ՀԱՅԿԱԿԱՆ ՍՍՀ ԳԻՏՈՒԹՅՈՒՆՆԵՐԻ ԱԿԱԴԵՄԻԱ: ՀԱՅԱՍՏԱՆԻ ԿԵՆՍԱԲԱՆԱԿԱՆ ՀԱՆԴԵՍ
АКАДЕМИЯ НАУК АРМЯНСКОЙ ССР. БИОЛОГИЧЕСКИЙ ЖУРНАЛ АРМЕНИИ

XX, № 6, 1967

Н. Е. САРАФЯН

ОДНА ЗАДАЧА О МНОГОУРОВНЕВЫХ СИСТЕМАХ УПРАВЛЕНИЯ

Большое значение имеет математическое моделирование многоуровневых систем управления. Это прежде всего объясняется тем, что благодаря такой структуре системы увеличивается гибкость, надежность, точность реакции на внешние изменения.

Под многоуровневой системой управления предположим систему, состоящую из нескольких уровней управления, где каждый уровень обладает следующими свойствами:

1) корректирует решение, полученное в низших уровнях;

2) определяет состояние системы в новой среде (расширенной).

Из этих свойств видно, что, во-первых, уровни будут располагаться определенным порядком; во-вторых, любое решение, выработанное в низших уровнях, многократно уточняется со стороны высших при их включении в работу, в третьих, ясно, что самый низкий уровень не будет обладать первым свойством. С другой стороны, для остальных уровней обладание этими свойствами является необходимым и достаточным условием, так как и в противном случае мы приходим к обычным системам управления, посредством которых, как известно, трудно моделировать системы управления вышеуказанного типа.

Известно, что при изменении окружающей среды живой организм изменяет свое поведение. Но выбор подходящего (оптимального) поведения в соответствующих средах является задачей управления (точнее вариационного типа): надо так реагировать на внешние воздействия, чтобы в результате получить наибольшую пользу (иными словами, обеспечить выживание). Поэтому целью нашей задачи моделирования мы выбрали процесс формирования поведения животных, используя некоторые известные принципы (иерархические [3]) построения центральной нервной системы высших животных. Следовало выяснить, каким образом и по каким принципам мозг животного организует поведение, обеспечивающее его выживание в непрерывно изменяющейся среде.

Говоря о мозге, будем понимать некую систему, состоящую из нескольких уровней, которые предназначены, главным образом, для анализа поступающей (афферентной) информации и интеграции этой информации в форме полезного действия*. Нас не интересует топология (структура), которая обеспечивает заданное действие. Мы здесь попы-

* Здесь и в дальнейшем под „действием" организма будем подразумевать любую реакцию на любое воздействие извне, а под „поведением" совокупность действий.

таемся найти такой алгоритм, придерживаясь которого, система получила бы наибольшую пользу. Исходя из этого следует, учитывая существующие биологические факты, попытаться формализовать некоторые стороны работы ц. н. с. с помощью многоуровневых систем управления.

При работе мозга, то есть при формировании некоторого поведения, оказывается, что действие (реакция), выбранное в низших уровнях головного мозга (например, в продолговатом мозге), корректируется при включении в работу последующих уровней (например, мозжечка). Это означает, что вырабатываемая в низших уровнях системы реакция одновременно контролируется со стороны всех уровней, участие которых в формировании данного поведения является необходимым и достаточным условием. Поведение является оптимальным, если оно обеспечивает лучшее выживание. Вследствие такой работы последующие уровни всегда ведут себя в роли объединяющего, подчиняющего все действия остальных (низких) уровней. Интегративная деятельность высших уровней проявляется все более четко и тонко при увеличении числа уровней и достигает своего усовершенствования на последнем уровне, то есть в коре больших полушарий и т. д. [4].

При моделировании, для простоты (не заботясь пока об изоморфизме) можно допустить, что биологическая многоуровневая система построена по следующему принципу.

