают ценную дополнительную информацию о динамических свойствах изучаемых биосистем. Однако частотные характеристики не могут рассматриваться как конечный итог анализа биосигналов. Как показывают теория и практика использования частотных методов в исследовании динамических систем, частотные характеристики являются теми данными, на основании анализа которых решаются вопросы устойчивости, качества, идентификации и т. д.

В отношении биосистем особенно важна возможность использования экспериментально определенных частотных характеристик в качестве основы для дальнейшего анализа динамических свойств биосистем и построения их динамических моделей. Применение в этих целях существующих графоаналитических методов не представляется целесообразным в силу их трудоемкости и невысокой точности.

Таким образом, необходима разработка специальных численных методов анализа частотных характеристик динамических биосистем, ориентированных на использование цифровой вычислительной техники.

В качестве первой стадии машинной обработки указанных характеристик следует рассматривать этап их математического описания (аппроксимации) простыми аналитическими зависимостями. Алгоритм аппроксимации, реализованный в виде соответствующей машинной программы, может рассматриваться как подпрограмма, к которой в процессе вычислений следует обращаться всякий раз, когда необходимо получение данных об используемых частотных характеристиках.

В настоящей статье предлагается и исследуется алгоритм, предназначенный для аппроксимации частотных характеристик вызванных биоэлектрических сигналов широкого класса.

где

$$F = \begin{bmatrix} F_0 \\ F_1 \\ \dots \\ F_n \end{bmatrix}, \quad M = \begin{bmatrix} \mu_0 0 \dots \dots 0 \\ \mu_1 \mu_0 \dots \dots 0 \\ \dots \dots \dots \dots \dots \\ \mu_n \mu_{n-1} \dots \dots \mu_0 \end{bmatrix}, \quad Q = \begin{bmatrix} Q_0 \\ Q_1 \\ \dots \\ Q_n \end{bmatrix}. \quad (7)$$

Здесь μ_k являются известными, F_k заданными, а Q_k искомыми величинами. Поскольку матрица M треугольная, коэффициенты Q легко рассчитываются согласно известной рекуррентной процедуре решения треугольных систем линейных уравнений:

$$Q_0 = \frac{F_0}{\mu_0}; \quad Q_k = \frac{1}{\mu_0} \left(F_k - \sum_{i=0}^{k-1} Q_i \mu_{k-i} \right). \quad (8)$$

Из этих формул непосредственно следует, что для выполнения условия (2) в дополнительных точках $\omega_{n+1}, \dots, \omega_{n+m}$ необходимо добавить к $Q_n(\omega)$ члены с коэффициентами Q_{n+1}, \dots, Q_{n+m} , не меняя значений коэффициентов Q_0, \dots, Q_n . Благодаря этому число узловых точек может быть легко увеличено без повторения процесса расчѐта предшествующих коэффициентов.

Рекуррентные формулы (8) позволяют определить коэффициенты в порядке возрастания индекса «к». В произвольном порядке коэффициенты Q_k могут быть рассчитаны на основании матричного равенства.

$$Q = M^{-1} \cdot F, \quad (9)$$

где

$$M^{-1} = \begin{bmatrix} \xi_0 0 \dots \dots 0 \\ \xi_1 \xi_0 \dots \dots 0 \\ \dots \dots \dots \dots \dots \\ \xi_n \xi_{n-1} \dots \dots \xi_0 \end{bmatrix}. \quad (10)$$

Поскольку матрица M^{-1} получается обращением матрицы M , входящие в нее коэффициенты ξ_k выражаются через коэффициенты μ_k следующими рекуррентными соотношениями:

$$\xi_0 = \frac{1}{\mu_0}; \quad \xi_k = -\xi_0 \sum_{j=0}^{k-1} \xi_j \mu_{k-j} \quad (k = 1, \dots, n). \quad (11)$$

Исследование алгоритма. При исследовании разработанного алгоритма аппроксимации решались две основные задачи: анализ поведения аппроксимирующей кривой между узловыми точками в зависимости от вида сглаживающей функции; выбор шага дискретизации в логарифмической шкале (число точек на декаду) при аппроксимации основных типов частотных характеристик.

