

Н. Е. САРАФЯН

К ЗАДАЧАМ МНОГОУРОВНЕВЫХ СИСТЕМ УПРАВЛЕНИЯ

Создание математических моделей сложных систем типа биологических, в частности моделирование некоторых процессов, протекающих в живом организме, имеет большое значение. Важно при этом, какие общие принципы работы изучаемых систем воспроизводятся и какие стороны сложного биологического процесса моделируются. Главная особенность биологических систем состоит в их многоконтурности. Любое управление, преследующее достижение некоторой конечной цели, распадается на ряд простых, частных подсистем, каждая из которых преследует свои специфические цели. Они либо поддерживают постоянное состояние, либо меняются по определенным законам, в соответствии с особенностями общих целей, поставленных перед системой. Работа того или иного органа (отдела ц. н. с.) тесно связана с другими органами (отделами); режим их работы зависит от исходного состояния и меняется согласно характеру взаимодействия (т. е. поступающей на вход отдела информации). Одна и та же подсистема подчиняется нескольким системам, которые в свою очередь также служат объектом управления, впоследствии имеют место сложные взаимодействия различных биологических систем, составляющих целое.

Такая структура работы живых организмов обусловлена и вытекает из быстрого многомерного изменения внешней среды [2].

При моделировании структуры и функции биосистем возникает необходимость выделения простейших форм поведения, поиска структуры, обладающей целесообразным поведением. Однако это происходит не путем выделения реальных процессов и структуры, а скорее построением таких процессов, структур, которые давали бы аналогичные результаты или имели бы аналогичную структуру. Об одной попытке описания ц. н. с. с помощью простейших иерархических структур и будет идти речь в данной работе.

Исходя из специфики работы системы управления, заключающейся в том, что в ней существует несколько специально выбранных критериев $\varphi_k(y_1, y_2, \dots, y_k)$, $k=1, 2, n$ (назовем их уровнями систем), в отличие от обычных систем управления, где действует один критерий, назовем ее многоуровневой. Каждый критерий с соответствующими условиями представляет собой обыкновенную задачу оптимизации, т. е. имеется некоторый функционал и отыскивается функция, при которой функционал достигает своего экстремального значения. Уровни отличаются друг от дру-

та числом управляющих величин (по одной). Так, первый (низший) уровень содержит одну управляющую величину, второй—две, причем одна из них является общей. Третий уровень имеет три управляющих величины, две из которых содержатся в предыдущих (низших) уровнях управления. В k -м уровне (k -я функция критерия) содержится k управляющих переменных; из них $(k-1)$ является общей управляющей переменными в низших уровнях. Таким образом, в модели сохранены основные характеристики ц. н. с. Это, во-первых, сравнительная независимость подсистем и, во-вторых, высокая надежность работы. В результате такой формализации функционирование системы с несколькими уровнями приведено к максимизации суммы функции $\varphi_k(y_1, y_2, \dots, y_k)$, $k = 1, 2, \dots, n$, где между переменным y_i существуют определенные соотношения. Задача математически выглядит так:

Максимизировать функцию

$$F(y_1, y_2, \dots, y_n) = \sum_{k=1}^n \varphi_k(y_1, y_2, \dots, y_k) \quad (1)$$

при ограничениях

$$а) \sum_{k=1}^r y_k \leq x_r, \quad r = 1, 2, \dots, n \quad б) \quad y_k \geq 0, \quad k = 1, 2, \dots, n, \quad (2)$$

где x_r , $r = 1, 2, \dots, n$ некоторые числа.

Возможны и другие виды ограничения: в биологических системах управления переменные, кроме общих ограничений, имеют и индивидуальные. Этим, по-видимому, можно объяснить некоторые особенности (например, автоматизм подсистем) поведения биосистемы.

В одной из наших работ [5] приведено рекуррентное соотношение, определяющее оптимальное поведение системы указанного типа. Однако функционирование системы по этому алгоритму недостаточно гибко и экономично. Ниже приводится модифицированный вид указанного соотношения, где учтены эти недостатки.

$$f_i(x_1, \dots, x_i, y_{i+1}^0, \dots, y_j^0) = \max_{y_i \leq x_i} f_{i-1}(z_1, \dots, z_{i-1}, y_i, y_{i+1}^0, \dots, y_j^0) \quad (3)$$

для $i = 2, 3, \dots, n$, $j = i + 1, \dots, n$, где $z_{i-1} = \min[x_{i-1}, x_i - y_i]$,

$i = 1, 2, \dots, n-1$, а $z_k = \min[x_k, z_{k+1} - y_{k+1}]$, $k = 1, 2, \dots, i-2$

$$f_1(x_1, y_2^0, \dots, y_j^0) = \max_{y_1 \leq x_1} [\varphi_1(y_1) + \varphi_2(y_1, y_2^0) + \dots + \varphi_j(y_1, y_2^0, \dots, y_j^0)] \quad (3^*)$$

для $i = 1$, $j = 2, 3, \dots, n$.