Пусть имеется n уровней (n=2, 3, 4...) управления, причем каждый уровень управления отличается от предыдущего числом управляющих переменных. С увеличением нумерации уровня управления число управляющих в нем переменных увеличивается, причем на одно. Так, пусть на первом уровне фигурирует переменная x_1. Под x_i (и для любого $x_i : i = 2, 3, 4...$) можно подразумевать коллективное действие совокупности нейронов определенного центра*. А под центром, следуя Ухтомскому, можно принять группу клеток, деятельность которых является необходимым и достаточным условием для обеспечения данной функции организма. Естественно предположить, что эти «действия» имеют свои ограничения и изменяются в некотором, допустимом интервале, скажем, в интервале $0 \leqslant x_1 \leqslant c_1$, где $c_1 \geqslant 0$ есть некоторое число. Любому $x_1 \in [0, c]$ сопоставим некоторую функцию, которая оценивает выбранное значение. Пусть эта оценочная функция будет $\varphi_1(x_1)$. Следовательно, любому x_1 соответствует некоторое значение оценочной функции. Допустим, что на втором уровне фигурируют переменные x_1 и x_2 и ограничение на возможное изменение переменных имеет вид $0 \leqslant x_1 + x_2 \leqslant c_1$. Пусть функция $\varphi_2(x_1\ x_2)$ представляет собой оценочную функцию на этом уровне и т. д. На n-ом уровне имеются переменные $x_1, x_2 \cdots x_n$ с ограничениями в виде $0 \leqslant x_1 + x_2 + \cdots + x_n \leqslant c_n$ и оценочная функция $\varphi_n(x_1, x_2 \cdots x_n)$. Таким образом, число переменных в функции определяет соответствующий уровень в иерархии. Каждо-

* В самом простейшем случае x_i можно связывать, например, с общим числом возбужденных нейронов данного нервного центра.

му уровню соответствует некоторая функция и все связи между элементами заменены только соотношениями типа $\sum_{i=1}^{k} x_i \leqslant c_k$, $k = 1, 2, \cdots n$ $x_i \geqslant 0$, $t = 1, 2 \cdots n$. Заметим, что такое соответствие между уровнями и функциями многих переменных чисто формальное. Можно легко видеть, что в результате такой формализации функционирование системы с уровнями заменена максимизацией суммы функций.

$$\varphi_i(x_1, x_2, x_3 \cdots x_i) \quad i = 1, 2, \cdots n,$$

где между переменными существуют определенные соотношения.

Точнее, это можно формулировать так: максимизировать сумму

$$\sum_{i=1}^{n} \varphi_i(x_1, x_2, \cdots x_i), \tag{2}$$

где переменные удовлетворяют следующим условиям

$$\text{а)} \qquad \sum_{i=1}^{k} x_i \leqslant c_k, \qquad k = 1, 2, \cdots n$$

$$\text{б)} \qquad x_i \geqslant 0 \qquad i = 1, 2 \cdots n \tag{3}$$

Следует отметить, что переменные x_i, $i = 1, 2 \cdots n$ могут удовлетворять также некоторым другим условиям разного характера. Однако не будем их рассматривать.

Приступим к максимизации функции (2) с условиями (3). Для этого используем методы динамического программирования. Процесс оптимизации, как обычно, осуществляется по этапам: сначала максимизируется функция последнего этапа, потом рассматриваются максимизации функции последних двух этапов и т. д. Для нашего случая этот принцип применяется с некоторой модификацией. Сначала максимизируем последний уровень, где стоит функция n переменных. Но вместо максимизации функции $\varphi_n(x_1, x_2 \cdots x_n)$ с условием $\sum_{i=1}^{n} x_i \leqslant c_n$, находим максимальные значения несколько измененной функции, а именно $\varphi_n(x_1^0, x_2^0, x_{n-1}^0, x_n)$, где $x_{\_}^0$ некоторые фиксированные значения переменных x_i при условии $x_n \leqslant c_n$. На втором этапе будем максимизировать не функции

$$\varphi_{n-1}(x_1, x_2 \cdots x_{n-1}) + \varphi_n(x_1, x_2, \cdots x_n) \tag{4}$$