Сглаживающая функция $\psi(\omega)$ определяет предельное поведение аппроксимирующей функции при $\omega \rightarrow 0$. В предыдущих работах [8—10] при построении алгоритма аппроксимации использовались следующие два типа сглаживающих функций:

$$\Psi(\omega) = \exp(-\omega), \quad (12)$$

$$\Psi(\omega) = \omega^{-1}. \quad (13)$$

При этом первый тип (12) использовался при аппроксимации кривых, исходящих из начала координат и стремящихся к нулю при $\omega \rightarrow \infty$, а второй (13)—при аппроксимации кривых, имеющих в начале координат некоторое конечное значение.

При аппроксимации некоторых типов частотных характеристик биосистем (системы управления зрачковым рефлексом) качество сглаживания функцией (13) оказалось недостаточным. С этой целью в настоящей работе предлагается другой тип сглаживающей функции:

$$\Psi(\omega) = \frac{1}{\exp(a\omega - 1)}. \quad (14)$$

Исследование точности алгоритма проводилось при аппроксимации кривых амплитудно-частотной, вещественной и мнимой частотных характеристик системы управления зрачковым рефлексом. Выбор этой системы в качестве исходной для определения частотных характеристик не случаен. Эта система детально изучена с позиций теории регулирования группами исследователей во главе с Клайнсом и Старком [11, 12], благодаря чему найдены эмпирические аналитические выражения передаточных функций системы управления зрачковым рефлексом. Наличие аналитического выражения зрачкового рефлекса позволяет сравнивать аппроксимирующие функции, полученные с помощью рассмотренного алгоритма, с кривыми частотных характеристик, определяемых точными формулами. Это дает возможность судить о степени приближения аппроксимирующего выражения к исходной кривой, т. е. о точности аппроксимации.

Передаточная функция системы управления зрачковым рефлексом, на основании экспериментальных данных Клайнса, представляется в виде следующего выражения [11]:

$$\frac{D}{L} = \Omega \frac{-ase^{-\tau_3 s}}{(1 + \tau_1 s)(1 + \tau_2 s)} + \frac{-be^{-\tau_3 s}}{1 + \tau_4 s}, \quad (15)$$

где s —оператор Лапласа, D —преобразование Лапласа диаметра зрачка, L —преобразование Лапласа интенсивности света, Ω —однонаправленный оператор, пишущийся $\Omega = 1$, когда $sL > 0$ и $\Omega = 0$, когда $sL - R \leq 0$, где R —динамический остаток, $\tau_1, \tau_2, \tau_3, \tau_4, \tau_5$ —постоянные времени, a, b —постоянные чувствительности.

Частотные характеристики определяются уравнением:

$$\begin{aligned}
 H(j\omega) = & \left[\frac{1,032 \omega^2 \cos 0,3 \omega + (1,2 \omega - 0,221 \omega^3) \sin 0,3 \omega}{1 + 0,372 \omega^2 + 0,034 \omega^4} + \right. \\
 & \left. + \frac{0,24 (\cos 0,6 \omega - \omega \sin 0,6 \omega)}{1 + \omega^2} \right] + \\
 & + j \left[\frac{(1,2 \omega - 0,221 \omega^3) \cos 0,3 \omega - 1,032 \omega^2 \sin 0,3 \omega}{1 + 0,372 \omega^2 + 0,034 \omega^4} - \right. \\
 & \left. - \frac{0,24 (\sin 0,6 \omega + \omega \cos 0,6 \omega)}{1 + \omega^2} \right], \quad (16)
 \end{aligned}$$

где первый компонент правой части уравнения представляет собой вещественную частотную характеристику, а второй—мнимую частотную характеристику. По вещественной и мнимой частотным характеристикам определяется амплитудно-частотная характеристика.

Исследования показали, что применение нового типа сглаживающей функции существенно улучшило точность аппроксимации кривых, имеющих конечное значение в начале координат. На рис. 1а показана кривая амплитудно-частотной характеристики зрачкового рефлекса.