Рассмотрим вероятностный вариант задачи. Предположим, что с каждой управляющей переменной связана некоторая случайная величина r_i , $i = 1, 2, \dots, n$ с известной функцией распределения вероятностей $F_i(r_i)$, $i = 1, 2, \dots, n$. На k -м уровне действует k -мерный случайный вектор $R_k = (r_1, r_2, \dots, r_k)$. Предположим, что случайные

величины r_i не зависят друг от друга, а также от выборов y_i . Тогда легко проверить, что следующие соотношения приводят к вероятностным вариантам задачи.

$$f_i(x_1, \dots, x_i, y_{i+1}^0, \dots, y_j^0) = \max_{y_i \leq x_i} E_{r_i} f_{i-1}(z_1, \dots, z_{i-1}, y_i, y_{i+1}^0, \dots, y_j^0) \quad (4)$$

для $i = 1, 2, \dots, n$; $j = i + 1, \dots, n$; где $z_k = \min[x_k, z_{k+1} - y_{k+1}]$,

$k = 1, 2, \dots, i - 2$, а $z_{i-1} = \min[x_{i-1}, x_i - y_i]$;

$$f_1(x_1, y_2^0, \dots, y_j^0) = \max_{y_1 \leq x_1} E_{r_1} [\varphi_1(y_1, r_1) + \varphi_2(y_1, y_2^0, R_1^1) + \dots + \varphi_j(y_1, y_2^0, \dots, y_j^0, R_j^1)] \quad (4^*)$$

для $i = 1, j = 2, 3, \dots, n$,

где математическое ожидание берется по всем значениям r_i . Случайный вектор R_j в (4*) обозначен через R_j^1 , показывая, что на данном этапе максимизации используется его первый компонент. В общем случае, если мы находимся на $k=2, 3, \dots, n$ этапе оптимизации, то используем его k -й компонент, а 1-ый, 2-ой... $(k-1)$ -ый компоненты рассматриваются в предыдущих этапах максимизации*.

Рассмотрим случай, когда имеется несколько систем управления, которые связаны между собой общими переменными. Используя принцип оптимальности [1], можно получить оптимальное поведение такой системы. Нетрудно представить, что соотношение

$$f_k(c_1, c_2, \dots, c_k, c) = \max_{p_k \leq c_k} [\max_{q^k \leq c_k(p_k)} F_k(p_k, q_k) + f_{k-1}(c_1, c_2, \dots, c_k - p_k)] \quad (5)$$

для $k = 2, 3, \dots, n$ и для $n = 1$

$$f_1(c_1, c) = \max_{p_1 \leq c_1} \max_{q_1 \leq c_1(p_1)} F_1(p_1, q_1), \quad (5^*)$$

где p_k и q_k — некоторые векторы, определяют требуемое решение.

Численное решение указанных задач связано с большими трудностями. Они возникают при переходе к более высокому числу измерений, в котором увеличивается число допустимых вариантов. Несмотря на то, что при переходе от одномерных задач к двумерным и более качественно методы не изменяются, встречаются существенные количественные изменения. Это прежде всего относится к ограничению хранения данных и времени вычисления. Так, при увеличении меры задачи от 1 к 2 увеличивается число хранящихся точек по крайней мере в 2,5—3 раза. Имеются три способа уменьшения числа измерений: увеличение шага, приближение полиномами и линеаризация с последовательными приближениями.

* При рассмотрении вероятностного варианта задачи мы использовали в качестве критерия математическое ожидание величины f_i по всем случайным величинам r_i . Однако линейность функции критерия для нелинейных систем не всегда является допустимой. Мы рассматриваем на примере (4, 4*) предварительную оценку более реальных моделей.

ми. Наиболее многообещающим, вероятно, является метод полиномиальных приближений. Мы, однако, здесь не будем обсуждать эти вопросы.

Интересно, как решается аналогичная трудность в живой природе? Вычисляются ли здесь всевозможные варианты или имеется некоторая стандартизация. Как производится вычисление? Все ли вычисленные результаты оказываются равноценными или они подразделяются (по неким принципам) по группам и хранятся согласно этому критерию.