с условием

$$\sum_{i=1}^{k} x_i \leqslant c_k \qquad k = n-1, n \tag{5}$$

а функции вида

$$\varphi_{n-1}(x_1^0, x_2^0 \cdots x_{n-2}^0, x_{n-1}) + \varphi_n^{1}(x_1^0 \cdots x_{n-2}^0, x_{n-1}, x_n) \tag{6}$$

с условием

$$x_{n-1} \leqslant c_{n-1} \quad x_{n-1} + x_n \leqslant c_n, \tag{7}$$

где x_i^0, как и выше фиксированные значения x_i, $i = 1, 2, \cdots, n-2$ и т. д.

Выведем рекуррентное соотношение, связывающее предыдущие этапы максимизации с последующими. Сначала напишем процесс максимизации последних двух этапов в более удобном виде. Для последнего уровня имеем

$$f_n(x_1^0, x_2^0, \cdots x_{n-1}^0, c_n) = \max_{x_n < c_n} \varphi_n(x_1^0, x_2^0 \cdots x_{n-1}^0, x_n), \tag{8}$$

а для двух последних

$$\begin{aligned} f_{n-1}(x_1^0, x_2^0 \cdots x_{n-2}^0, c_{n-1}, c_n) &= \max [\varphi_{n-1}(x_1^0, x_2^0 \cdots x_{n-2}^0 x_{n-1}) + \\ + \varphi_n(x_1^0 \cdots x_{n-2}^0, x_{n-1}, x_n)] &= \max_{x_{n-1} < c_{n-1}} [\varphi_{n-1}(x_1^0, \cdots x_{n-2}^0, x_{n-1}) + \\ &+ \max_{x_n < c_n - x_{n-1}} \varphi_n(x_1^0 \cdots x_{n-2}^0, x_{n-1}, x_n)]. \end{aligned} \tag{9}$$

Для того чтобы получить рекуррентное соотношение, позволим в (8) изменить x_{n-1} на интервале $[o, c_{n-1}]$. Тогда для любого $x_{n-1} \in [o, c_{n-1}]$, как параметра, мы имеем

$$f_n(x_1^0, \cdots x_{n-2}^0, x_{n-1}, c_n) = \max_{x_n < c_n} \varphi_n(x_1^0, x_2^0 \cdots x_{n-2}, x_{n-1}, x_n), \tag{10}$$

если предположить, что x_{n-1} и x_n не зависят друг от друга.

Второе слагаемое (9) представляет одномерную задачу и поэтому его можно заменить через $f_n(x_1^0, x_2^0 \cdots x_{n-2}^0, x_{n-1}, c_n - x_{n-1})$. c_n в (10) заменено $c_n - x_{n-1}$, так как x_{n-1} и x_n связаны с (7). В итоге имеем

$$\begin{aligned} f_{n-1}(x_1^0 \cdots x_{n-2}^0, x_{n-1}, c_n) = \max_{x_n < c_{n-1}} [\varphi_{n-1}(x_1^0 \cdots x_{n-2}^0, x_{n-1}) + \\ + f_n(x_1^0 \cdots x_{n-2}^0, x_{n-1}, c_n - x_{n-1})]. \end{aligned} \tag{11}$$

Рассуждая аналогичным образом, легко получить остальные рекуррентные соотношения

$$\begin{aligned} f_r(x_1^0 \cdots x_{r-1}^0, c_r, \cdots c_n) = \max_{x_r} [\varphi_r(x_1^0 \cdots x_{r-1}^0, x_r) + \\ + f_{r+1}(x_1^0 \cdots, x_{r-1}, x_r, c_{r+1} - x_r, x_r \cdots c_n - x_r)] \end{aligned} \tag{12}$$

для любого $r = 1, 2 \cdots \cdots n-1$.

