

КРАТКИЕ НАУЧНЫЕ СООБЩЕНИЯ

УДК 62—50:007:57

В. С. АРУТЮНЯН, В. Г. ЛБОВЯН, Э. В. ОГАНЕСЯН

К ПРОБЛЕМЕ ПОИСКА В БИОЛОГИЧЕСКИХ СИСТЕМАХ

Проблема оптимизации, как проблема выбора наилучшей, с некоторой точки зрения, формы поведения относится к любым системам, независимо от структуры и физической сущности оптимизируемого процесса.

Одним из основных методов оптимизации производственных процессов является использование систем экстремального управления. За последние годы наметился заметный рост разработок подобных систем в многомерном исполнении, основой которых служит прежде всего рациональный выбор метода организации поиска экстремума. В настоящее время уже сформировались два самостоятельных направления в методах организации поиска. Это детерминированный и случайный поиск.

При детерминированных алгоритмах поиска выбор очередного направления движения в пространстве поиска осуществляется по заранее разработанному плану. При случайном поиске в той или иной форме используется метод проб и ошибок.

В настоящее время разработано большое количество алгоритмов как детерминированного, так и случайного поиска. Однако проблема их сравнительной оценки далеко не разрешена. Трудность решения проблемы связана прежде всего с тем, что эффективность того или иного алгоритма поиска зависит от формы оптимизируемой поверхности.

Отсутствуют также четкие критерии оптимальности и приходится в каждом конкретном случае выбирать те или иные показатели, основываясь на опыте и интуиции.

Это обстоятельство вызывает необходимость снабжать алгоритмы поиска адаптивными свойствами, позволяющими приспособливаться к конкретным условиям вероятностной среды или типа поверхности.

Можно полагать, что наиболее плодотворным направлением в выборе оптимальных алгоритмов поиска может явиться изучение биологических систем, в которых и проблема поиска, и проблема адаптации решена оптимальным образом.

С этой целью нами предпринята попытка математического описания поведенческих актов живых организмов, сводимых к экстремальным задачам.

В настоящей работе приводится решение одной задачи, которая весьма удобна при описании экстремальных поведенческих актов. Экс-

тремальным поведенческим актом мы будем называть любое целеустремленное движение, направленное на достижение некоторого состояния, которое в определенном смысле предпочтительнее остальных.

Введем некоторую вероятностную характеристику поверхности поиска. Пусть на поверхности поиска $\varphi(u)$ из некоторой точки u_0 организуется поиск экстремальной точки u^* . Обозначим случайное направление из точки u_0 через $\bar{L}$. Оценим степень его эффективности.

Истинно оптимальное направление характеризуется прямой, соединяющей точки u_0 и u^* . Обозначим некоторый вектор, лежащий на этой прямой, через $\bar{I}$ и будем рассматривать угол α между $\bar{L}$ и $\bar{I}$.

Принимая $\bar{I} = \bar{u}^* = \bar{u}_0$, будем иметь

$$\cos \alpha = \frac{\sum_{i=1}^n (u_i^* - u_{0i}) \varphi'(u)_{ui}}{\sqrt{\sum_{i=1}^n [\varphi'(u)_{ui}]^2} \cdot \sqrt{\sum_{i=1}^n (u_i^* - u_{0i})^2}}. \quad [1]$$

Угол α характеризует эффективность выбора данного случайного направления движения к экстремуму в сложившейся ситуации. Но как выбрать это направление? Как осуществляют этот выбор живые организмы? Чтобы ответить на эти вопросы, необходимо разработать инструмент формализации.

Выбор очередного направления во многих алгоритмах поиска осуществляется следующим образом. Тем или иным способом вокруг исходной точки или состояния ставится K экспериментов, в результате чего получается K направлений, из которых выбирается наилучшее, способствующее приближению к экстремуму. Выбранное таким способом направление имеет вполне определенную вероятность появления. Она может быть определена после решения следующей задачи.

Пусть имеются случайные величины $X_1, X_2, \dots, X_n$ с вероятностями $P(X_1), P(X_2), \dots, P(X_n)$, причем $\sum_{i=1}^n P(X_i) = 1$.

Далее, с помощью K независимых опытов, производится выборка некоторой совокупности элементов случайного события, а затем из этой совокупности выбирается один элемент, которому соответствует наибольшее значение некоторого показателя. Условимся, что величины $X_1, X_2, \dots, X_n$ возрастают по порядку.

Требуется определить вероятность того, что после K опытов X_1 будет наибольшим.

Очевидно, что это событие будет складываться из следующих:

а) X_1 при K опытах появилось один раз: таких вариантов K .