Несколько слов о структуре поведения системы. Обозначим оптимальное поведение системы вектором $U(y_1^0, y_2^0, \dots, y_n^0)$, где компоненты y_i^0 , $i = 1, 2, \dots, n$ являются реакциями соответствующих уровней. Пусть x_i изменяется в интервале $[a_i, b_i]$ по некоторым законам. Тогда каждому $x_i \in [a_i, b_i]$, $i = 1, 2, \dots, n$ будет соответствовать набор определенных реакций со стороны каждого уровня. И всякий раз, когда появится (повторится) такая же среда, можно указать набор компонентов $\{y_1^0, y_2^0, \dots, y_n^0\}$, которые входят в оптимальное поведение. И если система снабжена механизмом типа памяти, то она автоматически включает ее в схему, в противном случае оптимальное поведение вырабатывается снова.

Элементы набора $\{y_1^0, y_2^0, \dots, y_n^0\}$, вообще говоря, могут не изменяться при различных внешних воздействиях, т. е. $y_1^0|_{x_1^1} \neq y_1^0|_{x_1^2}, \dots$

$\dots, y_k^0|_{x_1^1} \neq y_k^0|_{x_1^2}$. Представляет большой интерес определение условий,

при которых часть компонентов остается неизменной, а остальные, наоборот, изменяются при разных внешних воздействиях. Получение такого условия важно ввиду того, что в структурах поведения биологических систем имеются такие компоненты; поведение животного представляет цепочку условных и безусловных рефлексов [4]. Нервная система имеет в своем распоряжении два основных механизма:

а) систему безусловных рефлексов, имеющих своей задачей сохранение цельности организма. В известной мере это есть система жестких связей. Однако в процессе филогенеза, в связи с усложнением строения самой нервной системы, «жесткая система» безусловных связей (это особенно ярко выражено на примере исполнительного двигательного аппарата) становится относительно гибкой, используя в своей деятельности принципы нерархического подчинения и передачи информации;

б) систему временных связей, как бы систему оперативной службы, имеющую своей задачей, с одной стороны, введение поправки в работу «жестких» связей с изменениями внешней среды, с другой — развитие этих механизмов в виде опережающего возбуждения, приводящего к появлению постоянной оперативной службы в виде «создания», главной задачей которого является опережающая оценка всех изменений во внешней среде.

Оказывается, весьма важно отношение между временными и врожденными рефлексам [3]. У насекомых оно принципиально иное, чем у

позвоночных. Ведущую роль в формировании поведения у насекомых играет сложная система врожденных автоматизированных реакций; у позвоночных, наоборот, при этом важную роль играют временные реакции. Здесь они сведены до минимума и по-прежнему обеспечивают неизбежно возникающие связи с внешним миром. Но уже нервные центры при этом освобождаются для более быстрого, точного и гибкого условно-рефлекторного реагирования. Поэтому принцип иметь заранее в готовом виде все необходимое для всевозможных ситуаций не эффективнее принципа иметь заранее лишь основное на первое время, а все остальное приобретать в зависимости от конкретных условий.

Было бы весьма целесообразно получение модели, где, во-первых, при различных $x_i \in [a_i, b_i]$, $i = 1, 2, \dots, n$, в $U(y_1^0, y_2^0, \dots, y_n^0)$ входили бы одни и те же компоненты, во-вторых, соотношение между постоянными и непостоянными компонентами в $U(y_1^0, y_2^0, \dots, y_n^0)$ было бы постоянным, в-третьих, это соотношение было бы минимальным.

Лаборатория нейробионики
АН АрмССР

Поступило 22.I 1971 г.

Ն. Ե. ՍԱՐԱԲՅԱՆ

ԲԱԶՄԱՄԱԿԱՐԴԱԿ ԿԱՌԱՎԱՐՈՂ ՄԻՍՏԵՄՆԵՐԻ ԽՆԴԻՐՆԵՐԻ ՄԱՍԻՆ

Ա մ փ ո փ ո լ մ

Հողվածում փորձ է արվում նկարագրել կառավարվող բարդ սխեմաների մի դասի՝ այսպես կոչվող հիերարխիկ սխեմաների աշխատանքը:

Մոդելի հիմքում ընկած են բարձրագույն նյարդային համակարգի ֆունկցիոնալ և ստրուկտուրային որոշ սկզբունքներ և հատկություններ: Աշխատանքում բերվում են մաթեմատիկական առնչություններ, որոնք որոշում են նման սխեմաների աշխատանքը արտաքին պարզագույն պայմաններում:

Л И Т Е Р А Т У Р А

1. Беллман Р. Динамическое программирование. М., 1960.
2. Данилов И. В. Мозг и внешняя среда. М., 1970.
3. Завадский К. М. В кн. Проблемы развития в природе и обществе. М., 1958.
4. Орбели Л. А. Вопросы эволюционной физиологии. Избранные труды, т. 1, М., 1961.
5. Сарафян Н. Е. Биологический журнал Армении, XX, 6, 1967.