Заметим, что при решении поставленной задачи мы использовали метод динамического программирования в таком виде, что оптимальное поведение формировалось снизу, т. е. для любого на первом уровне, остальные уровни вместе работали наилучшим образом и т. д. Можно показать также справедливость формирования поведения по обратному пути, т. е. сверху. Это означает, что для любого $x_n \in [o, c_n]$ остальные уровни в этом случае также работают вместе наилучшим образом. Для этого случая аналогичным образом можно написать рекуррентное соотношение, позволяющее формировать оптимальное поведение системы, начиная сверху.

Так, например, соотношения:

$$f_r(c_1, c_2, \cdots c_r, x^0_{r+1} \cdots x^0_n) = \max_{x_r} f_{r-1}(c_1 \cdots, c_{r-2},$$

$$\min(c_{r+1}, c_r - x_r), x_r, x^0_{r+1} \cdots x^0_n) \qquad (13)$$

для $r = 2, 3, 4 \cdots$ и для $r = 1$

$$f_1(c_1, x^0_2, \cdots x^0_n) = \max_{x_1} [\varphi_n(x_1, x^0_2, x^0_3, \cdots x^0_n) +$$

$$+ \varphi_{n-1}(x_1, x^0_2, \cdots x^0_{n-1}) + \cdots + \varphi_1(x_1)] \qquad (14)$$

приводят к требуемому результату. Математически ни один из них не обладает особым преимуществом и дает одинаковый результат.

Таким образом, формально имеются два возможных способа формирования оптимального поведения. Какой именно из этих путей свойствен работе мозга? Имеются ли случаи, где участвует один способ, а в другом — второй способ формирования оптимального поведения и если имеются такие случаи, то какое биологическое преимущество между ними. Постановка физиологических экспериментов для ответа на эти вопросы нам кажется интересным как с чисто теоретической, так и с прикладной точек зрения.

Лаборатория нейробионики
АН АрмССР

Поступило 8.VIII 1966 г.

Ն. Ե. ՍԱՐԱՖՅԱՆ

ՂԵԿԱՎԱՐՄԱՆ ԲԱԶՄԱՄԱԿԱՐԴԱԿ ՍԻՍՏԵՄՆԵՐԻ ՄԻ ԽՆԴՐԻ ՄԱՍԻՆ

Ա մ փ ո փ ո ւ մ

Հոդվածում փորձ է արված կենտրոնական նյարդային համակարգության աշխատանքը բացատրել ղեկավարման բազմամակարդակ սիստեմների օգնությամբ։ Այդ նպատակով պարզեցվել են կենտրոնական նյարդային համակարգության կապերը և կառուցվածքը։ Այսպես, օրինակ, հաշվի չի առնված կեղևի կապը գլխուղեղի ստորին բաժինների հետ։ Որոշ ֆորմալ մոտեցումից հետո կենտրոնական նյարդային համակարգության աշխատանքը բերվել է բազմամակարդակ սիստեմների աշխատանքին։ Սիստեմի լավագույն (օպտիմալ) վարքը գտնելու համար օգտագործվել են դինամիկ ծրագրման մեթոդները։ Հիմնըվելով օպտիմալության սկզբունքի վրա, ստուգվել է անդրադարձ (ռեկուրենտ) առնչությունը, որի միջոցով որոշվում է սիստեմի վարքը որոշակի, դետերմինացված միջավայրերում։

ЛИТЕРАТУРА

1. Беллман Р. Динамическое программирование. Изд. ИЛ, М., 1960.
2. Беллман Р. Процессы регулирования с адаптацией, Изд. Наука, М., 1964.
3. Орбели Л. А. Избранные труды, т. II, изд. АН СССР, М., 1962.
4. Шерингтон Ч. Интегративная деятельность нервной системы. В кн. Рефлекторная деятельность спинного мозга. Пер. с анг. д-ра А. А. Линдберга. Под ред. проф. Л. А. Орбели, М.—Л., Биомедгиз, 1935.