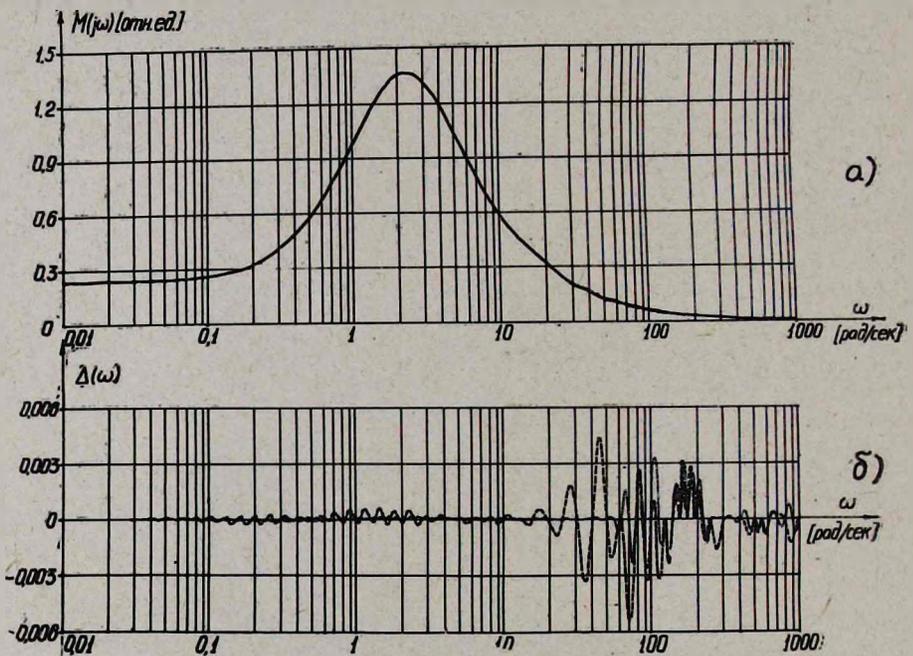


Рис. 1. а—амплитудная частотная характеристика. б—кривые ошибок аппроксимации. Пунктирными линиями показаны кривые в случае задания 10 точек на декаду, точечными—20 точек на декаду.

На рис. 1б показаны кривые ошибок аппроксимации. Величина ошибки уже при задании 10 точек на декаду вполне удовлетворяет практическим требованиям точности при аппроксимации кривых подобного типа.

На рис. 2 и 3 показаны кривые, соответствующие вещественной и мнимой частотным характеристикам зрачкового рефлекса.

Как видно из рисунков, при задании 10 узловых точек на декаду, вследствие резко колебательного изменения аппроксимируемых кривых в области высоких частот, значения аппроксимирующих функций между узловыми точками значительно расходятся со значениями иско-

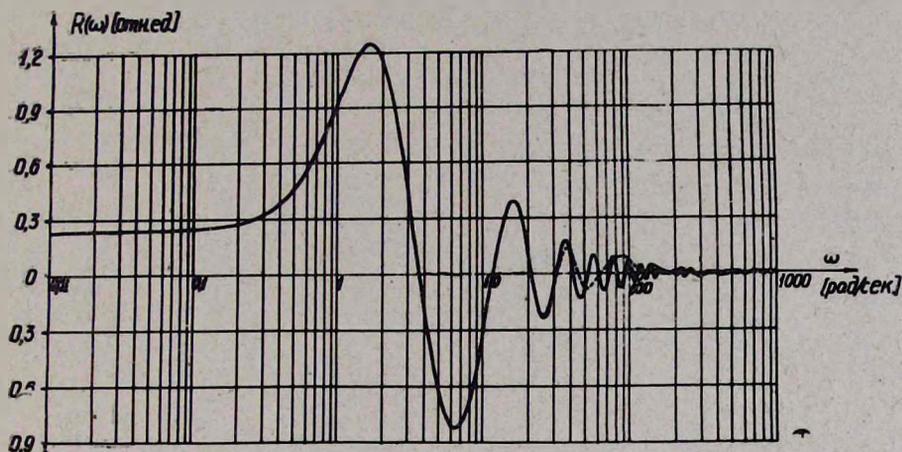


Рис. 2. Вещественная частотная характеристика (сплошная линия). Пунктирная и точечная линии—аппроксимирующие кривые в случае задания 10 и соответственно 20 точек на декаду.