Вероятность одного такого события

$$P_1 = P(X_1) \left[\sum_{v=1}^{i-1} P(X_v) \right]^{K-1}, \quad (1)$$

а всех K событий

$$KP(X_i) \left[\sum_{v=1}^{i-1} P(X_v) \right]^{k-1};$$

б) X_i при K опытах появилось два раза.

Вероятность такого события будет равна:

$$P_2 = \binom{K}{2} P^2(X_i) \left[\sum_{v=1}^{i-1} P(X_v) \right]^{k-2}.$$

Наконец, для j -ой составляющей

$$P_j = \binom{K}{j} P^j(X_i) \left[\sum_{v=1}^{i-1} P(X_v) \right]^{k-j}.$$

Так как вероятность $P(X_i \text{ наиб.})$ является суммой всех этих вероятностей, то в итоге получим:

$$P(X_i)^k = \sum_{j=1}^k \binom{K}{j} P^j(X_i) \left[\sum_{v=1}^{i-1} P(X_v) \right]^{k-j}. \quad (1)$$

В частном случае, когда все события равноправны и $P(X_i) = \frac{1}{n}$, где n — число событий

$$P(X_i)^k = \sum_{j=1}^k \frac{\binom{K}{j} (i-1)^{k-j}}{n^k} \quad [1]$$

Аналогичную формулу можно вывести и для непрерывных величин. Пусть $f_1(x)$ — плотность распределения случайных величин;

$f_2(x)$ — плотность распределения наилучших результатов двух-опытной выборки,

$$f_2(x) dX = 2f_1(X) dX \int_0^x f_1(X) dX \quad (3)$$

или

$$f_2(X) = 2f_1(X) \int_0^x f_1(X) dX.$$

Уравнение (3) легко обобщается на случай выборки из K опытов

$$f_k(X) = Kf_1(X) \left[\int_0^x f_1(X) dX \right]^{k-1}.$$

В частном случае, когда X распределен по закону равномерной плотности и $f_1(X) = \frac{1}{n}$, имеем

$$f_k(X) = \frac{K}{n^k} X^{k-1}. \quad (4)$$

Таким образом, мы получили предварительный инструментарий для изучения экстремальных поведенческих актов живых организмов.

Действительно, пусть вероятностная среда представляет собой такую совокупность точек, каждой из которых можно дать количественную характеристику.

Например, в некотором ограниченном пространстве спрятан предмет с пахучими свойствами. Каждой точке этой комнаты можно приписать определенную интенсивность запаха.

Собака, которая ищет этот предмет, должна, по существу, отыскать точку пространства, в которой интенсивность запаха максимальна.

В этом смысле ее поведение может быть отнесено к экстремальному. Выбирая пробные направления, она фактически определяет оптимальное по—уравнению (4) (предположительно).

Описание этого и многих других экстремальных поведенческих актов позволит уточнить уравнение (2) и разработать оптимальный алгоритм поиска.

Лаборатория нейробионики
АН АрмССР

Поступило 2.VI 1970 г.

Վ. Ս. ՀԱՐՈՒԹՅՈՒՆՅԱՆ, Վ. Գ. ԱՐՈՎՅԱՆ, Է. Վ. ՀՈՎՀԱՆՆԻՍՅԱՆ

ԲԻՈԼՈԳԻԱԿԱՆ ՍԻՍՏԵՄՆԵՐՈՒՄ ՈՐՈՆՄԱՆ ՊՐՈԲԼԵՄԻ ՄԱՍԻՆ

Ա մ փ ո փ ո լ մ

Մշակված են մեծ քանակությամբ դետերմինացված և պատահական որոնման ալգորիթմներ, որոնց համեմատական գնահատման պրոբլեմը դեռևս չի լուծված:

Ընդունված է այն տեսակետը, որ ամենաարդյունավետ ուղղությունն օպտիմալ ալգորիթմների ընտրման գործում կարող է հանդիսանալ բիոլոգիական սիստեմների ուսումնասիրությունը, որոնց մոտ որոնման և հարմարողականության պրոբլեմները լուծված են օպտիմալ ձևով:

Հոգվածում տրվում է մի խնդրի լուծում, որը շատ օգտակար է էքստրեմալ վարվելակերպային վարքագծերի նկարագրման համար:

Փորձ է արվում սահմանել էքստրեմալ վարվելակերպը:

Բերվում է նախնական ապարատ՝ կենդանի օրգանիզմների էքստրեմալ վարվելակերպային վարքագծերը ուսումնասիրելու համար:

Л И Т Е Р А Т У Р А

1. Оганесян Э. В., Маранджян А. М., Согомонян А. С. Вопросы теории и практики автоматической оптимизации промышленных объектов. Ереван, 1968.