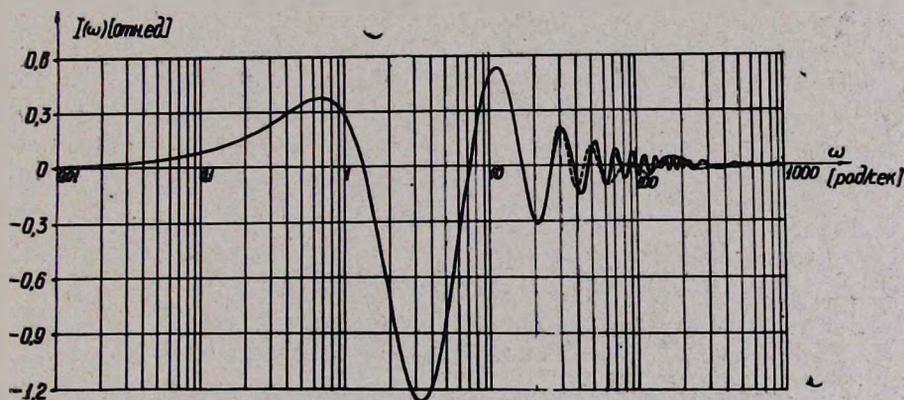


Рис. 3. Мнимая частотная характеристика (сплошная линия). Пунктирная и точечная линии—аппроксимирующие кривые в случае задания 10 и соответственно 20 точек на декаду.

мых кривых. С повышением точности аппроксимации (задание 20 узловых точек на декаду) эта ошибка уменьшается до практически требуемого уровня. Таким образом, при аппроксимации вещественной и мнимой частотных характеристик необходимо задание вдвое большего числа узловых точек на декаду, чем при аппроксимации амплитудно-частотной характеристики.

В приведенных расчетах по аппроксимации амплитудной (рис. 1 а, б) и вещественной частотных характеристик (рис. 2) применена сглаживающая функция (14) с коэффициентом $a=1$. Это значение коэффициента выбрано на основании ряда расчетов, в которых исследовалось поведение аппроксимирующей функции между узловыми точками. В качестве примера на рис. 4 показаны кривые ошибок аппроксимации амплитудно-частотной характеристики зрачкового рефлекса, рассчитанные для различных коэффициентов «а».

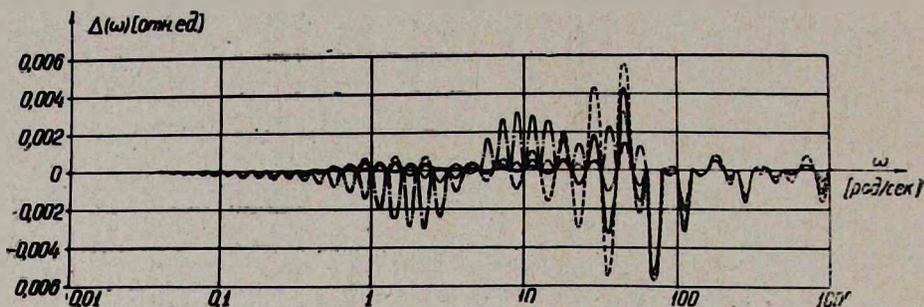


Рис. 4. Кривые ошибок аппроксимации амплитудной частотной характеристики при разных значениях коэффициента «а». Сплошная линия— $a=1$, пунктирная— $a=1,2$, точечная— $a=0,8$, штрих-пунктирная— $a=0,5$.

Как видно из рисунка, точность аппроксимации на наиболее информативном участке, от 1 до 100 рад/сек, наиболее высока при значениях $a=1$ и $a=0,8$. При отклонении значения коэффициента «а» в сторону увеличения или уменьшения точность падает. Целесообразно использование значения коэффициента $a=1$, поскольку при этом сглаживающая функция и аппроксимирующие выражения имеют наиболее простой вид.

Анализ точности рассмотренного выше алгоритма, при аппроксимации кривых частотных характеристик вызванных биоэлектрических сигналов, необходим, в частности, при построении на его основе алгоритмов решения задач идентификации и моделирования.

Все расчеты, результаты которых приведены в статье, производились на ЭЦВМ «Наири-2» с помощью модифицированной программы «АПФОРМ», реализующей рассмотренный алгоритм аппроксимации на языке АП. Эта программа является модификацией ранее рассмотренных программ «КАПФОР» (Коэффициенты АПпроксимирующей ФОРмулы) и «АПФОР» (АПпроксимирующая ФОРмула). [10]. Модифицированная программа «АПФОРМ» объединила эти программы в одну, в силу чего обладает рядом преимуществ.

Согласно программе, в ЭВМ вводится ряд коэффициентов с помощью которых задаются: вид сглаживающей функции, число рассчитываемых коэффициентов аппроксимирующей формулы, значение от-

резка аппроксимации, значение показателя N аргумента в формуле (1) и коэффициента «а» при аргументе сглаживающей функции (14).

Согласно программе по формулам (5) и (8) рассчитываются значения коэффициентов Q_k аппроксимирующей функции. Далее, для контроля осуществляется расчет значений аппроксимируемой функции в узловых точках.

Расчет значений аппроксимирующей функции может производиться с заданным шагом для равномерной или логарифмической шкал частот.

Результаты исследования алгоритма показывают, что использование принципа дискретизации в логарифмической шкале частот обеспечивает возможность охвата при аппроксимации широких диапазонов частотных характеристик. При этом благодаря введению сглаживающей функции, которая обеспечивает плавное изменение аппроксимирующей кривой на промежутках между узловыми точками, для расчетов необходимо задание относительно небольших объемов исходной информации: примерно 10 отсчетов на декаду в случае аппроксимации амплитудных частотных характеристик и 20 отсчетов на декаду в случае аппроксимации вещественных и мнимых частотных характеристик.

Институт физиологии им. Л. А. Орбели АН АрмССР,
группа нейрокибернетики

Поступило 6.V 1977 г.

Դ. Մ. ՄԵԼՔՆՅԱՆ, Ա. Ա. ՄԵԼՔՆՅԱՆ, Ս. Գ. ԱԴԱՄՅԱՆ

ԿԵՆՏՐԱԼԱՆԱԿԱՆ ՍԻՍՏԵՄՆԵՐԻ ՀԱՃԱԽԱԿԱՆՈՒԹՅԱՆ
ԲՆՈՒԹԱԳՐԵՐԻ ԱՊՐՈՔՍԻՄԱՑԻԱՅԻ ԱԼԳՈՒԻԹՄ

Ա մ փ ո փ ո լ մ

Ալգորիթմի ուսումնասիրության արդյունքները ցույց են տալիս, որ դիսկրետիզացիայի սկզբունքի օգտագործումը հաճախականությանների լրգարիթմական շկալում ապահովում է հաճախական բնութագրերի լայն դիսպազոնների ընդգրկումը ապրոքսիմացիայի ժամանակ: Ընդ որում, հարթեցնող ֆունկցիայի ներմուծման շնորհիվ, որն ապահովում է ապրոքսիմացնող կորի սահուն փոփոխությունը հանգույցային կետերի միջև ընկած հատվածներում, հաշվարկների համար անհրաժեշտ են սկզբնական ինֆորմացիայի համեմատաբար ոչ մեծ ծավալներ՝ մոտավորապես 10 հաշվարկային կետեր դեկադայի վրա հաճախականության ամպլիտուդային բնութագրերի ապրոքսիմացիայի դեպքում և 20՝ հաճախականության իրական և կեղծ բնութագրերի ապրոքսիմացիայի դեպքում:

Л И Т Е Р А Т У Р А

1. Shipley T., Jones R. W., Fry A. Vision Research, 8, 409, 1968.
2. Bennett W. F. Nature, 239, 407, 1972.

3. *Baszr E., Gonder A., Özesmi C., Ungan P.* Biol. Cybernetics, 20, 137, 1975.
4. *Dumermuth G.* Medinfo. 713, 1974.
5. *Isaksson A., Wennberg A.* Electroenceph. and Clin. Neurophysiology, 38, 79, 1975.
6. *Algvare P., Westbeck S.* Vision Research, 12, 195, 1972.
7. *Melkonjan D. S.* Advances in Electrophysiology and—pathology of visual system, 203, Leipzig, 1968.
8. *Мелконян Д. С.* Изв. АН АрмССР (серия технических наук), 22, 30, 1969.
9. *Мелконян Д. С., Мелконян А. А., Газарян А. А., Адамян С. Г.* Биологический журнал Армении, 5, 1976.
10. *Мелконян Д. С., Мелконян А. А.* Биологический журнал Армении, 10, 1975.
11. *Clynes M.* Ann. N. Y. Acad. Sci, 92, 946, 1961.
12. *Stark L.* Ann. N. Y. Acad. Sci, 98, 1096, 1962.